GHEORGHE ENESCU NICOLAE GHERBANOVSCHI

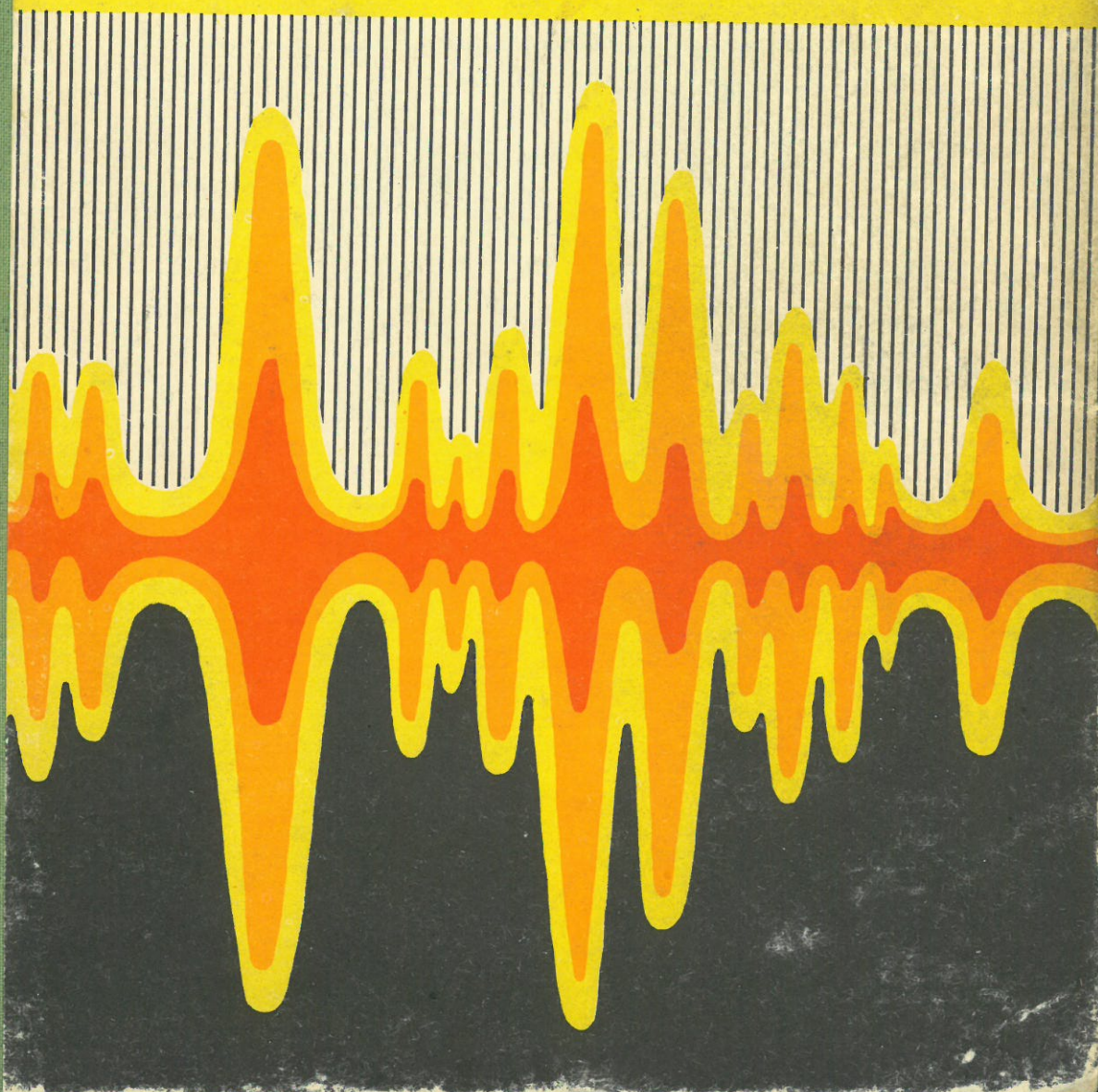
X

FIZICĂ

Manual pentru clasa a X-a

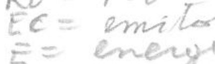
1979

1979



Ştefan Corina

V_p = frecvenţa proprie — 29
ν = frecvenţa = $\frac{1}{T}$ — 10
E_p = energie potenţială
E_c = energie cinetică
ω = viteza unghiulară — 19

i = intensit. instant. c.a. (58), 57
R = rezist.
Δt = interval de timp (58)
QT = căldura din rezistor
e = tensiunea electromotoare (t.e.m.) — 56
I_m = valoarea maximă a intensit. — 56
Φ = fluxul magnetic — 56
e_g = t.e.m. alternativă — 60
u = tensiunea instantanee
L = inductanţa = raportul dintre flux magnet. şi Int.
$L = \frac{\Phi}{I}$. se măsoară în H (Henry) = L = bobina de inductanţă
Z = Impedanţa; $Z = \frac{U}{I}$
RL = circuit „Rezistor, Linie" — 63
RLC = circuit „Rezistor, Linie, condensator" — 66
CE = comutator electronic — 64
C = capacitate a condensatorului — 66 ⇒ $C = \frac{q}{U}$ = [illegible]
$\overline{P}$ = puterea medie — 76
S = putere aparentă — 72 ⇒ S = V.A. [W = V.A]
P_r = putere reactivă
n = turaţia în rotaţii / minut — 83
p = numărul de perechi de poli → 83
I_l = intensitatea de linie — 87
σ_m = conductivitatea metalelor
ΔW = energia minimă necesară pt. a trece electronii legaţi în electr. liberi — 89
eV = electron volt
Id = intensitate de difuzie — 93
Ω = ohm = rezistenţa — 95
= diodă semiconductoare
Tr = transformator. — 97
Rs = rezistor de sarcină — 100
E = emitor — 98
C = colector — 98
 = tranzistor (schema simbolică).
Ri = rezistenţa internă — 95
EC = emitor comun — 101
E = energia — 128

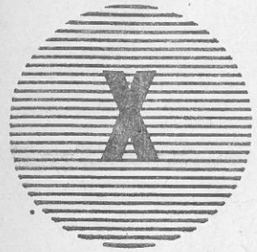
1979

W = Watt (putere) ⇒ W = V.A
I = intensitate (amperi) - A
U = tensiune (volţi) - V

u = Ri ; U = RI
depune [illegible] 9 A

GHEORGHE ENESCU
profesor

NICOLAE GHERBANOVSCHI
lector universitar, dr.



FIZICĂ

PROCESE OSCILATORII

clasa a X-a
Manual experimental

1979

Editura didactică și pedagogică
București

Manualul a fost elaborat pe baza programei școlare aprobate de Ministerul Educației și Învățământului cu nr. 036751/14 IV 1978.

Cap. II și cap. IV cu excepția paragrafelor 4.8 și 4.9, au fost elaborate de N. Gherbanovschi — lector universitar, dr.

Cap. I, cap. III și paragrafele 4.8—4.9 din cap. IV, au fost elaborate de Gh. Enescu — prof.

Referenți: **Ioan M. Popescu** prof. univ. dr.
George Moisil prof. univ. dr.
Mihai Melnic prof.

Redactor: prof. **E. Mesaroș**
Tehnoredactor: **Condopol Viorica**
Desenator: **Ciuciulin Mihai**
Coperta: **Sîrbu Nicolae**

CUPRINS

1. Oscilații mecanice **7**

1.1. Oscilatorul real 8
1.1.1. Analiza mișcării unui oscilator. Mărimi caracteristice..... 8
1.1.2. Un alt exemplu de oscilator..... 10
1.1.3. Metoda stroboscopică de măsurare a frecvenței *(Extindere în tehnologie)* 11
1.1.4. Transferul energetic între un oscilator și mediul înconjurător 13
1.2. Oscilatorul armonic ideal 16
1.2.1. Modelul oscilatorului armonic. (Pendulul elastic)..... 16
1.2.2. Legea mișcării oscilatorului armonic..... 19
1.2.3. Caracteristicile mișcării oscilatorii armonice..... 21
1.2.4. Reprezentarea geometrică a mișcării oscilatorului armonic.... 23
1.2.5. Energia oscilatorului armonic 27
1.2.6. Pendulul gravitațional 31
1.2.7. Groapă de energie potențială. Condiția ca un sistem să efectueze oscilații libere *(Extindere în fizică)*..... 34
1.2.8. Studiul transferului energiei între oscilator și un sistem exterior lui 35
1.2.9. Aplicații ale fenomenului de rezonanță *(Extindere în tehnologie)* 39
1.2.10. Compunerea oscilațiilor paralele. Bătăi *(Extindere în fizică)* 43
Întrebări, exerciții, probleme 46

2. Oscilații electromagnetice și dispozitive cu semiconductori pentru redresarea, amplificarea și întreținerea lor..... 54

2.1. Generarea t.e.m. alternative 54
2.1.1. Interpretare electronică 57
2.2. Valoarea efectivă a intensității curentului și tensiunii alternative.... 58
2.3. Circuite de curent alternativ. Comparație cu circuitul de curent continuu 60
2.4. Osciloscopul electronic folosit în studiul circuitelor de curent alternativ 61
2.5. Rezistor în curent alternativ 63
2.6. Circuit serie cu rezistor și bobină în curent alternativ..... 63
2.7. Circuit serie cu rezistor, bobină și condensator în curent alternativ (Circuit *RLC* serie) 66
2.8. Rezonanța circuitului serie *RLC*..... 69
2.8.1. Analogie mecanică 70
2.9. Circuit paralel *RLC* în curent alternativ *(Extindere în fizică)*..... 72
2.9.1. Rezonanța circuitului paralel..... 73

2.10. Puterea în curent alternativ monofazat 75
2.11. Circuitul oscilant. Producerea oscilațiilor electromagnetice libere 77
2.11.1. Studiul calitativ al fenomenelor 79
2.11.2. Perioada oscilațiilor electromagnetice libere 81
2.12. Producerea curentului alternativ monofazat. Alternatorul 83
2.12.1. Principiul generatorului de curent alternativ monofazat 83
2.12.2. Construcția și funcționarea alternatorului 83
2.13. Sistemul trifazat *(Extindere în tehnologie)* 85
2.13.1. Montaj în stea 86
2.13.2. Montaj în triunghi 88
2.13.3. Puterea în curent trifazat 88
2.14. Conductori. Izolatori. Semiconductori 88
2.15. Purtătorii de sarcină în semiconductori. Semiconductori intrinseci 90
2.16. Semiconductori cu impurități 91
2.17. Proprietățile joncțiunii $p - n$ 92
2.18. Dioda semiconductoare 94
2.19. Redresarea cu diode semiconductoare 95
2.19.1. Redresarea unei singure alternanțe 96
2.19.2. Redresarea ambelor alternanțe 97
2.20. Tranzistorul. Construcție și funcționare 98
2.21. Proprietățile de amplificare ale tranzistorului 100
2.22. Etaj de amplificare în conexiunea cu emitor comun (EC) 101
2.23. Întreținerea oscilațiilor electromagnetice. Oscilator *LC* cu tranzistor *(Extindere în tehnologie)* 102
Întrebări, exerciții, probleme 105

3. Unde mecanice 110
3.1. Propagarea unei perturbații 110
3.2. Unde într-un mediu unidimensional 111
3.2.1. Unde transversale 111
3.2.2. Un model pentru un mediu elastic în care se propagă o undă transversală 114
3.2.3. Unde longitudinale 116
3.2.4. Unde longitudinale într-o coloană de gaz 117
3.3. Unde superficiale 119
3.4. Suprafața de undă. Principiul lui Huygens 122
3.5. Ecuația undei plane *(Extindere în fizică)* 126
3.6. Energia transferată în procesul de propagare *(Extindere în fizică)* .. 128
3.7. Propagarea undelor la suprafața de separație dintre două medii omogene 131
3.7.1. Reflexia și transmiterea unei perturbații pe un fir și pe un resort 131
3.7.2. Reflexia și refracția undelor 134
3.7.3. Legile reflexiei și refracției 135
3.8. Interferența undelor *(Extindere în fizică)* 137
3.8.1. Interferența undelor transmise pe un fir elastic 137
3.8.2. Armonici. Rezonanță 140
3.8.3. Unde staționare longitudinale 142

3.9. Sunetul *(Extindere în fizică)* 144
3.9.1. Procese de propagare a undelor sonore 145
3.9.2. Proprietăți caracteristice ale unui sunet 148
3.9.3. Surse sonore 150
3.9.4. Efect Doppler *(Extindere în fizică)* 154
3.9.5. Poluare sonoră *(Extindere în tehnologie)* 157
3.9.6. Defectoscopie ultrasonoră *(Extindere în tehnologie)* 159
3.10. Unde seismice *(Extindere în alte domenii)* 160
Întrebări, exerciții, probleme 164

4. Unde electromagnetice 172
4.1. Cîmpul electromagnetic 172
4.2. Propagarea cîmpului electromagnetic 174
4.2.1. Considerații electronice 176
4.3. Producerea undelor electromagnetice 177
4.4. Antena 178
4.5. Mișcarea accelerată a purtătorilor de sarcină, sursă de undă electromagnetică *(Extindere în fizică)* 181
4.6. Lumina, undă electromagnetică 182
4.7. Clasificarea undelor electromagnetice 183
4.8. Reflexia și refracția undelor electromagnetice. Reflexie totală 185
4.9. Dispersia. Spectre de emisie în domeniul vizibil 191
4.10 Propagarea undelor radio. Ionosfera *(Extindere în alte domenii)* 194
4.11. Radiolocația cu unde electromagnetice *(Extindere în tehnologie)* 197
4.12. Radioastronomie *(Extindere în alte domenii)* 199
Întrebări, exerciții, probleme 202

09.10.79

1.

OSCILAȚII MECANICE

În figura 1.1 sînt prezentate trei corpuri care efectuează mișcări diferite. Spre deosebire de bilă care după lansare ocupă succesiv noi poziții, mereu altele (A, B, C, ... fig. 1.1, *a*), piatra și scaunul leagănului parcurg de mai multe ori o anumită traiectorie, cercul C, respectiv arcul de cerc AA' (fig. 1.1, *b*, respectiv *c*). Observăm însă că în timp ce piatra (P) parcurge cercul în același sens, scaunul leagănului se deplasează pe arcul AA' atît într-un sens, cît și în celălalt. Mișcarea leagănului se numește *oscilație* mecanică*, iar corpul care execută oscilații este numit *oscilator* (mecanic).

Oscilațiile constituie un tip de mișcare aparte cu o importanță deosebită în fizică, deoarece foarte multe corpuri au proprietatea de a efectua oscilații mecanice. Studiul mișcării oscilatorilor e obiectul acestui capitol. Importanța

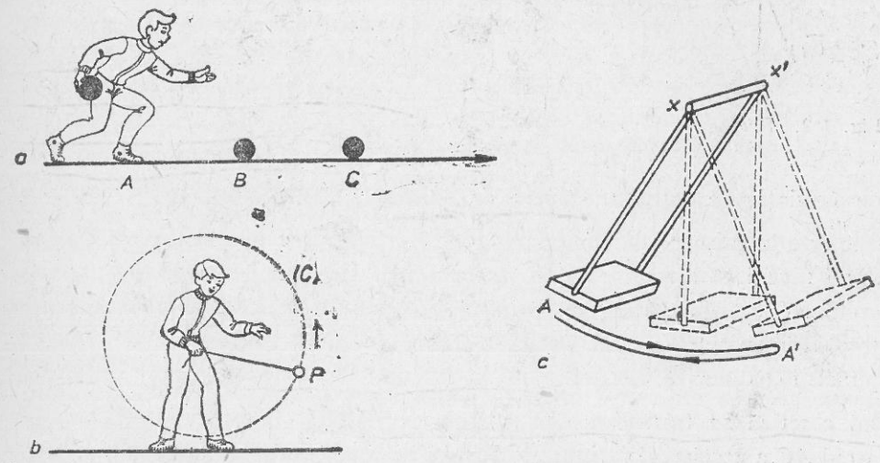


Fig. 1.1. Bila e lansată pe planul orizontal (*a*), piatra legată cu un fir este rotită (*b*), iar leagănul împins este lăsat apoi liber (*c*).

* Termenul de *oscilație* provine din limba latină. Cuvîntul latinesc *oscillare* denumește tocmai procesul de balansare, a oscila, a mișca încolo și încoace.

studiului oscilației mecanice va fi înțeleasă mai clar în capitolele următoare unde se va dovedi că rezultatele stabilite pentru oscilatorul mecanic pot fi extinse și la alte tipuri de procese, nemecanice, ale căror legi de desfășurare sînt analoge legilor proceselor oscilatorilor mecanici.

1.1. OSCILATORUL REAL

1.1.1. Analiza mișcării unui oscilator. Mărimi caracteristice

Să studiem cu atenție mișcarea unui oscilator. Alegem pentru exemplificare leagănul din figura 1.1, *c*.

În repaus, leagănul ocupă poziția verticală XO în care greutatea $\vec{G}$ a leagănului, care se aplică în centrul de greutate, presupus a fi în C, nu dă moment de rotație față de axa de rotație care trece prin X și este perpendiculară pe planul hîrtiei (fig. 1.2). În această poziție greutatea $\vec{G}$ și reacțiunea din lagăr $\vec{R}$ își fac echilibru; poziția OX se numește *poziție de echilibru*.

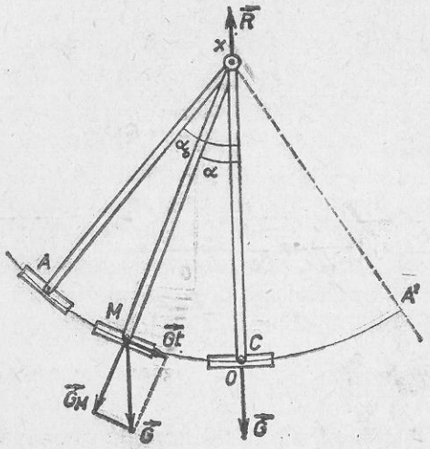


Fig. 1.2. Forța de revenire $\vec{G}_t$ este de natură gravitațională.

Leagănul nu părăsește de la sine poziția de echilibru. Din acest motiv este necesar ca un sistem exterior să-i cedeze energie pentru a-l duce din repaus într-o poziție laterală, de exemplu în A. Acest proces de transfer de energie de la un sistem oarecare la un oscilator pentru a-l pune pe acesta în stare de oscilație se numește *proces de excitare*. Lăsat liber în A, leagănul este pus în mișcare de componenta tangențială $\vec{G}_t$ a greutății $\vec{G}$ care determină revenirea lui către O. În intervalul de timp în care scaunul parcurge arcul AO energia potențială primită în procesul de excitare se transformă treptat în energie cinetică. Oscilatorul continuă să se miște către A' depășind punctul O datorită inerției. Pînă în A', unde oscilatorul se oprește, energia lui cinetică se transformă în energie potențială. Componenta $\vec{G}_t$, care pe arcul AC a accelerat scaunul, îl frînează pe arcul OA' fiind mereu îndreptată către poziția de echilibru. Această forță are deci permanent tendința de a readuce oscilatorul în poziția de echilibru, motiv pentru care se numește *forță de revenire*. Astfel, oscilatorul revine din A' către O și apoi își continuă drumul spre A. Transformarea reciprocă a energiei din formă potențială în formă

cinetică pe drumul $A'O$ și apoi din O spre A continuă. Leagănul efectuează oscilații libere sub acțiunea unei *forțe de revenire de natură gravitațională**.

Întrucît singura posibilitate de mișcare a leagănului este rotația în jurul axei XX', poziția la un moment dat poate fi descrisă printr-un singur parametru, unghiul α făcut de barele de prindere ale scaunului cu poziția de echilibru OX (fig. 1.2). Făcînd o convenție de semn pentru unghiul α adică notînd, de exemplu, pozitive valorile lui α cînd leagănul este de o parte a verticalei OX și negative cînd leagănul se află de cealaltă parte, putem determina univoc poziția oscilatorului. Deoarece poziția poate fi descrisă de un singur parametru (α) se spune că oscilatorul are un singur *grad de libertate*. Unghiul α se numește *elongație unghiulară*. Elongația unghiulară maximă se numește *amplitudine unghiulară*. Pe figura 1.2 unghiul $AXO = \alpha_0$ este amplitudinea unghiulară. Întrucît aceasta este poziția în care ajunge oscilatorul prin excitare, amplitudinea unghiulară depinde de energia transferată oscilatorului în acest proces. Elongația unghiulară variază în timp.

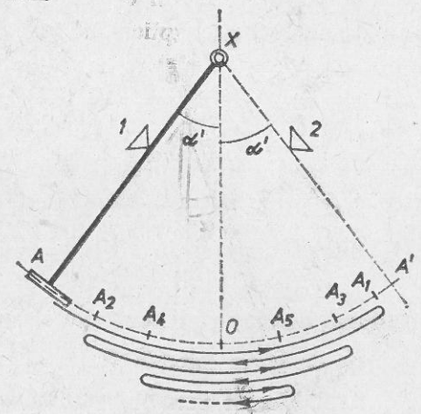


Fig. 1.3. Oscilațiile leagănului se amortizează.

Mărimi caracteristice. Să urmărim oscilațiile un timp mai îndelungat concentrîndu-ne atenția asupra anumitor aspecte ale mișcării:

a) Prin cîte un opritor *1* și *2* (fig. 1.3) marcăm pozițiile XA și XA' simetrice față de OX astfel încît $\sphericalangle AXO = \sphericalangle OXA' = \alpha'$. În această ultimă poziție ne așteptăm să se întoarcă leagănul dacă energia mecanică a sistemului s-ar conserva. Chiar de la prima semioscilație se observă că leagănul nu atinge opritorul *2* și, cu timpul, amplitudinea unghiulară α' descrește. Scaunul leagănului ajunge succesiv pînă în punctele A_1, A_2, A_3 etc., din ce în ce mai apropiate de O, în cele din urmă oscilația încetînd.

Oscilația a cărei amplitudine (unghiulară) scade în timp se numește *oscilație amortizată*.

Procesul de amortizare a oscilațiilor arată că în punctele A_1, A_2, A_3 etc., energia potențială este din ce în ce mai mică sau că energia mecanică a sistemului nu este constantă, ci se micșorează în timp. Acest proces dezvăluie faptul că oscilația nu este realmente liberă. În procesul oscilatoriu energia inițială a oscilatorului se pierde (se disipă) treptat prin interacțiunea cu lagărele X și X' (fig. 1.1, *c*) și cu aerul.

Așadar, *mișcarea oricărui oscilator real nu este propriu-zis liberă, deoarece nu se pot înlătura frecările.*

* De fapt sistemul care este excitat se compune din leagăn și Pămînt. Pentru simplificarea limbajului se vorbește numai de oscilația leagănului.

b) Măsurăm cu cronometrul timpul necesar pentru ca leagănul să treacă de două ori succesiv și în același sens prin aceeași poziție, pe care o luăm ca poziție de referință. Ținînd seama de procesul de amortizare, cea mai bună este poziția verticală (de echilibru). Mișcarea oscilatorului între două treceri de acest fel se numește *oscilație*.

Timpul necesar efectuării unei oscilații se numește *perioadă*, T; unitatea de măsură a perioadei este secunda:

$$[T] = \text{s}.$$

Riguros vorbind, oscilația leagănului nu este o mișcare periodică pentru că ea nu se repetă identic, așa cum se întîmplă într-o mișcare circulară și uniformă, cum ar fi aceea a pietrei (fig. 1.1, *b*) care își parcurge identic traiectoria la intervale egale de timp de o perioadă.

Într-un interval de timp Δt oscilatorul efectuează n oscilații. Astfel, cîtul,

$$\frac{n}{\Delta t} = \frac{n}{nT} = \frac{1}{T},$$

numeric egal cu numărul de oscilații efectuate în unitatea de timp se numește frecvență și se notează cu ν. Deci, prin definiție:

$$\nu = \frac{1}{T}. \qquad (1.1)$$

Unitatea de măsură rezultă din (1.1): $[\nu] = \frac{1}{[T]} = \text{s}^{-1}$. Această unitate poartă numele de hertz (simbol Hz)*.

1.1.2. Un alt exemplu de oscilator. În figura 1.4, *a* este desenat ciocănelul unei sonerii electrice. Lama de oțel a ciocănelului este prinsă rigid într-un lăcaș L. Scos din poziția de echilibru C și dus într-o altă poziție C', ciocănelul execută oscilații între C' și C'' unde lama se întoarce. Să analizăm care este natura forței de revenire.

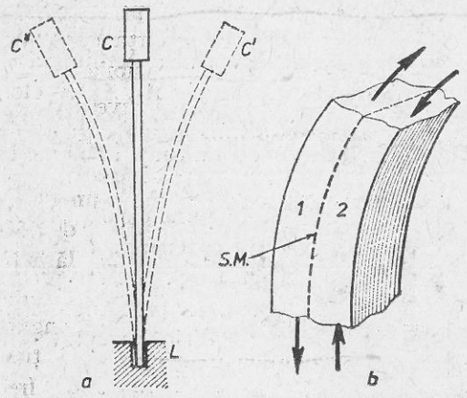


Fig. 1.4. Forța de revenire este de natură elastică.

Mai întîi se vede că forța de revenire nu este gravitațională. Cînd lama se încovoaie spre poziția C' jumătatea (*1*) din stînga (fig. 1.4, *b*) este supusă întinderii, iar cea din dreapta (*2*) este comprimată și, ca urmare, (*1*) este alungită, iar (*2*) este comprimată. Dacă forțele nu sînt mari, alungirile și comprimările rămîn în limitele deformărilor elastice. Astfel, forțele care iau naștere se opun acestor deformări, avînd tendința de a readuce lama la forma inițială pe care ea a avut-o în poziția de echilibru. Forțele încetează să acționeze cînd deformările se anulează, adică tocmai în poziția LC. Forțele de revenire, în cazul acestui oscilator, sînt *de natură elastică*.

* În onoarea lui Heinrich Hertz (1857—1894), fizician german.

Transformările energetice sînt următoarele: sistemul excitator cedează energie lamei prin efectuarea unui lucru mecanic de deformare. În C' sau C'' energia mecanică a lamei este exclusiv potențială. Sub acțiunea forțelor de revenire lama este readusă spre C unde deformația se anulează. Aici energia mecanică este exclusiv sub formă cinetică, lama continuînd să se miște în același sens datorită inerției. În continuare forțele de revenire frînează mișcarea lamei pînă la oprirea ei în C'' sau C'. Datorită frecărilor, oscilațiile lamei se amortizează, după un timp lama oprindu-se în poziția de echilibru.

EXTINDERE ÎN TEHNOLOGIE

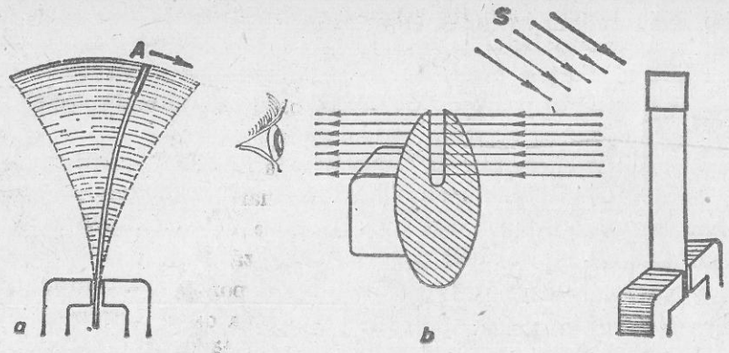
1.1.3. Metoda stroboscopică de măsurare a frecvenței. Măsurarea perioadei sau a frecvenței unui oscilator nu este o problemă dificilă în cazul în care perioada oscilației este mare, respectiv frecvența este mică. Determinarea perioadei poate fi efectuată cu cronometrul așa cum s-a explicat mai sus, sau măsurînd timpul necesar efectuării mai multor oscilații și împărțindu-l la numărul acestora.

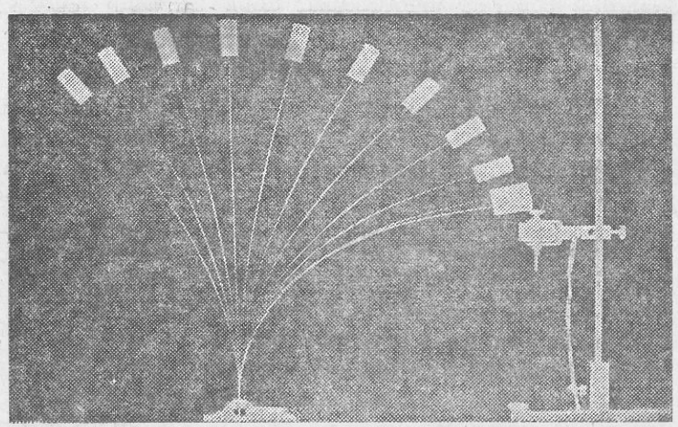
Acesta este însă un caz mai puțin frecvent. Chiar mai înainte ca frecvența să fie mai mare de 20 hertzi, observarea directă devine ineficace, deoarece ochiul nu poate urmări oscilatorul pe traiectorie datorită inerției în timp a imaginii formată în scoarța cerebrală. Măsurarea frecvenței cu cronometrul devine deci imposibilă.

În acest paragraf se dă o metodă de măsurarea frecvenței unui oscilator prin compararea frecvenței oscilatorului cu o frecvență cunoscută.

Presupunem că dorim să măsurăm frecvența oscilațiilor unei lame de oțel prinsă într-o menghină. Lama poate fi pusă în stare de oscilație excitînd-o prin tragerea ei într-o poziție laterală și lăsînd-o apoi liberă.

Prin observare directă, ne dăm seama că prin varierea lungimii porțiunii care este lăsată în afara menghinei frecvența oscilațiilor lamei ν_L se modifică. Cu cît lungimea capătului liber e mai mică frecvența crește. Se potrivește această lungime astfel ca frecvența lamei să fie suficient de mare, încît ochiul să nu mai distingă clar conturul ei (fig. 1.5, *a*).





c

Fig. 1.5. Metoda stroboscopică de măsurare a frecvenței (*a* și *b*). O fotografie a oscilației lamei elastice obținută cu stroboscopul (*c*).

Oscilatorul iluminat continuu cu o lampă de proiecție (*S*) este privit din spatele unui disc în care se lasă o deschidere (fig. 1.5, *b*)*. Discul obturator este rotit de un motor electric cu o frecvență de rotație ν_d, constantă dar reglabilă. Oscilatorul poate fi văzut numai în intervalul de timp foarte scurt în care trece fanta. Timpul între două observări consecutive este chiar perioada de rotație a discului obturator $T_d = \frac{1}{\nu_d}$.

Presupunem că la prima observare lama a fost văzută în poziția *A* și se îndrepta, de exemplu, spre dreapta (fig. 1.5, *a*). Dacă perioada obturatorului este cu puțin mai mare decît a lamei $T_L (T_d > T_L)$, în intervalul de timp pînă la a doua observare lama efectuează ceva

* Discul construit de „Didactica" pentru laboratorul școlii are două deschideri; pe una o astupați cu hîrtie neagră.

mai mult decît o oscilație. Observatorul va vedea lama deplasîndu-se lent spre dreapta într-un proces aparent de oscilație cu o perioadă foarte mare. Pe măsură ce frecvența obturatorului se apropie de frecvența lamei avansul pe care-l ia oscilatorul de la o observare la alta se micșorează, perioada oscilației aparente este din ce în ce mai mare, crescînd nelimitat. Pentru ca lama să fie văzută la următoarea observare în aceeași poziție după efectuarea unei oscilații complete, ar fi necesar ca perioada procesului de observare T_d să fie chiar egală cu perioada T_L a lamei care oscilează $T_d = T_L$. În aceste condiții, lama apare ca fiind fixă într-o anumită poziție. Cunoscînd frecvența obturatorului în momentul în care imaginea oscilatorului este staționară se află frecvența oscilatorului*. Această metodă de observare a mișcării rapide a unui corp prin iluminare sau observare intermitentă a corpului se numește *stroboscopică* (Strobos = învîrtire + skopeo = =a examina). Dispozitivul utilizat poartă numele de *stroboscop*. Stroboscopul fiind în acest caz utilizat ca aparat pentru determinarea frecvenței unui oscilator, se numește *frecvențmetru*.

Măsurînd de repetate ori perioada de oscilație liberă a unui același oscilator găsim o aceeași valoare*. Pentru oscilatori diferiți frecvența oscilației este, în general, diferită. Fiecărui oscilator îi este deci caracteristică o anumită perioadă de oscilație care, pentru acest motiv, este denumită *proprie*. Faptul că doi oscilatori diferiți pot avea frecvențe egale nu înseamnă că frecvența fiecăruia nu este proprie.

1.1.4. Transferul energetic între un oscilator și mediul înconjurător.

1. Transferul energetic între un oscilator și mediul înconjurător poate fi în primul rînd un *transfer de la oscilator la mediul înconjurător*. Acest proces are întotdeauna ca efect amortizarea oscilațiilor. Oscilația durează atîta timp cît oscilatorul n-a disipat întreaga energie de excitație.

Disiparea energiei înseamnă aici transformarea treptată a energiei de excitație în căldură. Căldura este cedată mediului înconjurător. *Acest proces este ireversibil* și de neînlăturat, motiv pentru care orice oscilație liberă se stinge cu timpul.

2. În următoarele două exemple se va putea observa *procesul de transfer al energiei de la mediul exterior la oscilator*.

a) Trambulina de la care se fac sărituri în apă este o scîndură prinsă rigid la unul din capete. Sub acțiunea greutății săritorului scîndura se deformează elastic. Mișcarea pentru elan a săritorului prin care acesta bate cu picioarele în trambulină constituie o perturbație care excită scîndura și o

* Nu se iau în considerare amortizarea și erorile de măsurare care nu pot fi înlăturate.

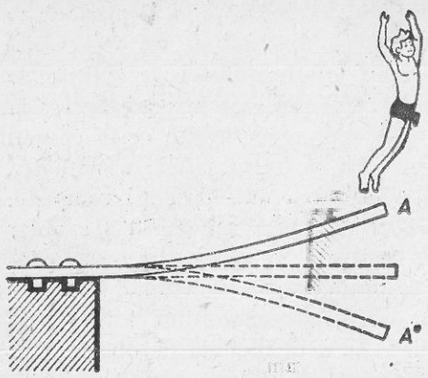


Fig. 1.6. După desprinderea săritorului, planșa execută oscilații.

pune în oscilație liberă după ce sportivul a sărit (fig. 1.6). În general, oscilațiile trambulinei au o perioadă destul de mare și pot fi urmărite direct. Oscilațiile se amortizează și trambulina revine în repaus după un timp scurt.

Dacă sportivul își ia elan ritmic nedesprinzîndu-se de trambulină, el îi poate imprima acesteia o mișcare periodică cu aceeași frecvență cu frecvența elanului lui repetat.

Procesul de oscilație a unui oscilator sub acțiunea unui sistem exterior care acționează periodic se numește oscilație forțată.

Sistemul exterior care cedează periodic energie și perturbează oscilația liberă a oscilatorului, modificîndu-i perioada proprie, se numește *excitator*, iar oscilatorul perturbat, *sistem excitat*.

Modul și elementele prin care se realizează transferul energetic se numește *cuplaj*. Aici, cuplajul se face prin contact direct între săritor și trambulină.

Sărind ritmic pe trambulină sportivul (sistemul excitator) simte, schimbînd ritmul săriturii, că la un moment dat amplitudinea oscilațiilor trambulinei (sistemul excitat) crește sensibil. Dacă acest proces este reluat de cîteva ori, spectatorii pot observa că mișcarea sportivului urmărește oarecum mișcarea trambulinei. De fapt el își dozează instinctiv efortul la fiecare reluare a săriturii, astfel încît înălțimea și deci timpul în care el rămîne desprins de trambulină să fie egal cu intervalul de timp în care trambulina se întoarce aproximativ în același loc și în același sens. În acest fel sportivul se desprinde cînd trambulina se ridică (fig. 1.7, *a*) și cade pe trambulină exact cînd aceasta coboară (fig. 1.7, *b*). Perioada elanului său ritmic este egală cu perioada oscilațiilor proprii ale trambulinei.

Din punct de vedere energetic, în primul caz sistemul excitator (săritorul) care are o energie mult mai mare decît a sistemului excitat (trambulina) cedează energie sistemului excitat și perturbează oscilația acestuia impunîndu-i propria sa perioadă de oscilație proprie. În al doilea caz, există însă o situație favorabilă în care transferul energetic între excitator și sistemul excitat se face în mod optim. În adevăr, datorită procesului de amortizare, după desprinderea sportivului în poziția A în care trambulina își atinge amplitudinea (fig. 1.7, *a*), aceasta ar reveni în semioscilația următoare numai pînă în poziția A' care nu este simetrică lui A față de poziția de

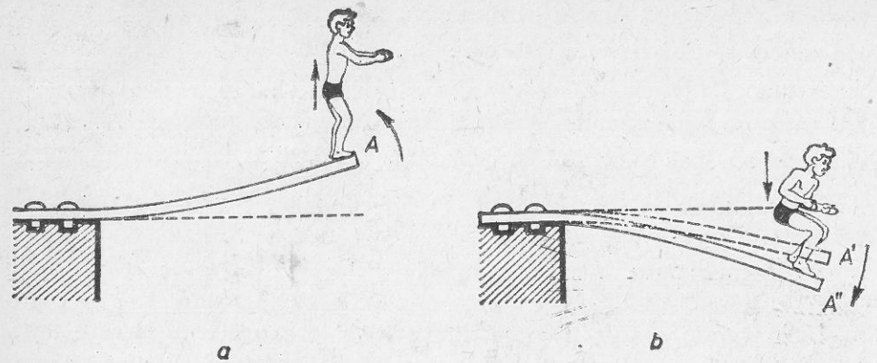


Fig. 1.7. Săritorul se desprinde în A (*a*) și recade pe trambulină în A' suplimentînd energia disipată într-o semioscilație (*b*).

echilibru. Însă aproximativ în momentul în care trambulina se îndreaptă către A' săritorul cade pe planșă cedîndu-i o parte din energie, ceea ce duce la mărirea amplitudinii pînă în A'' (fig. 1.7, *b*).

Procesul de transfer energetic prin care oscilatorul este excitat periodic cu o perioadă egală cu perioada proprie este un proces de transfer optim și se numește *rezonanță*. Sistemul excitat la rezonanță se numește *rezonator*.

b) Peste unele șanțuri sau peste unele pîrîuri se construiește uneori cîte o punte improvizată, care constă de fapt dintr-o scîndură pusă pe două reazeme (fig. 1.8). Excitată, puntea poate să oscileze liber cu o frecvență proprie care depinde, între altele, de lungimea ei și care este de regulă destul de mică.

Omul care trece puntea este pentru aceasta un sistem perturbator cuplat cu oscilatorul (puntea) prin contactul direct. Oricine, călcînd pe punte, constată oscilațiile forțate ale acesteia în ritmul pașilor. Modificînd frecvența pașilor omul simte cum amplitudinea oscilațiilor forțate se modifică

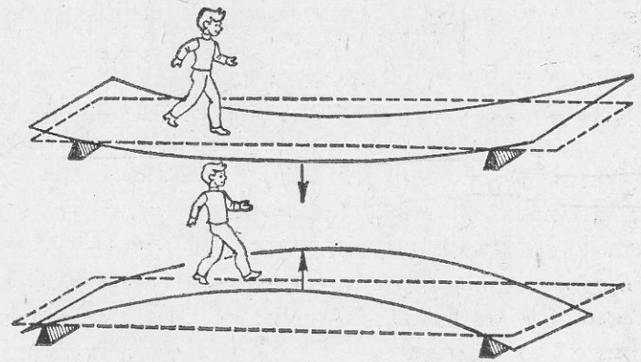


Fig. 1.8. Rezonanța unei punți.

și există o frecvență pentru care amplitudinea oscilațiilor punții crește în mod periculos, deoarece eforturile care apar în scîndură pot depăși rezistența materialului. Se produce așadar un transfer de energie optim de la persoana care trece puntea la puntea însăși, momentul punerii piciorului pe punte pentru un nou pas coincizînd cu deplasarea scîndurii în jos. Este un proces de rezonanță.

1.2. OSCILATORUL ARMONIC IDEAL

În paragraful 1.1 au fost prezentați cîțiva oscilatori reali la care forța de revenire este sau de natură gravitațională sau de natură elastică. Pentru a cunoaște mișcarea unui oscilator este necesar să se poată scrie legea lui de mișcare. În general mișcarea unui oscilator este complexă. În cele ce urmează se va restrînge studiul la un singur tip de oscilator, oscilatorul armonic.

Termenul de oscilator *armonic* provine de la funcțiile sinus și cosinus — care fac parte dintr-o categorie de funcții denumite *funcții armonice* — care intervin în exprimarea legii de mișcare a acestui tip de oscilator. Oscilația armonică are o însemnătate deosebită.

Studiul oscilatorului armonic va fi făcut pe un model simplificat care are o construcție ideală și oscilează fără frecare.

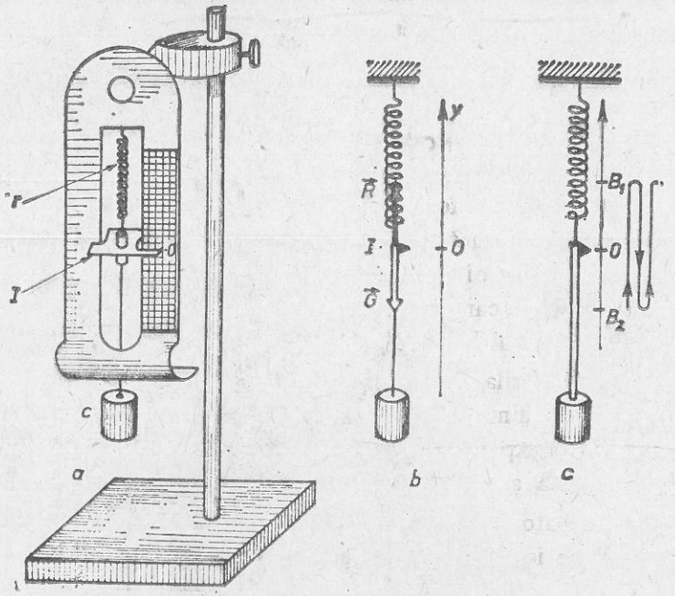
1.2.1. Modelul oscilatorului armonic. (Pendulul elastic.) Vom studia mișcarea oscilatorului armonic pe un model de oscilator numit *pendul elastic.* Oscilatorul propriu-zis constă din corpul C în care se consideră în mod ideal a fi concentrată toată masa lui și din resortul r, considerat fără masă și perfect elastic (fig. 1.9, *a*). Pendulul elastic are o singură posibilitate de mișcare, de-a lungul axei resortului*. Mișcarea pendulului elastic poate fi pusă în evidență prin mișcarea indicatorului I. În adevăr, C și I au aceeași mișcare, deoarece vergeaua IC este rigidă.

În repaus pendulul ocupă o poziție O marcată pe hîrtia milimetrică lipită pe scara dinamometrului (fig. 1.9, *a*). În O forța $\vec{G}$, greutatea corpului C și forța reciprocă $\vec{R}$ din resort își fac echilibru (fig. 1.9, *b*). Pendulul nu părăsește această poziție fără intervenție din afară, motiv pentru care O se numește *poziție de echilibru* (stabil). Scoțîndu-l din poziția de echilibru pînă în B_2, și lăsîndu-l liber pendulul revine către O, trece prin poziția de echilibru și se mișcă mai departe pînă într-o poziție B_1 simetrică față de B_2 în raport cu O. În B_1 pendulul se oprește și se întoarce către B_2 parcurgînd traiectoria în condiții pe care le considerăm ideale,

* Pendulul elastic are tot un singur grad de libertate ca și leagănul.

adică neglijăm frecările (fig. 1.9, *c*). Pendulul efectuează oscilații neamortizate. O astfel de oscilație este fotografiată stroboscopic în figura 1.9, *d*.

Poziția pendulului elastic la un moment dat poate fi descrisă prin distanța y măsurată de-a lungul traiectoriei între poziția momentană M și O



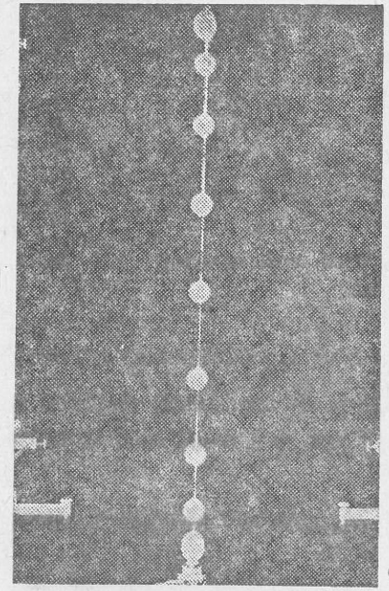


Fig. 1.9. Pendulul elastic.

(fig. 1.10, *a*). Întrucît pentru un y dat există două poziții M și M' simetrice față de O (fig. 1.10, *a* și *b*) distanța $OM = y$ trebuie să se ia cu semn. Alegînd Oy ca axă, y este coordonata punctului M. y, astfel determinat, se numește *elongație liniară*, sau simplu *elongație*. Elongația variază în timp. Elongația are o direcție, un modul și un sens, deci toate atributele unui vector (fig. 1.10, *c* și 1.11). Într-o poziție în care pendulul are elongația $\vec{y}$ în resort acționează în afară de $\vec{G}$ o forță suplimentară:

$$\vec{F} = -k\vec{y}, \tag{1.2}$$

unde k este constanta elastică a resortului (fig. 1.11). Expresia (1.2) a forței $\vec{F}$ este corectă dacă deformația nu este prea mare astfel încît ea să rămînă în limitele unei deformații perfect elastice. Forța $\vec{F}$ are sens contrar elongației și este, prin urmare, întotdeauna orientată spre poziția de echilibru

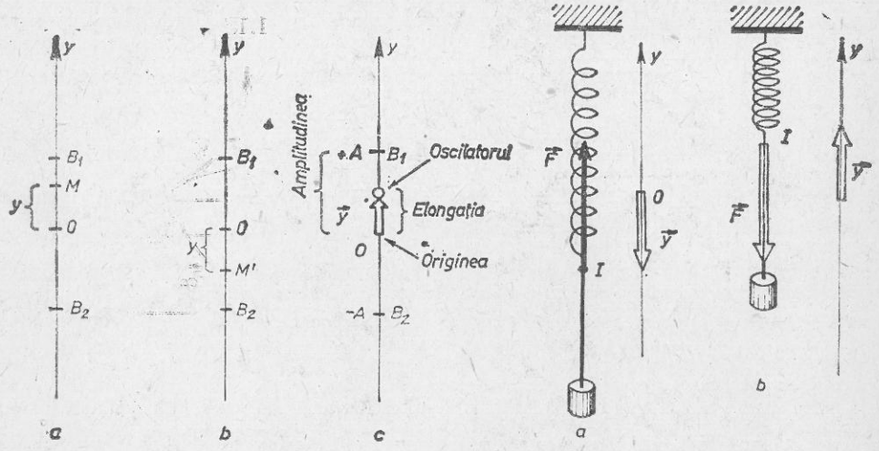


Fig. 1.10. Descrierea mișcării unui oscilator armonic.

Fig. 1.11. Elongația este un vector.

O, fiind o forță de revenire a pendulului spre O cînd el este în altă poziție decît aceea de echilibru. $\vec{F}$ accelerează pendulul mărindu-i viteza cînd acesta se mișcă spre O sau îl frînează cînd se îndepărtează de poziția de echilibru.

Valoarea maximă a modulului elongației se numește *amplitudine*. Amplitudinea este deci pozitivă.

În figura 1.10 amplitudinea este $A = \max |\vec{y}| = OB_1 = OB_2$.

Să urmărim — un interval de timp mai îndelungat — oscilația unui pendul elastic. Pe hîrtia milimetrică de pe dinamometru notăm amplitudinea pentru fiecare oscilație. Găsim amplitudini din ce în ce mai mici. Oscilația este în realitate amortizată (fig. 1.12). Amortizarea oscilațiilor este un efect al frecării. Neglijarea acestora, a masei resortului, a elasticității imperfecte fac ca studiul nostru să se refere la un *oscilator ideal*. De aceea pentru noi pendulul elastic este un *model* al oscilatorului armonic ideal.

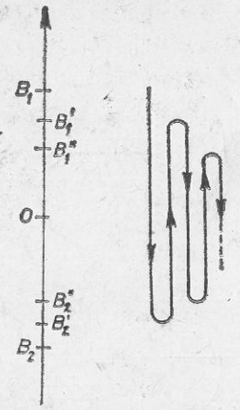


Fig. 1.12. Mișcarea pendulului elastic este amortizată.

1.2.2. Legea mișcării oscilatorului armonic. Pentru studiul mișcării oscilatorului armonic ne folosim de mișcarea circulară uniformă din motive pe care le vom explica la sfîrșitul acestui paragraf.

Urmărim concomitent mișcarea uniformă pe un cerc a punctului M și mișcarea proiecției M'' a lui M pe axa Oy (fig. 1.13, *a*). În timp ce M

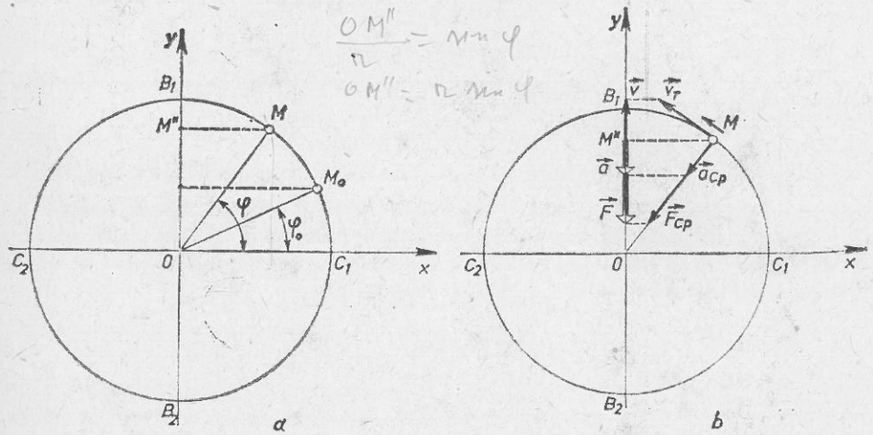


Fig. 1.13. Pentru stabilirea legii de mișcare a oscilatorului armonic.

face o rotație completă pornind din C_1 în sensul arătat, M'' efectuează o oscilație pornind din O așa cum arată figura 1.14.

Poziția lui M la momentul t este dată de mărimea unghiului la centru φ făcut de semiaxa Ox cu raza în M. Dacă ω este viteza unghiulară (constantă) a punctului M care la momentul inițial a fost în C_1, poziția lui M'' este dată de

$$OM'' = y = r \sin \varphi = r \sin \omega t$$

(fig. 1.13,*a*).

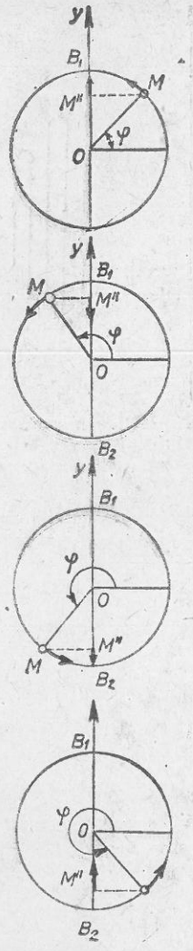


Fig. 1.14. Mișcarea concomitentă a punctului M și a proiecției lui, M''.

OM'' este elongația punctului M'' care poate fi cel mult egală cu raza. Notăm $\max |y| = r = A$, amplitudinea oscilației. Astfel, M'' efectuează o oscilație armonică a cărei lege de mișcare este

$$y = A \sin \omega t. \tag{1.3}$$

y reprezintă coordonata oscilatorului la un moment dat t pe axa Oy.

Viteza punctului M este vectorul $\vec{v}_T$ de modul $v_T = r\omega$ tangent la cerc în M, iar accelerația centripetă $\vec{a}_{cp}$ are modulul $a_{cp} = r\omega^2$ (fig. 1.13, *b*). În consecință, viteza $\vec{v}$ și accelerația $\vec{a}$ ale punctului M'' sînt proiecțiile pe Oy ale vectorilor $\vec{v}_T$ și $\vec{a}_{cp}$. Modulele lor sînt $v = v_T \cos \omega t = r\omega \cos \omega t$ și, respectiv, $a = -a_{cp} \sin \omega t = -r\omega^2 \sin \omega t$. Punînd în evidență amplitudinea, se obțin relațiile vitezei și accelerației punctului M'' în mișcarea oscilatorie armonică

$$v = A\omega \cos \omega t \tag{1.4}$$

$$a = -A\ \omega^2 \sin \omega t \tag{1.5}$$

Mișcarea punctului M'' se desfășoară *ca și cum* asupra lui ar acționa forța $\vec{F}$ îndreptată spre punctul de echilibru O care i-ar imprima accelerația $\vec{a}$ deși, în realitate, asupra *acestui punct nu acționează nici o forță.* Se observă că dacă masa punctului M'' ar fi m atunci $F = ma = -mA\ \omega^2 \sin \omega t$ sau, ținînd seama de (1.3)

$$F = -(m\omega^2)y$$

adică forța ar fi de tip elastic, produsul $m\omega^2$ fiind constant (v. relația (1.2)).

Rezultă că *mișcarea punctului M'' se face la fel ca mișcarea unui punct material de masă m care s-ar deplasa sub acțiunea unei forțe elastice.* Ecuația (1.3) descrie corect atît mișcarea proiecției M'' cît și mișcarea corpului C al pendulului elastic a cărui oscilație se face datorită forței de revenire elastice $\vec{F} = -k\vec{y}$.

Justețea acestei afirmații poate fi probată cu un experiment simplu. Cu fasciculul paralel al unui proiector se luminează un pendul elastic care oscilează cu o frecvență nu prea mare (fig. 1.15). Umbra P' a sferei P, fixată pe discul D care se rotește uniform pe cerc, apare pe ecran alături de umbra C' a bilei C care oscilează armonic. Luminînd din planul discului, umbra C' a lui C ca și umbra lui P efectuează oscilații pe drepte

paralele. Reglînd perioada de rotație a lui P astfel încît să fie egală cu perioada de oscilație a lui C se va observa că mișcarea celor două umbre se face sincronizat.

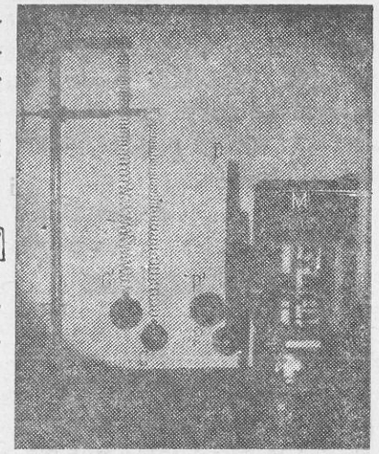


Fig. 1.15. O demonstrație experimentală a justeței analogiei între mișcările punctelor M și M'' din figura 1.14. Discul D este rotit uniform de motorul M.

1.2.3. Caracteristicile mișcării oscilatorii armonice.

1. *Faza.* Argumentului funcției $y = A \sin \omega t$, $\varphi = \omega t$, se numește *faza mișcării oscilatorii.* Faza se măsoară în radiani și este una din mărimile de stare ale oscilatorului. La momentul inițial $t = 0$ faza mișcării este zero, în cazul ecuației (1.3). Dacă oscilatorul M'' ar fi fost la momentul inițial nu în O ci în O_1 corespunzător punctului M_0 de pe cerc, faza la $t = 0$ ar fi fost φ_0 iar la momentul t, $\varphi = \varphi_0 + \omega t$ (fig. 1.13, *a*). Ecuația de mișcare ar fi fost atunci

$$y = A \sin (\omega t + \varphi_0) \tag{1.3'}$$

Se vede că (1.3) este un caz particular al ecuației (1.3') a cărei fază este $\varphi = \omega t + \varphi_0$, cu φ_0 *fază inițială.*

Mărimea ω se numește *pulsație* și se măsoară în radiani pe secundă. Este clar că ω este viteza de variație a fazei, dacă faceți comparație cu ecuația mișcării circulare uniforme.

Observație. **Legile (1.4) și (1.5) de variație a vitezei și a accelerației au forma caracteristică unei oscilații armonice. Se obișnuiește să se spună în acest caz că viteza și accelerația sînt mărimi care oscilează. În capitolul 2 sînt prezentate și alte exemple de mărimi care oscilează avînd legi de variație asemănătoare.**

Se observă că, folosind relația $\cos \omega t = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \omega t\right)$, (1.4) mai poate fi scrisă: $v = A\omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$.

Faza vitezei este $\omega t + \frac{\pi}{2}$. Între viteza și elongația oscilatorului armonic *considerate în această ordine* există o *diferență de fază* sau un *defazaj*,

$$\Delta\varphi = \omega t + \frac{\pi}{2} - \omega t = \frac{\pi}{2}.$$

Se observă că dacă ordinea se schimbă, diferența de fază între elongație și viteză este $\Delta\varphi' = \omega t - \omega t - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$. Dacă diferența de fază între două mărimi oscilatorii armonice este π sau zero mărimile sînt *în opoziție de fază* sau *în concordanță de fază**.

* Pentru acest caz se mai utilizează expresia „*în fază*".

2. *Perioada.* Caracterul periodic al mișcării oscilatorului armonic se reflectă în faptul că ecuația lui de mișcare este exprimată printr-o funcție periodică. Calculăm perioada T a funcției (1.3) considerînd că după un interval de timp egal cu T secunde oscilatorul revine trecînd în același sens prin aceeași poziție. Cum în acest interval faza a variat cu 2π radiani, se poate scrie:

$$A \sin \omega (t + T) = A \sin (\omega t + 2\pi), \text{ sau}$$

$$\omega t + \omega T = \omega t + 2\pi, \text{ de unde:}$$

$\omega T = 2\pi$, perioada fiind

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \tag{1.6}$$

Oscilația armonică a pendulului elastic este determinată de inerție și de forța de revenire de tip elastic $\vec{F} = -k\vec{y}$, care conform legii a doua a dinamicii, imprimă pendulului de masă m o accelerație de aceeași orientare. Deci $\vec{F} = m\vec{a} = -k\vec{y}$ sau transcriind-o scalar și ținînd seama de (1.3) și (1.5) se obține succesiv:

$$-kA \sin \omega t = -mA\omega^2 \sin \omega t$$

relație satisfăcută în orice moment. Rezultă:

$$k = m\omega^2 \tag{1.7}$$

și folosind (1.6) avem succesiv $k = m\frac{4\pi^2}{T^2}$ și

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \tag{1.8}$$

Observăm că *perioada oscilației armonice depinde de proprietățile inerțiale (prin masa m) și elastice (prin k, constanta elastică) și nu depinde de condițiile inițiale, adică de amplitudinea A.* Un anumit pendul elastic (m, k, date) are o anumită *perioadă proprie*, fapt observat experimental în § 1.1.3.

Este evident, ținînd seamă de 1.1, că orice pendul elastic are și o *frecvență proprie:*

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Dependența exprimată de (1.8) este explicabilă din punct de vedere fizic. Pentru o masă dată, dacă forța elastică crește rapid cu distanța (k, mare), corpul este frînat într-un interval mai scurt, revine deci mai repede spre poziția de echilibru (T, mic), și invers. Dacă pentru un k dat masa m a corpului este mare, aceeași forță produce o accelerație mai mică și corpul este frînat mai lent (T, mare), și invers.

Relația (1.8) reflectă condițiile idealizate discutate la începutul paragrafului 1.2.1. Se mai spune că mărimile care descriu proprietățile inerțiale (masa — m) și elastice (k — constanta elastică) ale oscilatorului armonic sînt *concentrate.*

1.2.4. Rreprezentarea geometrică a mișcării oscilatorului armonic

1) *Reprezentarea grafică.* Variația funcției (1.3) este dată în tabelul următor în care s-au trecut cîteva valori ale lui t în decurs de o perioadă: $t \in \left[0, \frac{2\pi}{\omega}\right]$, deoarece funcția sinus este periodică.

t	0	$\frac{\pi}{2\omega}$	$\frac{\pi}{\omega}$	$\frac{3\pi}{2\omega}$	$\frac{2\pi}{\omega}$
ωt	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	0	A	0	$-A$	0

Graficul funcției, desenat în figura 1.16, *a*, este o sinusoidă. S-a figurat și graficul oscilației (1.3') care este defazată cu $\Delta\varphi = \omega t + \varphi_0 - \omega t = \varphi_0$

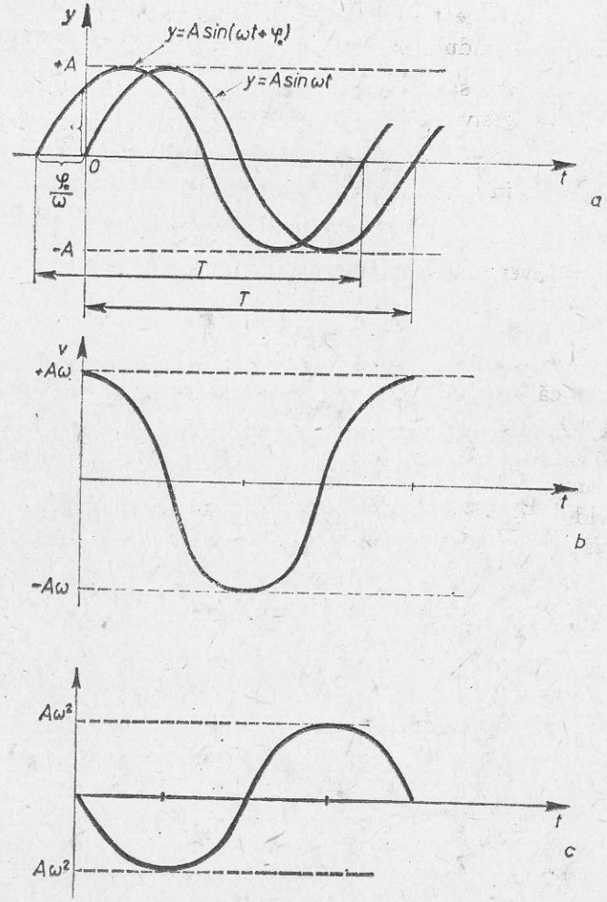


Fig. 1.16. Reprezentarea grafică a elongației (*a*), vitezei (*b*) și accelerației oscilatorului armonic (*c*).

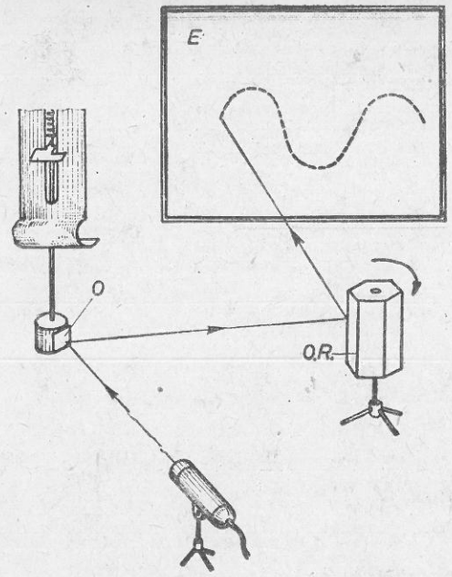


Fig. 1.17. Obținerea unei oscilograme cu ajutorul oglinzii rotitoare.

înaintea oscilației (1.3). Întrucît perioada și amplitudinea ambelor oscilații sînt aceleași, graficul lui (1.3′) se desenează printr-o translație în stînga cu $\frac{\varphi_0}{\omega}$.

În figurile 1.16, *b*, 1.16, *c* sînt reprezentate funcțiile 1.4 și 1.5 defazate cu $\frac{\pi}{2}$ și, respectiv, cu π înaintea elongației (1.3).

Un procedeu experimental simplu ne poate face „să vedem" sinusoida din figura 1.16, *a*. În figura 1.17 fasciculul care cade pe o mică oglindă *O* atașată pendulului se reflectă pe o oglindă rotitoare (*O.R*). Astfel, oscilația sus-jos a pendulului elastic se compune cu deplasarea pe orizontală a oglinzii dînd pe ecran o sinusoidă. Rotația oglinzii trebuie să fie uniformă pentru a nu deforma curba. S-a obținut prin acest procedeu, o *oscilogramă*. Se va studia în capitolul următor un dispozitiv electronic (osciloscopul electronic) cu ajutorul căruia se pot obține oscilograme precise pentru studiul oscilațiilor fizice.

2) *Reprezentarea prin fazori* (Fresnel)*. În locul vectorului $\vec{y}$ se alege vectorul $\vec{r}$ a cărui proiecție pe axa Oy este $\vec{y}$ și care are o mișcare de rotație în sens contrar acelor unui ceas cu o viteză unghiulară ω făcînd la un moment dat unghiul de fază $\varphi = \omega t$ cu semiaxa Ox, originea fazelor.

Vectorul $\vec{r}$ se numește fazor (fig. 1.18, *a*). Modulul lui $\vec{r}$ este egal cu amplitudinea mișcării oscilatorii. În figura 1.18, *b* este reprezentat fazorul corespunzător oscilației (1.3′).

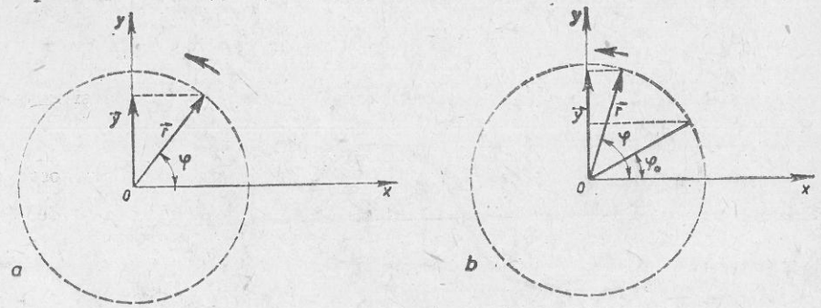


Fig. 1.18. Reprezentarea prin fazori.

* Imaginată de Augustin Jean Fresnel (1788—1827), fizician francez.

Exemple de calcul. 1. Un oscilator armonic cu amplitudinea oscilației de $8 \cdot 10^{-3}$ m se află la 0,01 s de la începerea oscilației la o depărtare de $4 \cdot 10^{-3}$ m de poziția de echilibru în care s-a găsit la momentul inițial. Să se calculeze:

a) pulsația oscilatorului;
b) perioada oscilației;
c) frecvența oscilației;
d) viteza oscilatorului în poziția dată;
e) accelerația oscilatorului în poziția dată.

Rezolvare:

a) Ecuația de mișcare este dată de (1.3)

$$y = A \sin \omega t$$

care pentru momentul $t = 0{,}01$ s se scrie

$$4 \cdot 10^{-3} = 8 \cdot 10^{-3} \sin \omega t,$$

de unde rezultă

$$\sin \omega t = \frac{1}{2} \text{ sau } \omega t = \frac{\pi}{6} \text{ și } \omega = \frac{\pi}{6t} = \frac{\pi}{6 \cdot 10^{-2}} = \frac{100\pi}{6} = \frac{50\pi}{3} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right).$$

b) Perioada se găsește aplicînd relația (1.6):

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{6\pi}{50\pi} = 0{,}12 \text{ (s)}.$$

c) Frecvența se calculează din relația (1.1)

$$\nu = \frac{1}{T} \approx 8{,}33 \text{(Hz)}.$$

d) Viteza este dată de relația (1.4). Înlocuind și ținînd seama că $\omega t = \frac{\pi}{6}$

$$v = A\omega \cos \omega t = 8 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{50\pi}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}36 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right).$$

e) Accelerația, dată de (1.5) este:

$$a = -\omega^2 y = -\left(\frac{50\pi}{3}\right)^2 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = -10{,}96 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right).$$

2. Legea de mișcare a unui oscilator armonic este exprimată în S I astfel:

$$y = 2 \cdot 10^{-2} \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right). \quad \text{(I)}$$

a) Să se calculeze perioada, frecvența, amplitudinea, faza inițială și elongația la momentul inițial.
b) Să se reprezinte grafic legea de mișcare.
c) Să se scrie și să se reprezinte grafic legea de mișcare a unui alt oscilator cu aceleași caracteristici, dar care oscilează în avans de fază cu $\frac{\pi}{12}$ față de (I).

Rezolvare:

Se compară direct legea de mișcare cu legea generală (1.3′); $y = A \sin(\omega t + \varphi_0)$.

a) $A = 2 \cdot 10^{-2}$ m, $\omega = 100\pi \frac{\text{rad.}}{\text{s}}$, $\varphi_0 = -\frac{\pi}{6}$.

Perioada și frecvența sînt:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{100\pi} = \frac{1}{50}\ (\text{s}),$$

$$\nu = \frac{1}{T} = 50\ \text{Hz},$$

iar elongația la momentul inițial

$$y_0 = 2 \cdot 10^{-2} \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -10^{-2}(\text{m}).$$

b) Pentru simplificare, în loc de a reprezenta oscilația (I), ne ocupăm mai întîi de oscilația:

$$y = 2 \cdot 10^{-2} \sin 100\ \pi t \quad \text{(II)}$$

defazată cu $\frac{\pi}{6}$ radiani înaintea oscilației I. $\left(\text{Într-adevăr notînd cu } \varphi_1 \text{ și } \varphi_2 \text{ fazele oscilației I și, respectiv II se obține } \Delta\varphi = \varphi_{II} - \varphi_I = 100\ \pi\ t - 100\ \pi t + \frac{\pi}{6}\right)$. Se alcătuiește tabelul de variație în care se determină valorile lui t pentru fazele φ care dau valorile principale ale funcției dintr-un interval $t \in \left[0, \frac{1}{50}\right]$, adică o perioadă:

φ(rad)	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
t(s)	0	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{3}{200}$	$\frac{1}{50}$
y(m)	0	$2 \cdot 10^{-2}$	0	$-2 \cdot 10^{-2}$	0

Reprezentăm grafic oscilația (II) și apoi efectuăm o translație a graficului cu $\frac{\pi}{6}$ rad spre dreapta (fig. 1.19, *a*).

c) Legea de mișcare a oscilatorului este

$$y = 2 \cdot 10^{-2} \sin\ (100\pi t + \varphi_x)$$

unde φ_x este faza la momentul inițial și trebuie determinată. Notînd cu φ_3 faza acestui oscilator rezultă $\Delta\varphi = \varphi_3 - \varphi_1 = \frac{\pi}{12}$ din enunț. Deci:

$$\varphi_3 - \varphi_1 = (100\ \pi t + \varphi_x) - \left(100\ \pi t - \frac{\pi}{6}\right) = \varphi_x + \frac{\pi}{6}$$

sau

$$\varphi_x = \frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{12}.$$

Deci legea de mișcare cerută are forma

$$y = 2 \cdot 10^{-2} \sin\left(100\ \pi t - \frac{\pi}{12}\right) \quad \text{(III)}$$

care este reprezentată pe graficul 1.19, *a* printr-o linie groasă. Fazorial, I și II sînt reprezentate pe figura 1.19, *b*.

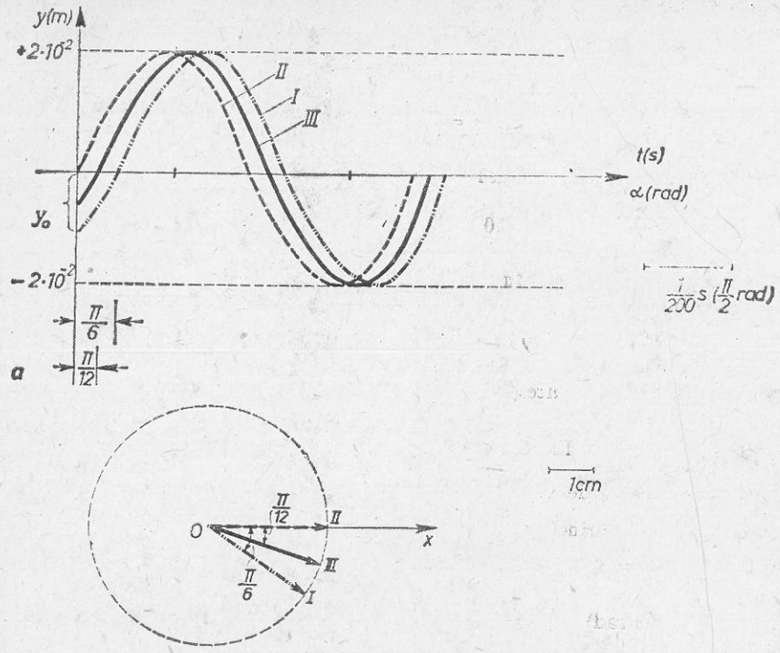


Fig. 1.19. Pentru exemplul de calcul.

1.2.5. Energia oscilatorului armonic. În timpul desfășurării oscilațiilor unui oscilator armonic se efectuează un proces continuu de transformare a energiei mecanice din formă potențială în cinetică și invers.

La un moment dat t cînd elongația este y energia potențială a oscilatorului este

$$E_p = \frac{ky^2}{2}, \quad (1.9)$$

unde k este constanta elastică a resortului. Funcția (1.9) este reprezentată în figura 1.20. Graficul (E_p) este o parabolă cu vîrful în origine, simetrică față de axa OE, cu domeniul de definiție $y \in [-A; +A]$.

În același moment t energia cinetică este

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 \quad (1.10)$$

unde m și v sînt masa oscilatorului și, respectiv, viteza lui în acel moment.

Să reprezentăm grafic pe figura 1.20 energia cinetică. Pornind de la 1.10 se scrie folosind (1.3) și (1.4)

$$E_c = \frac{mA^2\ \omega^2 \cos^2 \omega t}{2} = \frac{kA^2(1 - \sin^2 \omega t)}{2} = \frac{1}{2} k(A^2 - y^2)$$

expresie al cărei grafic este tot o parabolă simetrică față de OE, cu vîrful

în sus, situat în punctul de coordonate $y = 0$, $E = \frac{1}{2} kA^2$ și cu domeniul de definiție în același interval ca și E_p. Pe figura 1.20 valorile energiilor cinetică și potențială sînt marcate pentru o elongație oarecare cu acolade. Înlocuind în (1.9) și (1.10) expresiile (1.3) și (1.4) se obțin relațiile:

$$E_p = \frac{kA^2 \sin^2 \omega t}{2} \text{ și } E_c = \frac{mA^2 \omega^2 \cos^2 \omega t}{2} \tag{1.11}$$

care însumate dau, folosind relația (1.7):

$$E_p + E_c = \frac{m\omega^2 A^2 (\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t)}{2} = \frac{1}{2} mA^2\omega^2 = \frac{1}{2} kA^2,$$

deoarece $\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t = 1$.

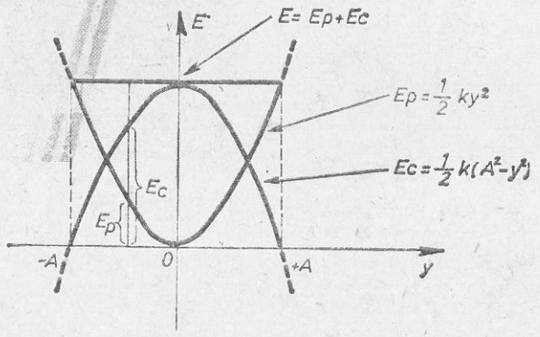


Fig. 1.20. Graficul energiei oscilatorului armonic.

Suma dintre energia potențială și energia cinetică este *energia mecanică totală* E a oscilatorului. Deci

$$E = \frac{1}{2} mA^2\omega^2 = \frac{1}{2} kA^2 = 2\pi^2\nu^2 mA^2. \tag{1.12}$$

Rezultă că

energia mecanică totală a oscilatorului este constantă în timp.

Acest rezultat este firesc, deoarece s-a considerat că după excitarea inițială a oscilatorului, acesta execută oscilații în condiții perfecte de izolare. În expresia (1.12) intervin factori care depind de caracteristicile oscilatorului ν și m și un factor A care nu depinde de oscilator, ci de perturbația inițială. (Să ne reamintim că oscilațiile nu depășesc amplitudinea perturbației inițiale.)

Energia totală este reprezentată de funcția constantă (fig. 1.20)

$$E = \frac{1}{2} kA^2$$

cu același domeniu de definiție $y \in [-A, +A]$.

Energia mecanică a oscilatorului este o caracteristică a stării oscilatorului.

Există două moduri de reprezentare a acestei mărimi:

1. *Printr-un spectru.* Aceasta este o prezentare a energiei în funcție de frecvență (fig. 1.21, *a*) ν_p este frecvența proprie (6 Hz). În figura 1.21, *b* se vede o fotografie luată pe ecranul osilografului unui analizator*. Sînt prezente oscilații de diferite frecvențe. Este evident că energia oscilației cu frecvența $\nu = 660$ Hz este cea mai mare (≈ 35 J).

2. *Printr-o schemă de nivele energetice* în care se înscrie numai energia totală (fig. 1.21, *c*). Energia oscilatorului este aceeași în cazurile *a* și *c* (30 J).

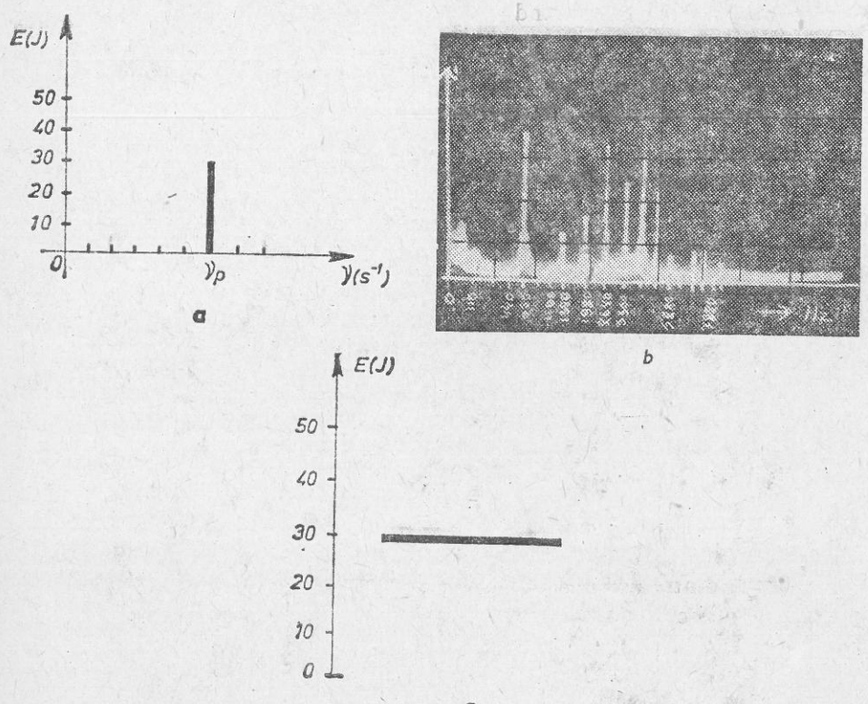


Fig. 1.21. Un spectru al unei oscilații.

Graficul 1.20 descrie și transformarea energiei mecanice a unui oscilator armonic din forma cinetică în potențială și invers. Se observă că în momentul în care pendulul elastic își atinge amplitudinea energia oscilatorului este exclusiv potențială. În mișcarea de revenire energia potențială scade, crescînd energia cinetică; în punctul O energia cinetică e maximă, cea potențială anulîndu-se. Mișcîndu-se în continuare datorită inerției, transformările au loc invers pînă la întoarcerea pendulului din nou către poziția de echilibru.

* Aparat care analizează prin procedee electronice frecvența și energia unei oscilații și o fixează pe tubul unui osilograf electronic, dispozitiv care va fi descris în capitolul următor.

Această transformare periodică a energiei unui oscilator mecanic ideal din forma potențială în cinetică și invers constituie o caracteristică esențială a procesului de oscilație.

Se va regăsi această caracteristică pentru orice fel de oscilație dar, bineînțeles, pentru alte forme de energie.

Exemplu de calcul. De un resort elastic a cărui constantă elastică este de $k = 10^3$ N·m^{-1} este suspendat un corp de masă $m = 0{,}1$ kg. Pendulul elastic astfel format oscilează. Impulsul pendulului la distanța $y_1 = 3$ cm de poziția de echilibru este $p_1 = 0{,}3\sqrt{3}$ kg·m·s^{-1}. Se cer:

a) legea de mișcare (faza inițială este nulă);

b) energia cinetică și potențială în momentul în care $y_2 = 2$ cm.

Rezolvare:

a) Pulsația se află din relația (1.7)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10^3}{0{,}1}} = 10^2 \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right).$$

Pentru a calcula amplitudinea folosim condițiile date:

elongația $y_1 = A \sin \omega t_1$ (I)

și impulsul p_1 când elongația este y_1

$$p_1 = mv_1 = mA\omega \cos \omega t_1 \text{ sau } \frac{p_1}{m\omega} = A \cos \omega t_1. \quad \text{(II)}$$

Ridicînd I și II la pătrat și adunîndu-le se obține:

$$A = \sqrt{y_1^2 + \frac{p_1^2}{m^2\omega^2}} = 6 \cdot 10^{-2} \text{(m)}.$$

Legea de mișcare se scrie:

$$y = 6 \cdot 10^{-2} \cdot \sin 10^2 t.$$

b) Când $y_2 = 2$ cm energia potențială este

$$E_p = \frac{ky_2^2}{2} = \frac{10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{2} = 0{,}2 \text{ (J)}.$$

Energia cinetică poate fi aflată fie prin calcularea în prealabil a pătratului vitezei v_2^2 când $y_2 = 2$ cm fie prin scăderea energiei potențiale din energia totală, ceea ce este mai simplu. Vom proceda în ambele feluri.

I. Pătratul vitezei este

$$v_2^2 = A^2\omega^2 \cos^2 \omega t$$

dar din ecuația 1.3 $\sin \omega t = \frac{y_2}{A}$ și înlocuind în relația precedentă obținem:

$$v_2^2 = A^2\omega^2 \left(1 - \frac{y_2^2}{A^2}\right) = 36 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4 \frac{36 \cdot 10^{-4} - 4 \cdot 10^{-4}}{36 \cdot 10^{-4}} = 32 \left(\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}\right).$$

Deci $E_c = \frac{1}{2} mv_2^2 = \frac{1}{2} 10^{-1} \cdot 32 = 1{,}6$ (J).

II. Energia totală este, după (1.12),

$$E_{tot} = \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} \cdot 10^3 \cdot 36 \cdot 10^{-4} = 1{,}8 \text{ (J)}.$$

Se observă că:

$$E_c = E_{tot} - E_p = 1{,}8 - 0{,}2 = 1{,}6 \text{ (J)},$$

exact rezultatul obținut prin calculul direct.

1.2.6. Pendulul gravitațional. În figura 1.22 este prezentată o mică sferă de masă m suspendată de un fir subțire, ușor și foarte puțin extensibil. Acest pendul este un model de pendul gravitațional ideal. Poziția de echilibru a pendulului este la verticală. Deplasat lateral și lăsat apoi liber pendulul oscilează (fig. 1.23). Este această mișcare o oscilație armonică?

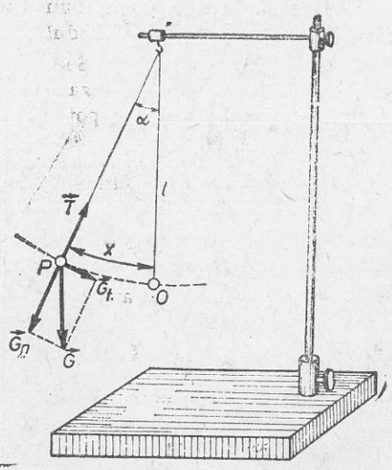


Fig. 1.22. Pendulul gravitațional (model de laborator).

Observăm că forța de readucere în poziția de echilibru are modulul $G_t = G \sin \alpha$, unde G este greutatea sferei, iar α elongația unghiulară.

Devierea la un moment dat a pendulului P față de poziția de echilibru

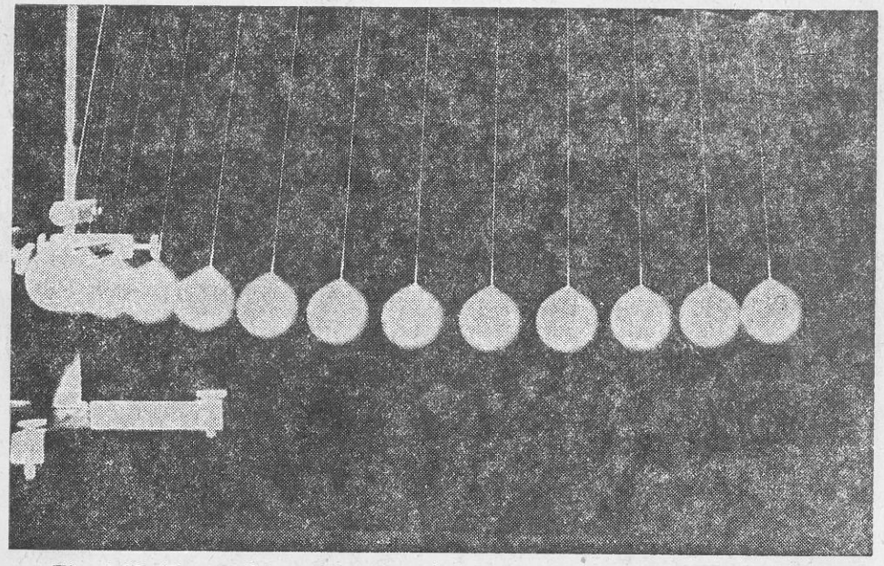


Fig. 1.23. Fotografie stroboscopică a oscilațiilor unui pendul gravitațional.

este dată de arcul $PO = x = l\alpha$, unde l este lungimea pendulului, α fiind măsurat în radiani. Se observă că forța de revenire nu este proporțională cu deviere. Forța de revenire nu este de tip elastic, iar oscilația pendulului nu este armonică. La pendulul gravitațional nu se mai poate vorbi de o perioadă proprie. Oscilațiile lui nu sînt izocrone*, adică două oscilații cu amplitudine diferită au perioade diferite. Acest fapt a fost observat chiar de Galilei.

Dar să privim cu atenție tabelul de valori ale sinusului unui arc:

α		sin α
grade (sexagesimale)	radiani	
0°	0	0,00000
0°10′	0,0029	0,00291
0°20′	0,0058	0,00582
0°30′	0,0087	0,00873
0°40′	0,0116	0,01164
0°50′	0,0145	0,01454
1°	0,0175	0,01745
2°	0,0349	0,03490
3°	0,0524	0,05234
4°	0,0698	0,06976
5°	0,0873	0,08716
6°	0,1047	0,10145
7°	0,1396	0,12183

Observăm că pentru $\alpha < 0{,}0873$ radiani (5°) $\alpha \approx \sin \alpha$. În aceste cazuri (oscilații mici) forța de revenire poate fi scrisă sub forma:

$$G_t = mg \sin \alpha \approx mg\,\alpha = mg \frac{x}{l} = \frac{mg}{l} x. \qquad (1.13)$$

Pentru unghiuri α mici forța de revenire este aproximativ de tip elastic (forță *cvasielastică*). Cu această observație se poate aplica relația (1.8) pentru calcularea perioadei oscilațiilor pendulului cînd amplitudinea este sub 5°:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\frac{mg}{l}}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \qquad (1.14)$$

deoarece în relația forței de revenire $k = \frac{mg}{l}$.

Se observă că perioada micilor oscilații ale pendulului gravitațional nu depinde de masa lui.

* Izo = același; cronos = timp (l. greacă)

Oscilațiile sub 5° ale pendulului se efectuează deci sub acțiunea unei forțe de revenire *cvasielastică*. Pendulul gravitațional poate fi considerat în aceste condiții un oscilator armonic. Relația 1.11 permite calcularea cu aproximație a perioadei pendulului gravitațional. Aproximarea este cu atît mai bună cu cît amplitudinea unghiulară este mai mică. În probleme, 1.11 se utilizează și pentru calculul perioadei la amplitudini mult mai mari de 5°. Bineînțeles eroarea este în aceste cazuri destul de mare (vezi problema 24).

Ca și în cazul pendulului elastic, în procesul oscilației se produc transformări ale energiei mecanice din formă potențială în cinetică și invers, studiate în clasa a IX-a (vezi și paragraful următor).

Exemplu de calcul. Pentru a dovedi că Pămîntul se rotește Foucault* a construit un pendul de 67 m cu o bilă de masă egală cu 28 kg. El a suspendat pendulul sub cupola Panteonului din Paris. Un indice plasat sub punctul de fixare a bilei lăsa urme pe nisipul fin, strîns sub forma unui cerc cu raza de 2,5 m, centrul fiind pe verticala pendului aflat în echilibru. Amplitudinea este de 3 m. Să se calculeze:

a) perioada oscilațiilor;

b) ecuația de mișcare a bilei.

c) Ce demonstrează deplasarea continuă și în același sens a urmelor lăsate pe nisip de indicele pendulului? Se ia $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

d) Energia potențială a pendulului în poziția în care lasă urma pe nisip.

Rezolvare:

a) Perioada este dată de (1.11)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{67}{9{,}8}} \approx 16{,}4\ \text{(s)}.$$

b) La o amplitudine de 3 m, și pentru o lungime de 67 m, $\sin \alpha \approx \frac{3}{67} \approx$ $\approx 0{,}045$, ceea ce ne dă dreptul, conform tabelului de la pagina 32 să considerăm oscilația cvasiarmonică. Deci, considerînd faza inițială nulă,

$$y = A \sin \omega t$$

$$\text{sau, cum } \omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{9{,}8}{67}} = 0{,}38\ \frac{\text{rad}}{\text{s}};$$

$$y = 3 \sin 0{,}38\ t.$$

c) Oscilația liberă a unui pendul se face într-un sistem inerțial mereu în același plan vertical. Deplasarea urmei lăsate pe nisip poate fi interpretată doar ca mișcare a Pămîntului însuși. Cînd Pămîntul se rotește în jurul axei sale poziția pardoselei pe care se află nisipul se modifică față de planul de oscilație rămas neschimbat. Observatorul din sistemul legat de Pămînt, care nu-și dă seama de mișcarea Pămîntului, afirmă rotația planului pendulului.

d) Notînd cu α' unghiul între fir și verticală în poziția dată se obține:

$$E_p = mgl\ (1 - \cos\alpha') \approx 375\ \text{J}.$$

* Leon Foucault (1819—1868), fizician francez.

1.2.7. Groapă de energie potențială. Condiția ca un sistem să efectueze oscilații libere. Vom analiza cei doi oscilatori ideali, pendulul elastic și pendulul gravitațional, din punct de vedere al energiei potențiale.

1. La *pendulul elastic* luînd ca nivel energetic de referință energia potențială a oscilatorului în poziția de echilibru, energia potențială cînd oscilatorul are elongația y este dată de funcția 1.9 reprezentată în figura 1.20. Se observă că în poziția de echilibru energia potențială are un minim, întrucît forma curbei $E_p = \frac{1}{2} ky^2$ este asemănătoare cu o groapă, se spune că pendulul se află în poziția de echilibru într-o *groapă de energie potențială*.

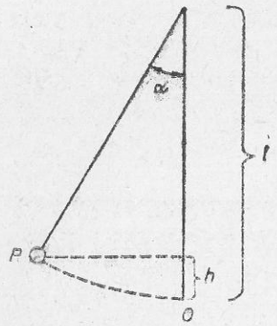


Fig. 1.24. Schemă pentru calcularea energiei pendulului gravitațional.

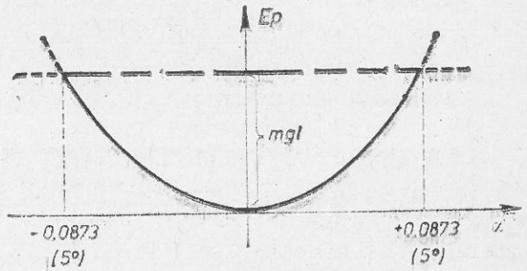


Fig. 1.25. Graficul energiei potențiale.

Ieșirea oscilatorului din această poziție nu se poate face de la sine, ci numai prin intervenția unui sistem exterior, într-un proces de transfer de energie. Deîndată ce pendulul elastic a fost scos din poziția de echilibru, apare o forță de revenire care readuce oscilatorul în această poziție ($y = 0$) pentru care $F = 0$. Din acest motiv poziția aceasta este de *echilibru stabil*.

2. La *pendulul gravitațional* luăm ca nivel energetic de referință energia lui în poziția de echilibru. Astfel, într-o poziție laterală energia potențială este (fig. 1.24):

$$E_p = mgh = mg\,(l - l\cos\alpha) = mgl - mgl\cos\alpha.$$

Graficul acestei funcții este arătat în figura 1.25. Se observă că expresia energiei potențiale este o diferență de doi termeni. Primul, mgl, fiind constant este reprezentat printr-un segment de dreaptă paralel cu 0α la distanța mgl, iar al doilea printr-un arc de cosinusoidă care nu a fost figurat. Funcția este definită pe un interval pentru care oscilațiile pendulului mai sînt armonice (oscilații mici).

Se observă că în poziția de echilibru ($\alpha = 0$) și $E_p = 0$, deci pendulul are energia potențială minimă. La fel ca în cazul pendulului elastic oscilatorul nu părăsește de la sine această poziție. Forța de revenire (1.13) readuce pendulul în poziția de echilibru care este o poziție stabilă. În această poziție ($\alpha = 0$), $G_t = 0$.

Concluzie. În ambele cazuri, energia potențială a oscilatorului este o funcție care în intervalul de definiție admite un minim. În poziția de echilibru oscilatorul se află într-o groapă de energie potențială ceea ce conferă acestei poziții calitatea de a fi de echilibru stabil. Scoaterea corpului din această poziție (excitarea lui) și lăsarea lui liberă determină revenirea la poziția de echilibru și efectuarea unor oscilații.

Orice sistem aflat în echilibru stabil într-o groapă de energie potențială are posibilitatea să oscileze liber în jurul poziției pentru care energia potențială este minimă.

Această concluzie a fost dedusă pentru oscilatori la care energia potențială este de natură elastică sau gravitațională. Dar se va vedea, în alte capitole, că afirmația rămîne valabilă pentru orice sistem care se află într-o groapă de energie potențială indiferent de ce natură este această energie.

Nu toate corpurile pot efectua oscilații libere, de exemplu bila din figura 1.1,*a*. În acest caz orice poziție a bilei este de echilibru (stabil).

1.2.8. Studiul transferului energiei între oscilator și un sistem exterior lui. În cele ce urmează vom întreprinde un studiu sistematic experimental al acestei probleme. Ne folosim în acest scop de aparatul din figura 1.26. care ne ajută să modelăm procesele care ne interesează. În toate experimentele care vor fi efectuate atît sistemul excitator, cît și cel excitat va fi un pendul gravitațional. Modificările energetice ale sistemului vor putea fi urmărite prin observarea variației amplitudinii oscilațiilor măsurată cu un raportor atașat aparatului.

1. Transferul energetic între oscilator și mediu poate fi în primul rînd un transfer de la oscilator la mediul înconjurător, o disipare a energiei oscilatorului. Vom considera două cazuri: *a)* cînd frecarea este redusă și *b)* cînd frecarea este foarte mare.

a) Acest proces are ca efect întotdeauna amortizarea oscilațiilor. Amplitudinea oscilațiilor devine tot mai mică în timp, pînă la stingerea lor completă (a se vedea de exemplu fig. 1.3).

b) Cînd forța de frecare este foarte mare oscilatorul lăsat liber nu poate depăși poziția de echilibru, întreaga energie primită în procesul de

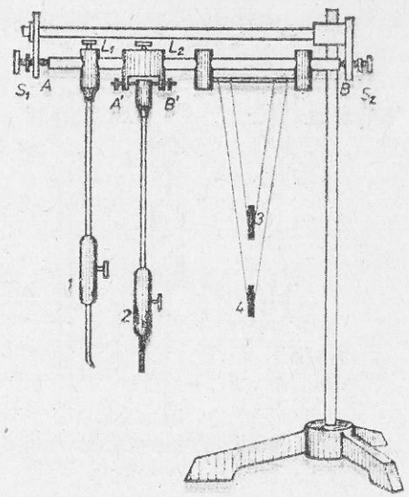


Fig. 1.26. Aparat cu pendule gravitaționale.

excitație fiind disipată mediului înconjurător pe drumul de revenire pînă în poziția de echilibru, unde rămîne în repaus. Mișcarea nu mai este periodică, ea se numește *aperiodică*. O astfel de mișcare execută un pendul elastic sau gravitațional introdus într-un mediu rezistent, de exemplu într-un lichid vîscos. Faceți acest experiment. Veți observa că mișcarea de revenire a

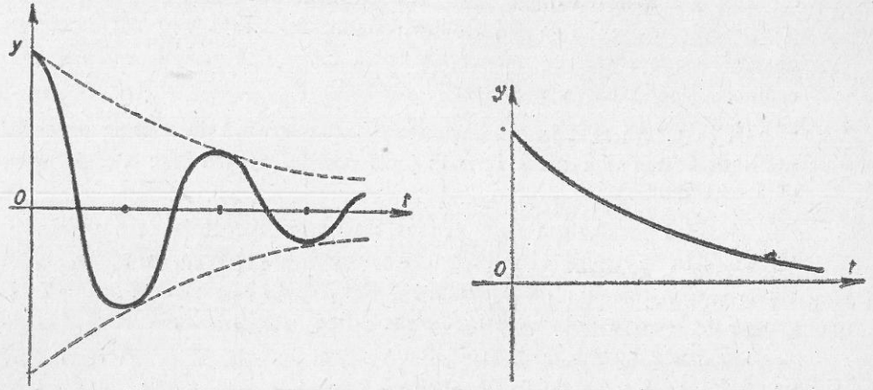


Fig. 1.27. *a)* Oscilație amortizată; *b)* mișcare aperiodică.

pendulului este repede frînată devenind extrem de lentă în apropierea poziției de echilibru. În figura 1.27 sînt reprezentate grafic legile de mișcare pentru doi oscilatori: în figura 1.27, *a* se observă o oscilație amortizată, iar în figura 1.27, *b*, o mișcare aperiodică.

2. În cele ce urmează studiem transferul energiei de la un sistem exterior la oscilator. Studiem mai întîi procesul de transfer energetic între un oscilator masiv și unul ușor. Pentru aceasta scoatem pendulele 3 și 4 (fig. 1.26) și înlocuim, pendulu l2 printr-un pendul greu 2′ pe care îl montăm pe axul $A'B'$ (fig. 1.28). Pendulele 1 și 2′ sînt cuplate prin intermediul axului $A'B'$, lagărului L_2 fixat de axul AB ca și lagărul L_1. Cuplajul poate fi reglat prin strîngerea șurubului S_1, frecarea axului AB fiind în acest mod mărită. Oscilațiile pendulului 1 vor fi astfel mai puțin sau mai mult amortizate.

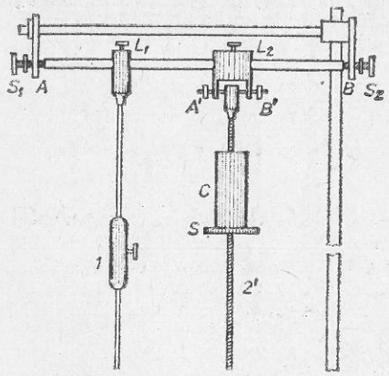


Fig. 1.28. Aparatul din figura 1.26 modificat pentru studierea rezonanței.

a) *Cazul în care mișcarea pendulului excitat este mult amortizată.* Începem prin a pune în oscilație pendulul excitator (2′) al cărui corp C este fixat sus* (fig. 1.28). Îi dăm o anumită amplitudine unghiulară, de exemplu 20°, și urmărim oscilația pendulului excitat (1)

* Cu ajutorul șaibei cu filet, S.

a cărui perioadă de oscilație a fost determinată în prealabil ($T = 1{,}2$ s). Observăm că oscilația lui are aceeași perioadă cu aceea a pendulului excitator și este defazată puțin în urma acestuia, dar are o amplitudine mult mai mică.

Refacem de mai multe ori experimentul păstrînd fixă perioada pendulului ușor și mărind treptat perioada excitatorului prin coborîrea corpului C pe tijă. În tabelul următor sînt înscrise rezultatele unui astfel de experiment:

Numărul determinării	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Amplitudinea pendulului excitat (în grade sexagesimale)	1	3	3	4	4	5	6	7	6	5	5	3	2	2

S-au notat pozițiile corpului C pe tijă pentru încercările 7, 8 și 9 și s-au determinat separat cu cronometrul perioadele corespunzătoare. S-au găsit, respectiv, valorile 1,3; 1,4 și 1,5 s. Se constată că:

Amplitudinea pendulului excitat crește ușor pentru valori ale perioadei excitatorului situate într-un interval de valori apropiate de valorile perioadei proprii a pendulului excitat.

Oscilațiile unui sistem sub acțiunea periodică a altui sistem se numesc *oscilații forțate*. În figura 1.29 prin curba 1, se reprezintă grafic dependența amplitudinii oscilațiilor unui sistem excitat, care oscilează cu o amortizare mare, în funcție de perioada unui sistem excitator de masă mare. Se conturează vag o creștere a amplitudinii sistemului excitat de felul celei observate în experimentul precedent. Curbele trasate în acest grafic sînt însă construite pe baza unor date obținute cu dispozitive experimentale care permit determinări cantitative mai precise. Aceste curbe se numesc *de răspuns* pentru că înregistrează *reacția* sistemului excitat la excitațiile primite din afară.

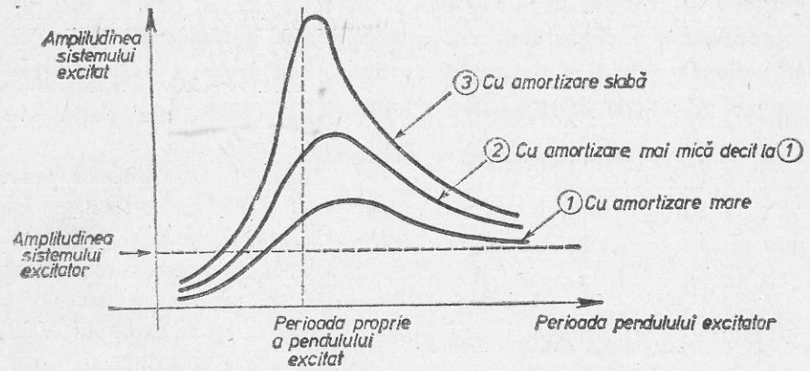


Fig. 1.29. Curbe de răspuns ale unui sistem oscilant excitat cu o forță perturbatoare periodică.

b) *Cazul în care mișcarea pendulului excitat este puțin amortizată.* După slăbirea șurubului S_1 refacem întocmai seria de experimente descrise la punctul *a*. Frecarea din lagărele *A* și *B* se micșorează ceea ce conduce la micșorarea amortizării oscilațiilor pendulului 1. Se observă că oscilațiile pendulului excitat au aceeași perioadă cu perioada excitatorului, dar sînt defazate în urma oscilațiilor excitatorului și au amplitudini mult mai mari.

În tabelul următor sînt date rezultatele unei serii de determinări cu aceleași pendule ca în cazul *a* și aceeași amplitudine inițială a excitatorului (20°).

Numărul determinării	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Amplitudinea pendulului excitat (în grade sexagesimale	8	12	14	16	18	22	23	19	17	15	13	13	13	13

S-au măsurat perioadele de oscilație ale excitatorului corespunzătoare determinărilor 6 și 7 și s-au găsit valori apropiate de perioada pendulului excitat ($T = 1{,}2$ s), rămasă neschimbată.

Se observă că în noile condiții amplitudinea sistemului excitat crește în mod evident pentru valori ale perioadei oscilațiilor excitatorului egale aproximativ cu perioada proprie a sistemului excitat.

În figura 1.29 este reprezentată grafic (curba 2), pe baza datelor obținute cu dispozitive perfecționate, dependența amplitudinii unui sistem excitat, care oscilează cu o amortizare mai slabă decît în cazul curbei 1, în funcție de perioada excitatorului. Se observă că în acest caz curba prezintă un maxim pronunțat pentru intervalul de valori situat în vecinătatea perioadei proprii a sistemului excitat. Dar, deoarece creșterea amplitudinii înseamnă mărirea energiei sistemului, rezultă că:

transferul energiei de la excitator la sistemul excitat, care se face pentru orice perioadă a excitatorului, este maxim pentru perioade aflate în vecinătatea perioadei proprii a sistemului excitat. Acest proces selectiv de transfer de energie între două sisteme fizice se numește *rezonanță.*

Oscilatorul excitat se numește *rezonator*, iar sistemul care excită, *excitator*.

Cu cît amortizarea rezonatorului este mai slabă, cu atît curba amplitudinii prezintă un vîrf mai înalt și mai îngust (curba 3 de pe figura 1.29).

Calitativ, condiția apariției fenomenului de rezonanță se poate verifica cu aparatul din figura 1.26. Pendulele 3 și 4 intră în oscilație perturbate fiind de oscilatorul 1 sau 2, dar amplitudinea lor crește foarte mult dacă discul excitatorului este prins aproximativ la aceeași înălțime cu discurile pendulelor 3 sau 4.

09.10.79 = 19-23 = 32 pag.

1.2.9. Aplicații ale fenomenului de rezonanță

1. *Frecvențmetrul cu lame.* La paragraful 1.1.2 s-a descris oscilația unei lame încastrate. S-a arătat apoi la 1.1.3 că frecvența oscilațiilor proprii variază în funcție de lungimea liberă a lamei. În construcția frecvențmetrului cu lame se folosește această proprietate.

Frecvențmetrul cu mai multe lame este reprezentat în figura 1.30. Lamele *L* au lungime variabilă, frecvența proprie a lamelor alăturate

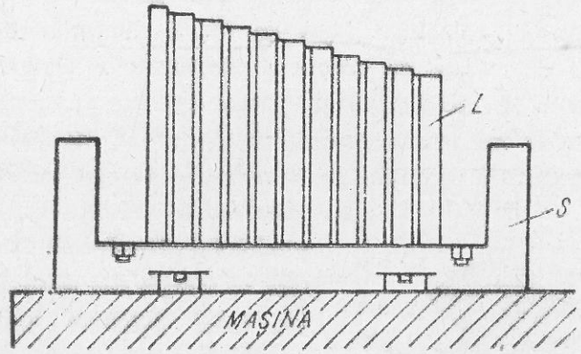


Fig. 1.30. Frecvențmetru cu mai multe lame.

Fig. 1.31. Reprezentarea schematică a unui set de lame.

diferind cu 1 Hz. Soclul *S* este montat direct pe oscilatorul a cărui frecvență se determină. Gama de frecvențe pentru care se construiește depinde de domeniul în care este folosit. De exemplu, setul din figura 1.30 poate fi utilizat pentru $\nu \in [45{,}55]$ (Hz). De obicei acest tip este utilizat pentru măsurarea oscilațiilor cu frecvențe mai mici de 1 000 Hz. Dacă, de exemplu, aparatul este excitat cu frecvența de 50 Hz, lama cu aceeași frecvență proprie intră în rezonanță. Pe figura 1.31 se observă, privit de sus, cum arată setul de lame în acest caz. Amplitudinea lamei cu frecvența proprie de 50 Hz este cea mai mare.

La alte frecvențmetre oscilațiile oscilatorului se transformă în curent electric variabil transmis unui electromagnet care excită lamele. Lama care are frecvența proprie egală cu cea de excitație intră în rezonanță.

2. *Întreținerea oscilațiilor.* Un caz particular de rezonanță este procesul de întreținere a oscilațiilor. Vom ilustra acest proces prin două exemple:

a) Pendula. Mersul pendulei este reglat de un pendul care execută oscilații cu o perioadă de două secunde. Este necesar însă ca oscilațiile acestui pendul să fie întreținute. Operația se face prin excitarea periodică a pendulului cu un surplus de energie, suficient pentru a acoperi energia disipată în decursul unei semioscilații. Aparatul din figura 1.32 reproduce acest proces.

Arborele 1, solidar legat de discul dințat, este antrenat în mișcare de rotație cu corpul 2 suspendat printr-un fir înfășurat pe arbore. În mișcare liberă, 2 ar imprima arborelui o mișcare de rotație accelerată, dar dinții D_1 și D_2 ai *ancorei 3* opresc această mișcare permițînd discului doar o mișcare sacadată. Să presupunem că D_2 se ridică odată cu mișcarea pendulului către dreapta. Datorită pierderilor de energie din această semioscilație ($A_1 \rightarrow A_2$) pendulul n-ar mai atinge amplitudinea pe care a avut-o, în aceeași poziție, cu o oscilație înainte. Dar roata dințată dă un impuls ancorei, deci și pendulului prin intermediul dintelui *e* care împinge dintele D_2. Apoi *e* trece mai departe, mișcarea roții fiind blocată de dintele *a* care acum îl împinge pe D_1, în timp ce pendulul vine din A_2 în A_1 și primește astfel o energie suplimentară, egală cu aceea disipată în această semioscilație. La fel se petrec lucrurile și la semioscilația următoare, spre dreapta, unde la sfîrșitul intervalului, D_2 antrenat de mișcarea dintelui *d*, primește un nou impuls.

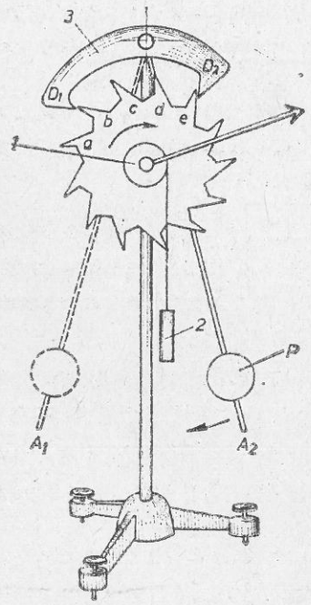


Fig. 1.32. Un model al pendulei. Pendulul comandă întreținerea propriilor oscilații.

Este de observat modul automat de comandă a procesului de excitare la sfîrșitul fiecărei semioscilații a pendulului, acest proces fiind dictat chiar de oscilator. Astfel, perioada procesului de transfer fiind reglată, transferul energetic este optim dacă se face la momentul potrivit, pentru compensarea pierderilor. Este un fenomen de rezonanță. Un astfel de dispozitiv este montat la un ceas pendulă pentru a asigura mersul îndelungat. Periodicitatea proceselor este folosită deseori pentru construirea aparatelor de înregistrare a timpului, de la cele simple la cele mai complicate.

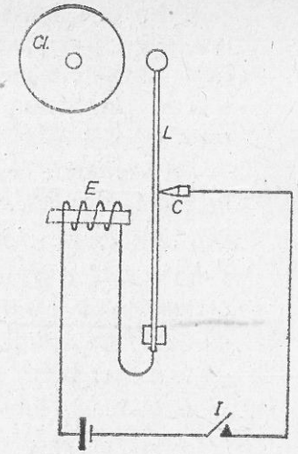


Fig. 1.33. Un model de sonerie.

b) Soneria electrică. Lama elastică *L* a ciocănelului este un oscilator care oscilează cu o perioadă proprie *T* sub acțiunea unei forțe elastice de revenire (fig. 1.33). La închiderea întrerupătorului *I* electromagnetul *E* excită lama punînd-o în oscilație. Mișcarea lamei determină deschiderea circuitului și dispariția forței perturbatoare. Lama își continuă oscilația pînă la contactul *C*, în drum lovind clopotul. Cînd lama revine pe contact se comandă un nou transfer de energie de la electromagnet și procesul se repetă. Perioada procesului de transfer este comandată de oscilatorul însuși, lama elastică. Este un fenomen de rezonanță.

3. *Evitarea rezonanței și amortizarea vibrațiilor.* În proiectarea mașinilor și construcțiilor, vibrațiile mecanice sînt în general evitate cu grijă, deoarece ele produc defectarea și chiar distrugerea mașinilor sau a construcțiilor.

Carcasele motoarelor și generatoarelor, grinzile și planșeele construcțiilor, podurile au prin construcție o frecvență proprie de oscilație. În funcționare, aceste elemente execută oscilații forțate datorită unor sisteme exterioare care produc excitații periodice sau neperiodice.

În cazul excitațiilor periodice se poate ajunge la rezonanță, cînd frecvența perturbatoare are valoarea aproximativ egală cu aceea a elementului excitat. În această situație, amplitudinea oscilațiilor provocate sistemului excitat fiind mare duce la apariția unor solicitări

care depășesc limita de proporționalitate din legea lui Hooke, produc deformații permanente sau chiar distrugerea sistemului. Soclurile pe care sînt montate mașinile se fisurează sau se distrug, grinzile și podurile se rup. Proiectanții iau în considerare în calcule posibilitatea rezonanței.

Avem multe ocazii să observăm momentul în care un sistem intră în rezonanță, măcar pentru un timp scurt. Dăm cîteva exemple:

La pornirea și oprirea unui motor electric frecvența acestuia variază între zero și valoarea de regim*. Oscilațiile motorului sînt perturbatoare pentru dispozitivul pe care este montat. Astfel oscilațiile grinzilor unor poduri rulante devin evidente la pornirea sau oprirea motorului macaralei producînd pentru cîteva momente un zgomot, inexistent în regimul de funcționare permanent.

Geamul portierei automobilului deschis într-o anumită poziție, produce un zgomot puternic la anumite turații ale motorului. De asemenea unele elemente ca toba de eșapament sau unele table insuficient de bine fixate produc vibrații parazite.

La trecerea unui vehicul greu solul trepidează. Vibrațiile transmițîndu-se clădirii provoacă uneori zguduirea caracteristică bine-cunoscută a geamurilor.

În general, funcționarea oricărui sistem care poate oscila este analizată și din punct de vedere al evitării fenomenelor descrise mai sus. Se evită mai ales producerea rezonanței. Există multe metode și dispozitive prin care se realizează acest obiectiv.

Descriem aici *amortizorul*, utilizat în special la autovehicule. Acest dispozitiv amortizează vibrațiile provocate de suspensiile autovehiculelor. În prezent, cel mai folosit tip este amortizorul telescopic. În figura 1.34, *a* este desenat amortizorul telescopic monotubular.

Cînd tija 1, care se deplasează împreună cu pistonul 3, se mișcă spre exterior (fig. 1.34, *a*) lichidul care umple compartimentul 4 este obligat să treacă prin supapele de destindere 5 în compartimentul 6. Cînd mișcarea se produce în sens invers lichidul trece prin piston în sens invers prin supapele de comprimare 7. Rolul pistonului separator 8 este de a lăsa să pătrundă lichidul din, sau spre camera de compensare 9 printr-un mecanism cu supape asemănător pistonului 3. Lichidul suplimentar este necesar pentru a nu lăsa goluri în compartimentul 6 cînd pistonul se retrage. Prin trecerea lichidului între compartimentele 4 și 6 se realizează o *forță de frînare* care amortizează repede orice oscilație de la capetele tijelor.

* Frecvența de rotație, constantă, pe care o are rotorul în funcționare normală.

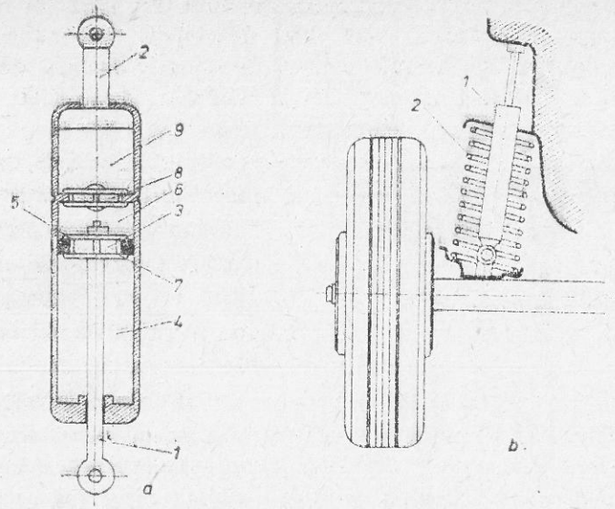


Fig. 1.34. Amortizorul *(a)* și felul cum e montat la un autoturism Dacia 1 100 *(b)*.

În figura 1.34, *b* se observă montarea unui amortizor la una din roțile din spate ale autoturismului Dacia 1 100. Amortizorul (1) este fixat coaxial cu arcul (2) cu una din tije pe caroserie, iar cu cealaltă pe una din axele punții. Cînd roata întîlnește o neregularitate a drumului, axa începe să oscileze față de caroserie. Oscilațiile preluate de arc sînt amortizate rapid de amortizor, deoarece spira de jos a arcului este solidară cu capătul de jos al amortizorului. Întrucît mișcarea acestuia este frînată de frecarea lichidului din interior, oscilația se stinge după 2—3 curse.

Datorită frecării mari, cînd șocul este puternic amortizorul ar determina o suspensie puțin elastică. Pentru a se evita acest neajuns lichidul poate trece prin alte supape care se deschid la presiuni mari.

EXTINDERE ÎN FIZICĂ

1.2.10. Compunerea oscilațiilor paralele. Bătăi. Dacă doi sau mai mulți oscilatori interacționează, mișcarea sistemului luat ca întreg este complexă. Mișcarea fiecărui oscilator este influențată de oscilațiile celorlalți oscilatori și influențează la rîndu-i pe ceilalți. Are loc o compunere de oscilații. În general, oscilațiile componente pot avea direcții diferite. Ne ocupăm acum de cazul în care toate oscilațiile componente au aceeași direcție, sînt *paralele*.

Aparatul din figura 1.26 poate fi folosit pentru a studia compunerea oscilațiilor paralele. Punînd două sau mai multe dintre pendulele 1, 2, 3, 4 să oscileze toți oscilatorii vor oscila pe aceeași direcție.

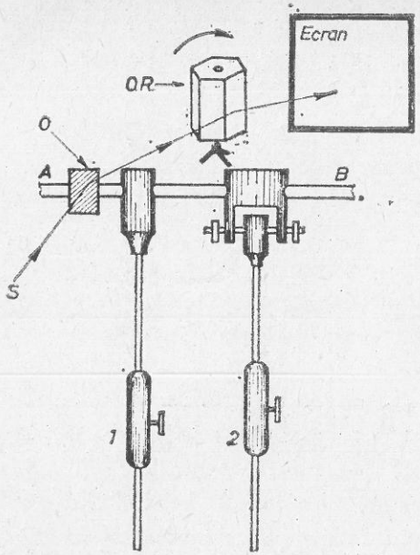


Fig. 1.35. Compunerea oscilațiilor paralele cu aparatul din figura 1.26.

Putem simplifica experimentul urmărind mișcarea sistemului format doar din doi oscilatori; de exemplu, lucrăm cu pendulele 1 și 2 (fig. 1.35). Un punct de pe vergeaua care asigură cuplajul este supus oscilațiilor transmise de ambii oscilatori. Intenția noastră este să urmărim tocmai rezultanta acestor două mișcări. Pentru aceasta lipim pe vergeaua *AB* o mică oglindă *O* pe care proiectăm un fascicul de lumină de la o lampă de proiecție și prindem raza reflectată pe un ecran, prin intermediul unei oglinzi rotitoare *O.R.* Deviem cu un unghi mic față de poziția de echilibru ambele pendule, apoi le lăsăm să oscileze urmărind mișcarea punctului luminos pe ecran. Acesta reproduce desfășurat mișcarea oglinzii *O* care este rezultanta mișcărilor componente.

Experiența arată că în cazul micilor oscilații se poate aplica *principiul suprapunerii micilor oscilații: un punct supus mai multor mișcări oscilatorii, oscilează cu o elongație egală cu suma elongațiilor mișcărilor componente.* Vom aplica acest principiu în cazul particular al oscilațiilor de frecvență apropiată și cu aceeași amplitudine. Fie

$$y_1 = A \sin \omega_1 t \quad \text{și} \quad y_2 = A \sin \omega_2 t$$

legile de mișcare ale celor doi oscilatori care respectă condițiile de mai sus. Oscilația rezultantă va avea elongația pe aceeași direcție și va fi:

$$y = y_1 + y_2 = A(\sin \omega_1 t + \sin \omega_2 t).$$

Transformînd suma în produs, se obține:

$$y = 2A \sin \frac{(\omega_1 + \omega_2)t}{2} \cos \frac{(\omega_1 - \omega_2)t}{2}$$

expresie care scrisă în funcție de frecvență are forma:

$$y = 2A \cos 2\pi \frac{(\nu_1 - \nu_2)t}{2} \sin 2\pi \frac{(\nu_1 + \nu_2)t}{2}$$

ceea ce exprimă o oscilație a cărei amplitudine variază periodic cu frecvența $\frac{\nu_1 - \nu_2}{2} = \nu_{ampl.}$ și a cărei frecvență este $\nu = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2}$.

Dacă $\nu_1 = \nu_2$ oscilația rezultantă are amplitudine dublă în comparație cu componentele și aceeași frecvență cu ele, rezultat care se putea întrevedea.

Dacă frecvențele sînt diferite ($\nu_1 \neq \nu_2$) dar au valori apropiate se produce fenomenul de bătăi. Frecvența oscilației rezultate este egală cu media aritmetică a frecvențelor oscilațiilor componente, iar amplitudinea este o funcție periodică, valoarea ei maximă fiind atinsă pentru

$$\cos \frac{2\pi(\nu_1 - \nu_2)t}{2} = \pm 1.$$

Frecvența atingerii amplitudinii maxime $\frac{\nu_1 - \nu_2}{2}$ este cu atît mai mică cu cît ν_1 este mai apropiat de ν_2. Deoarece ambele valori maxime ale amplitudinii apar în decursul unei perioade, frecvența cu care se produce amplitudinea maximă este dublă. Deci

$$\nu_{bătăi} = 2 \frac{\nu_1 - \nu_2}{2} = \nu_1 - \nu_2 \qquad (1.15).$$

Dacă frecvența uneia din componente este știută se poate determina frecvența celeilalte componente, cunoscîndu-se frecvența bătăilor care poate fi determinată optic sau acustic.

În figura 1.36 este reprezentat fenomenul de bătăi pentru două oscilații cu frecvența $\nu_1 = 70$ Hz și $\nu_2 = 60$ Hz.

O aplicație a fenomenului de bătăi este acordajul instrumentelor cu coarde. Instrumentistului i se dă de către concert maestru sau își ia singur un ton de comparație, de exemplu nota de 440 Hz (La). El modifică frecvența corzii prin rotirea cuiului* pînă nu mai aude nici o bătaie. În acest caz $\nu_1 = \nu_2$; acordajul este perfect.

În principiu bătăile sînt folosite pentru măsurarea frecvenței unei oscilații date. Deoarece este imposibil de realizat o sincronizare perfectă, se procedează astfel încît diferența de frecvență să fie extrem de mică. Sesizarea bătăilor depinde în acest caz de finețea receptorului, iar sincronizarea este apreciată

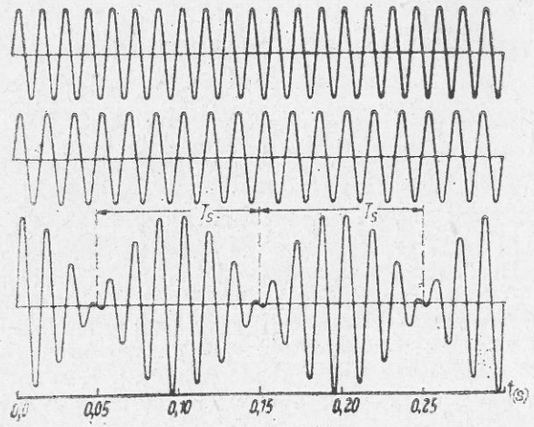


Fig. 1.36. Bătăi.

* A se rezolva problema 12 de la capitolul 3 cu scopul justificării acestui procedeu și problema 38 de la același capitol în legătură cu acordarea unui instrument cu corzi.

09.10.79 16.10.79

în funcție de scopul și destinația acestei operații. Astfel, o sincronizare ca aceea explicată mai sus, percepută de organul auditiv și considerată satisfăcătoare de instrumentist apare clar pe ecranul unui osciloscop ca un fenomen de bătăi.

Exemplu de calcul. Două diapazoane oscilează simultan și dau 20 bătăi în 10 s, pe furca unuia din diapazoane fiind atașat un mic inel. Frecvența unuia din diapazoane, luată ca referință, este $\nu_1 = 256$ Hz. Să se calculeze frecvența celui de-al doilea diapazon?

Rezolvare

Conform relației (1.15) frecvența bătăilor este:

$$\nu_{bătăi} = \nu_1 - \nu_2$$

unde, pentru cazul problemei, notăm cu ν_2 frecvența celui de-al doilea diapazon. Urmează că:

$$\nu_2 = \nu_1 - \nu_{bătăi}$$

în care $\nu_{bătăi} = \frac{20}{10} = 2$ (Hz). Cu aceasta, relația precedentă dă:

$$\nu_2 = 256 \text{ Hz} - 2 \text{ Hz} = 254 \text{ Hz}.$$

Dacă se dorește ca diapazonul cu inel să oscileze cu aceeași frecvență se poate modifica poziția inelului astfel încît bătăile să dispară. Încercați un experiment asemănător, cu diapazoane din laboratorul școlii verificînd calitativ fenomenul de bătăi. (Diapazonul reprezentat în figura 3.40 care se găsește în dotarea laboratoarelor are frecvența de 460 Hz care poate fi modificată cu ± 40 Hz prin modificarea poziției inelului.)

ÎNTREBĂRI, EXERCIȚII, PROBLEME[1]

1. Desenați forța de revenire pentru o poziție oarecare a leagănului pe arcul CA' (fig. 1.2).

2. Descrieți mișcarea unui piston în cilindrul unui motor cu ardere internă. Cum se poate preciza poziția pistonului la un moment dat? Alegeți un parametru pentru descrierea mișcării.

3.* Lichidul din tubul în formă de U este denivelat și apoi este lăsat liber (fig. 1.37). Descrieți-i mișcarea. Care este forța de revenire? Cum se modifică situația în stare de imponderabilitate?

4. Pentru a măsura perioada unui leagăn sau a unui pendul gravitațional se poate cronometra o oscilație sau se cronometrează mai multe oscilații și se împarte timpul măsurat la numărul lor. În care dintre cele două moduri determinarea ar fi mai exactă și aplicabilă într-un număr mai mare de cazuri? (Temă experimentală).

1. Legendă: * — Problemele notate cu asterisc se referă la textul de bază, dar sînt mai dificile.
E — Problemele notate cu E se referă la extinderi.

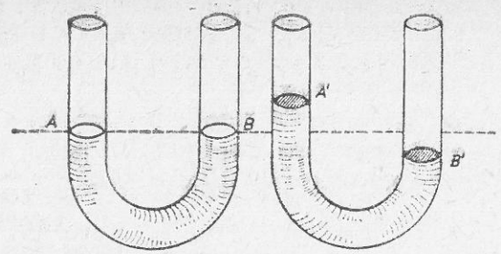


Fig. 1.37. Coloana de apă denivelată oscilează.

5. De ce natură este forța de revenire în cazul oscilației unei lustre lovite accidental? Dar în cazul unei trambuline de sărituri?

6. *E*. De la marginea unui mojar de forma unei calote sferice, pe partea lui interioară, este lăsată liberă o bilă. Descrieți mișcarea bilei. Care este forța de revenire? (Temă experimentală).

7. *E**. Amplitudinea oscilațiilor unui leagăn poate fi mărită chiar de cel care este în leagăn. Pentru aceasta el se apleacă pe spate la sfîrșitul semioscilației spre înapoi și se apleacă în față la sfîrșitul cursei spre înainte. Arătați că este un fenomen de rezonanță și explicați.

8. Un autoturism este un sistem care poate oscila. Cum ne putem da seama cu aproximație dacă amortizoarele sînt bune?

9. Trecînd peste o punte observăm la un moment dat că oscilațiile se amplifică în mod periculos. Cum putem continua trecerea evitînd pericolul?

10. Țineți cu mîna capătul unui pendul elastic suspendat vertical a cărui frecvență proprie este determinată. Provocați oscilația pendulului. Mișcați apoi mîna în sus și în jos astfel încît amplitudinea oscilațiilor să crească. Determinați astfel o oscilație forțată. Ce constatați în privința frecvenței și fazei mișcării de urcare și coborîre a mîinii în situația de rezonanță? (Tema experimentală).

11.* Vă propunem un exercițiu de stroboscopie cu ajutorul televizorului. Faceți acest exercițiu cînd pe ecran este mira de reglaj. Trebuie să știți că un punct de pe ecran nu este tot timpul luminos. El este luminos cu intermitență, atunci cînd fasciculul electronic care mătură ecranul atinge acel punct (la intervale de timp egale). Mișcați periodic un deget în fața ecranului într-un sens și în altul cu o frecvență de 4 oscilații pe secundă. Degetul va împiedica lumina unui punct fixat cu privirea să ajungă la ochi dacă punctul este iluminat atunci cînd degetul se interpune. Apreciați amplitudinea oscilației degetului. Măsurați intervalul de timp dintre apariția succesivă a umbrei degetului în poziția de viteză maximă. Presupunem că oscilația degetului este sinusoidală. Se poate calcula viteza maximă a degetului fiind date amplitudinea și frecvența. De aici rezultă frecvența măturării ecranului (Temă experimentală).

12. *E*. La pornirea sau oprirea motorului unui frigider se poate sesiza creșterea bruscă, pentru un moment, a zgomotului. Explicați.

13. *E*. Încercați să duceți în mînă un vas cu apă. Observați suprafața apei în timp ce modificați frecvența pașilor. Ce fenomen se produce? Ce efect poate avea?

14. Scrieți ecuația de mișcare a punctului M', proiecția punctului M pe diametrul C_1C_2 (fig. 1.13, *a*); de asemenea, ecuația vitezei și accelerației aceluiași punct și reprezentați-le grafic.

R: $x = A\cos\omega t$ sau $y = A\cos(\omega t + \varphi)$; $v = -A\omega\sin\omega t$ sau $v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$; $a = -A\omega^2\cos\omega t$ sau $a = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$.

15. Care este diferența de fază între mișcările punctelor M'' și M', proiecțiile punctului M pe B_1B_2 și, respectiv, pe C_1C_2 (fig. 1.13, *a*).

R: $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}$.

16. Arătați cum se deplasează simultan pe diametrul B_1B_2 două puncte care au o mișcare oscilatorie armonică cu aceeași amplitudine și frecvență, dar cu o diferență de fază de π. La momentul inițial punctele se află în originea O (fig. 1.13, *a*).

R: Mișcări simetrice față de O, $y_1 = A\sin\omega t$ și $y_2 = A\sin(\omega t + \pi)$.

17. Să se scrie legile de mișcare ale oscilațiilor defazate cu $\frac{\pi}{4}$ și π în urma oscilației a cărei lege este

$$y_1 = 3\sin\left(\frac{\pi t}{2} - \frac{\pi}{6}\right).$$

Să se reprezinte pe aceleași grafic cele trei oscilații.

R: $y_2 = 3\sin\left(\frac{\pi t}{2} - \frac{5\pi}{12}\right)$; $y_3 = 3\sin\left(\frac{\pi t}{2} - \frac{7\pi}{6}\right)$.

18*. Să se găsească prin calcul condiția ca un punct de pe pistonul unui motor să execute în interiorul cilindrului o mișcare oscilatorie armonică dacă arborele cotit execută o mișcare de rotație uniformă.

R: Notînd cu r raza de rotație a lagărului bielei pe arbore și cu l lungimea bielei, condiția se îndeplinește pentru $r \ll l$.

19*. Un pendul elastic de masă $m = 2\cdot10^{-2}$ kg efectuează o mișcare oscilatorie armonică, descrisă de ecuația: $y = 0{,}05\sin\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3}\right)$ (exprimat în m).

a) După cît timp accelerația devine $a = \frac{\sqrt{3}}{2}a_{max}$?

b) Să se construiască graficul dependenței de timp a forței F ce acționează asupra pendulului și să se afle valoarea maximă a forței.

c) Să se reprezinte grafic în funcție de timp energiile cinetică și potențială.

d) Să se determine momentul în care energiile cinetică și potențială sînt egale.

e) Ce valoare are raportul $\frac{E_c}{E_p}$ cînd $y = \frac{A}{2}$?

R: *a)* $t = 2[3k - 1 + (-1)^{k+1}]$ s $(k = 1,2,\ldots)$; *b)* $3{,}3\cdot10^{-4}$ N; *d)* $t = \left(6k - \frac{1}{2}\right)$ s; $(k = 1,2,\ldots)$; *e)* $\frac{E_c}{E_p} = 3$.

20. Un corp de masă $m = 0{,}5$ kg legat de un perete vertical cu un resort de constantă elastică $k = 8\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$ se poate deplasa fără frecare pe un plan orizontal. La momentul $t = 0$ corpul se află la o distanță de 0,1 m față de poziția de

echilibru și este lăsat să oscileze liber. Se cere ecuația mișcării oscilatorii a corpului precum și viteza maximă.

R: $y = 0{,}1\left(4t \pm \frac{\pi}{2}\right)$; $0{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

21. Care este lungimea unui pendul gravitațional care, oscilînd pe Lună, bate secunda? g pe suprafața Lunii este 0,17 g standard pe suprafața Pămîntului $\left(9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)$.

R: 0,168 m.

22. Un punct material oscilează după legea

$$y = 5\cdot10^{-2}\sin\left(15{,}6\,t + \frac{\pi}{3}\right)\ \text{(în m)}$$

Să se calculeze pulsația, perioada, frecvența, faza inițială și elongațiile la momentele $t_1 = 0$ s, $t_2 = \frac{1}{3}$ s, $t_3 = \frac{1}{30}$ s. Să se reprezinte grafic. Cum se modifică expresia legii dacă se alege originea timpului cu $\frac{T}{2}$ înaintea originii actuale?

R: $15{,}6\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$; 0,4 s; 2,5 Hz; $\frac{\pi}{3}$ rad; $\frac{5\sqrt{3}}{2}\cdot10^{-2}$ m; $-1{,}79\cdot10^{-2}$ m; $4{,}99\cdot10^{-2}$ m; $y = 5\cdot10^{-2}\sin\left(15{,}6t + \frac{4\pi}{3}\right)$.

23. Să se scrie ecuația unei oscilații armonice cunoscînd vitezele $v_1 = 3\cdot10^{-2}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ și $v_2 = 5\cdot10^{-2}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ corespunzătoare elongațiilor $y_1 = 6\cdot10^{-2}$ m și $y_2 = 4\cdot10^{-2}$ m. La momentul inițial faza este $\frac{\pi}{4}$.

Care este accelerația maximă a oscilatorului?

R: $y = 6{,}87\cdot10^{-2}\sin\left(0{,}894\,t + \frac{\pi}{4}\right)$; $5{,}49\cdot10^{-2}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

24. Se demonstrează că perioada unui pendul gravitațional se poate calcula mai exact cu ajutorul relației:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{1}{2^2}\sin^2\frac{\theta}{2} + \frac{1}{2^2}\cdot\frac{3^2}{4^2}\sin^4\frac{\theta}{2} + \ldots\right)$$

unde θ este amplitudinea unghiulară ($\theta > 4°\div5°$). Care este eroarea pe care o facem, cînd calculăm perioada unui pendul cu amplitudinea de 30°, aplicînd relația (1.11) pentru micile oscilații. Apreciați eroarea luînd în relația precedentă trei termeni.

R: Raportul perioadelor 1,071

25*. Coloana de apă de lungime l din tubul desenat în figura 1.37 oscilează dacă se produce o denivelare. Stabiliți relația prin care se poate calcula perioada de oscilație a coloanei. (Se neglijează frecarea.)

R: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$.

26. Să se calculeze raportul lungimilor a două pendule gravitaționale care oscilează în același timp și loc cu frecvențele de 28 și respectiv 7 Hz.

R: 16

27*. Un ascensor urcă vertical la o înălțime $h = 78{,}48$ m, cu accelerația constantă de 9,81 m/s² și coboară imediat cu aceeași accelerație. Timpul indicat de o pendulă care este instalată în ascensor este comparat cu timpul indicat de o a

doua pendulă la fel cu prima care rămîne jos. Să se afle: ora de întoarcere a ascensorului observată la cele două pendule, dacă la plecare amîndouă ceasurile indicau ora 12.

R: 12h 0 min 5,65 s; 12h 0 min 8 s.

28. Un pendul este montat pe plafonul unui vagon de cale ferată. Descrieți modul cum evoluează oscilația pendulului între două stații. Considerați că accelerația este constantă la pornire și frînare.

29. Imaginați un dispozitiv cu care să obțineți graficul micilor oscilații ale unui pendul.

30. Un pendul gravitațional bate secunda la nivelul mării. Cum se modifică perioada de oscilație a pendulului dacă este ridicat pe vîrful Omul (≈ 2 500 m) sau dacă este coborît într-o mină, la 200 m sub nivelul mării. (Raza pămîntului = = 6 360 km.)

R: Raportul perioadelor relativ la perioada la nivelul zero este 1,00039 și 0,99997

31. Un pendul gravitațional de lungime $L = 0{,}2$ m oscilează cvasiarmonic într-un ascensor. Între două opriri situate la diferențe de nivel de $h = 200$ m ascensorul are următoarea mișcare: *a)* pornește accelerat cu accelerația $a = g/10$ timp de $t_1 = 8$ s; *b)* se deplasează uniform și *c)* frînează cu aceeași accelerație timp de 8 s. Să se calculeze numărul de oscilații ale pendulului și timpul deplasării.

R: ≈ 38 oscilații; 33,48 s.

32. Se modifică mersul unei pendule la schimbarea temperaturii. De ce? Priviți cu atenție o pendulă. Ce a făcut constructorul pentru a corija acest neajuns? Există un dispozitiv de reglare a mersului pendulei? Cum se modifică mersul unei pendule dacă este transportată de la ecuator la pol? Dar dacă este transportată de la nivelul mării pe vîrf de munte?

R: Discul pendulului are un șurub de ridicare sau coborîre pe tijă; merge înainte; rămîne în urmă.

33. Prezența unui zăcămînt de țiței este indicată deseori de existența unei mari cavități aflate deasupra zăcămîntului. În dreptul acestei cavități, la sol, accelerația gravitațională se micșorează. S-ar putea determina prezența zăcămîntului cu ajutorul pendulului gravitațional?

R: Da; măsurînd cu precizie pe g se observă deosebiri față de valoarea standard.

34*. Demonstrați relația (1.8) pentru un pendul elastic aplicînd legea conservării energiei.

35. Desenați pozițiile succesive, la intervale de $T/4$, ale unui pendul elastic în decursul unei perioade. Urmăriți apoi transformările energetice corespunzătoare pe graficul din figura 1.20. La momentul inițial pendulul se află în origine.

36*. Arătați că într-un sistem inerțial aflat la suprafața Pămîntului un pendul gravitațional oscilează într-un plan vertical. Dar într-un sistem accelerat uniform pe orizontală în același loc?

37. **Firul de susținere al unui pendul gravitațional este metalic. Pendulul înaintează** cu 7 secunde în 24 de ore la temperatura de 0°C și rămîne în urmă cu 9 secunde în același interval de timp la 20°C. Să se determine coeficientul de dilatație a metalului din care este construit firul.

R: $\alpha \approx 1{,}5 \cdot 10^{-5}$ grd^{-1}.

38. Închipuiți-vă că pendulul lui Foucault, descris în exemplul de la pagina 33 este instalat la pol. La ce interval de timp se fac două urme consecutive pe nisip? $\left(g_{\text{pol}} = 9{,}780 \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$.

R: 16,45 s.

39. *E.* Verificați cu ajutorul relației (1.13) compunerea oscilațiilor din graficul 1.36

40. Un leagăn oscilează avînd o perioadă de 2,5 s. *a)* Ce frecvență au oscilațiile?; *b)* Cîte oscilații face în 60 s?

R: 0,4 Hz; 20 oscilații pe secundă.

41. Un corp de masă egală cu 100 g este suspendat de un resort lung și ușor. Tras 20 cm, în jos, pe direcția arcului oscilează cu o perioadă de 2 s. Să se calculeze: *a)* viteza în poziția de echilibru; *b)* cu cît se scurtează resortul, dacă se îndepărtează corpul; *c)* care este energia cinetică maximă?

R: 0,628 m/s; ≈1 m; 0,02J.

42. Să se scrie legea de mișcare a unui corp de masă egală cu 4 kg suspendat de un resort a cărui constantă elastică este de 36 N·m^{-1}, dacă amplitudinea oscilațiilor este de 20 cm, iar corpul trece în jos prin poziția de echilibru la $t = 0$. Să se reprezinte grafic.

R: cu axa orientată în sus, $y = 0{,}2\sin(3t + \pi)$; cu axa orientată în jos, $y = 0{,}2 \sin 3t$.

43. Care trebuie să fie amplitudinea oscilațiilor unui pendul elastic astfel încît să existe o accelerație maximă egală cu 10 g, dacă frecvența este de 10 Hz?

R: $24 \cdot 10^{-3}$ m.

44. Mișcarea unui arc elicoidal este dată de ecuația $y = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cos 2t + \dfrac{1}{2} \sin 2t$. *a)* Să se arate că mișcarea este oscilatorie armonică; *b)* să se determine elongația, viteza și accelerația unui punct la momentul $t = \dfrac{\pi}{6}$ s; *c)* să se reprezinte grafic.

R: y se mai poate scrie $y = \sin\left(2t + \dfrac{\pi}{3}\right)$; $y = +\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ m; $v = -1 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$; $a = -2\sqrt{3} \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$

45. *a)* Măsurați cu un cronometru perioadele de oscilație a două pendule elastice construite cu resoarte identice dar avînd suspendate două corpuri A și B de mase diferite. Legați cele două resoarte mai întîi în serie și apoi în paralel și suspendați la un capăt al sistemului astfel format în ambele cazuri unul din corpuri, de exemplu A. Măsurați perioadele noilor pendule. (Temă experimentală.) *b)* Stabiliți relațiile care dau perioadele T și T' ale pendulelor elastice astfel formate cunoscînd masa m_A și constanta k a unui resort. Verificați rezultatele obținute cu datele determinate experimental

R: $T = 2\pi \sqrt{\dfrac{2m_A}{k}}$; $T' = 2\pi \sqrt{\dfrac{m_A}{2k}}$.

46*. Un corp suspendat de un resort oscilează armonic cu perioada $T_1 = 0{,}2$ s. Se leagă, mai întîi în serie și apoi în paralel cu resortul dat, un al doilea resort de constantă elastică $k_2 = 2k_1$. Să se calculeze perioadele de oscilație ale sistemelor astfel formate.

R: În serie 0,24 s; în paralel 0,12 s.

47. Arcurile unui autoturism cu masa de 1 000 kg se comprimă vertical cu $7 \cdot 10^{-3}$ m, cînd se urcă doi oameni, unul de 45 kg, iar celălalt de 55 kg. Cîte oscilații pe secundă efectuează autoturismul astfel încărcat cînd intră într-o adîncitură a șoselei?

R: $\nu = 1{,}8$ Hz

48 *E*. Cu aparatul desenat în figura 1.26, utilizînd pendulele 1 și 2, se poate produce fenomenul de bătăi. Cum? Se observă simultan și fenomenul de rezonanță? Cum ar trebui să procedăm pentru a observa clar acest ultim fenomen pe aparatul din figura 1.26?

49. Care vor fi energiile cinetică și potențială ale unui punct material de masă $m = 5 \cdot 10^{-4}$ kg care oscilează armonic cu amplitudine de $5 \cdot 10^{-2}$ m și frecvența $\nu = \frac{1}{\pi}$ Hz, cînd acesta se găsește la distanța de 4 cm de poziția de echilibru.

R: $9 \cdot 10^{-7}$ J; $16 \cdot 10^{-7}$ J.

50. Un corp suspendat de un cablu elastic oscilează conform legii

$$y = A \sin\left(\omega t + \frac{3\pi}{2}\right)$$

unde A este dat în centimetri, iar ω în radiani pe secundă. Să se determine amplitudinea și pulsația oscilațiilor corpului dacă perioada este egală cu 0,4 s, iar în momentul inițial $y_0 = -4$ cm.

R: 4 cm; 15,70 $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

51. Să se compună grafic oscilațiile

$$y_1 = 4 \sin(100\,\pi t); \quad y_2 = 2 \sin(100\,\pi t + \varphi)$$

cînd φ este: 0; $\frac{\pi}{2}$; π.

52. Pe un drum cu ridicături echidistante ($d = 4 \cdot 10^{-1}$ m) este tras un cărucior cu masa de 20 kg construit pe o axă cu două roți. Suspensia este făcută din două resorturi identice $\left(k = 400 \frac{\text{N}}{\text{m}}\right)$. Să se calculeze viteza cu care trebuie tras uniform căruciorul pentru a se produce zguduituri puternice (rezonanță).

R: $v = 0{,}4$ m/s.

53. Folosind reprezentarea lui Fresnel să se determine amplitudinea oscilației rezultate din compunerea oscilațiilor paralele

$$y_1 = 3 \cdot 10^{-2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ și } y_2 = 8 \cdot 10^{-2} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right),$$

exprimate în metri.

R: $a = 10{,}70 \cdot 10^{-2}$m.

54. *E* Prin compunerea a două mișcări oscilatorii armonice de aceeași frecvență, paralele și cu amplitudinile de $5 \cdot 10^{-2}$ m respectiv $7 \cdot 10^{-2}$ m rezultă o mișcare oscilatorie cu amplitudinea de $9 \cdot 10^{-2}$ m. *a)* Să se afle defazajul celor două mișcări. *b)* Viteza maximă a unui punct care execută mișcarea rezultantă dacă viteza maximă a unui punct care efectuează prima mișcare este de $5 \cdot 10^{-1} \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

R: 84°10′; $9 \cdot 10^{-1} \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

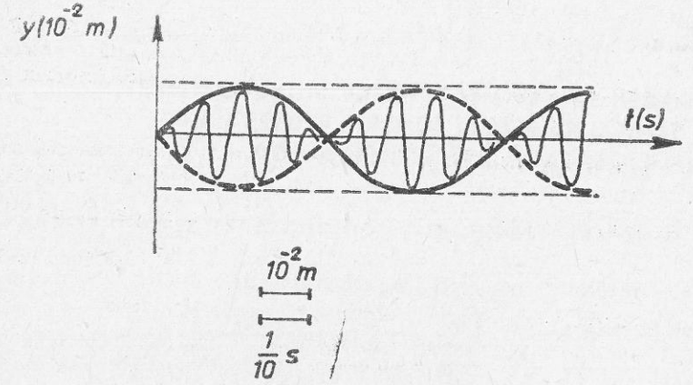


Fig. 1.38. Pentru problema 56.

55. *E* Într-o încăpere sînt instalate două mașini de cusut de același tip acționate de două electromotoare. Cînd se lucrează la prima mașină un punct oarecare de pe podea oscilează cu amplitudinea de $4 \cdot 10^{-4}$ m și cu frecvența de 23,5 Hz. Cînd se lucrează la a doua mașină același punct oscilează cu aceeași amplitudine și cu frecvența de 24 Hz. Ce efect va fi observat cînd se lucrează la ambele mașini?

R: Apare fenomenul de bătăi. Aici $\nu_{\text{bătăi}} = 0{,}5$ Hz cu amplitudinea de $2 \cdot 10^{-4}$ m.

56. *E* Prin observarea graficului din figura 1.38 să se găsească frecvențele și amplitudinile componentelor.

R: 5,75 Hz; 4,25 Hz; 10^{-2} m.

2.

OSCILAȚII ELECTROMAGNETICE ȘI DISPOZITIVE CU SEMICONDUCTORI PENTRU REDRESAREA, AMPLIFICAREA ȘI ÎNTREȚINEREA LOR

2.1. GENERAREA TENSIUNII ELECTROMOTOARE (t.e.m.) ALTERNATIVE

În electrotehnică cea mai largă întrebuințare o are curentul alternativ sinusoidal prin faptul că poate fi produs, transmis și utilizat în condiții mult mai avantajoase decît curentul continuu. La baza producerii t.e.m. alternative stă fenomenul inducției electromagnetice. Rotirea uniformă a unei spire conductoare electric într-un cîmp magnetic uniform sau, invers, rotirea uniformă a unui cîmp magnetic în fața unei bobine fixe permite obținerea unei t.e.m. alternative sinusoidale. Aceste două posibilități sînt analizate în următoarele două experimente.

Experimentul 1. Un cadru metalic dreptunghiular este rotit uniform în jurul axei de simetrie OO' într-un cîmp magnetic uniform, perpendicular pe axa OO', produs de un electromagnet NS (fig. 2.1). Capetele cadrului sînt prinse rigid la două inele b și b'. Ele pot aluneca sub două lamele P și P' la care sînt legate bornele unui galvanometru G ce formează circuitul exterior al dispozitivului, circuit cu caracter rezistiv. În laturile AB și CD ale cadrului, laturi care taie liniile de cîmp magnetic, se va induce o t.e.m., care, conform regulii mîinii drepte (burghiului drept), are în fiecare latură, în poziția cadrului în care normala $\vec{n}$ formează unghiul α cu liniile de cîmp, sensul arătat în figura 2.2. T.e.m. indusă în cadru este suma dintre t.e.m. indusă în latura AB, $e_{AB} = vBl \sin \alpha$ și t.e.m. indusă în latura CD $e_{CD} = vBl \sin(\pi - \alpha)$, adică

$$e_{AD} = e_{AB} + e_{CD} = 2\,vBl \sin \alpha,$$

α fiind totodată și unghiul dintre viteza conductorului liniar AB și liniile cîmpului magnetic de inducție $\vec{B}$. Pentru mișcarea de rotație uniformă

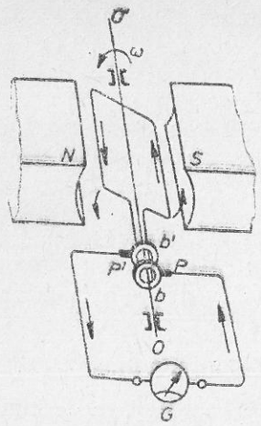


Fig. 2.1. Generarea unei t.e.m. alternative prin rotirea uniformă a unui cadru metalic în cîmp magnetic uniform.

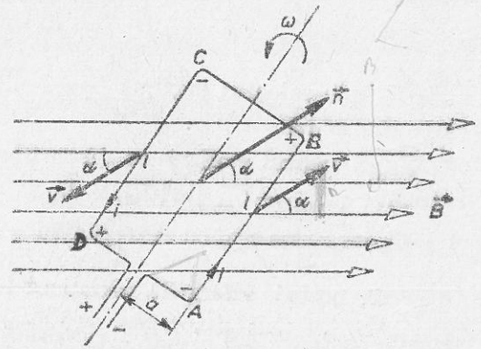


Fig. 2.2. Generarea unei t.e.m. alternative. Prin rotirea cadrului, laturile AB și CD intersectează liniile de cîmp magnetic, în ele se induce o t.e.m. AB și CD se numesc laturi active.

$\alpha = \omega t$, iar $v = a\omega$. Aria cadrului este $S = 2al$. Fluxul maxim (cînd $\alpha = 0$) prin suprafața cadrului este $\Phi_m = BS$. Cu aceste precizări, valoarea instantanee a t.e.m. induse poate fi scrisă sub forma $e = \Phi_m\ \omega \sin \omega t$ sau

$$e = E_m \sin \omega t.$$

Rotația uniformă în jurul axei de simetrie a unui cadru metalic într-un cîmp magnetic uniform, perpendicular pe axa de rotație generează în cadru o t.e.m. alternativă sinusoidală, adică se produce o oscilație a tensiunii.

Mărimea $E_m = \omega\Phi_m$ se numește valoarea maximă a t.e.m. alternative sinusoidale iar $\omega = 2\pi\nu$ — pulsația t.e.m., $\nu = \frac{1}{T}$ — frecvența și T — perioada t.e.m.

T.e.m. alternativă indusă în cadru menține un curent alternativ sinusoidal prin circuitul electric al dispozitivului, curent pus în evidență* prin deviațiile alternative, la stînga și la dreapta poziției de zero a acului indicator al galvanometrului. Trecerile acului prin zero și prin deviația maximă au loc în momentele cînd și e ia valoarea zero respectiv cea extremă, corespunzător pozițiilor cadrului. Rezultă că printr-un circuit pur rezistiv, ca cel din figura 2.1 intensitatea curentului alternativ este în concordanță

* Pentru viteze de rotație a cadrului mici. Din cauza inerției acului indicator, acesta nu poate urmări variația intensității curentului pentru $\nu > 2$ Hz.

de fază cu t.e.m. e. Valoarea intensității instantanee va fi deci de forma

$$i = I_m \sin \omega t,$$

unde I_m este valoarea maximă (amplitudinea) a intensității curentului alternativ sinusoidal.

Experimentul realizat cu dispozitivul din figura 2.1 arată că valorile extreme $+E_m$, $-E_m$ și $+I_m$, $-I_m$ se obțin în pozițiile în care fluxul $\Phi = \Phi_m \cos \alpha$ este egal cu zero $\left[\text{pentru } \alpha = (2k+1)\frac{\pi}{2}, \text{ unde } k = 0, 1, 2...\right]$. În aceste poziții, viteza de variație a fluxului $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ este maximă, deoarece laturile „active" AB și CD ale cadrului taie cele mai multe linii de cîmp în unitatea de timp. În pozițiile în care fluxul are valori extreme ($\alpha = k\pi$), t.e.m. și intensitatea curentului sînt egale cu zero; în aceste poziții ale cadrului laturile active nu taie liniile cîmpului și viteza de variație a fluxului $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ este egală cu zero. T.e.m. e este pozitivă dacă $\alpha \in (0, \pi)$ și negativă pentru $\alpha \in (\pi, 2\pi)$. Aceasta înseamnă că, în prima jumătate a rotației, prin cadru circulă un curent indus i care creează un cîmp magnetic paralel și avînd același sens cu normala $\vec{n}$ la cadru, iar în a doua jumătate a rotației curentul indus i creează un cîmp magnetic îndreptat în sens opus normalei $\vec{n}$. Deci, într-o singură rotație, t.e.m. e și curentul indus, de intensitate i, își schimbă semnul (deci și sensul) de două ori, luînd simultan valori extreme și nule.

În figura 2.3 sînt date graficele variației fluxului magnetic Φ (linia întreruptă), a t.e.m. e (linia continuă groasă) și a intensității curentului i (linia continuă subțire), în funcție de unghiul de rotație α.

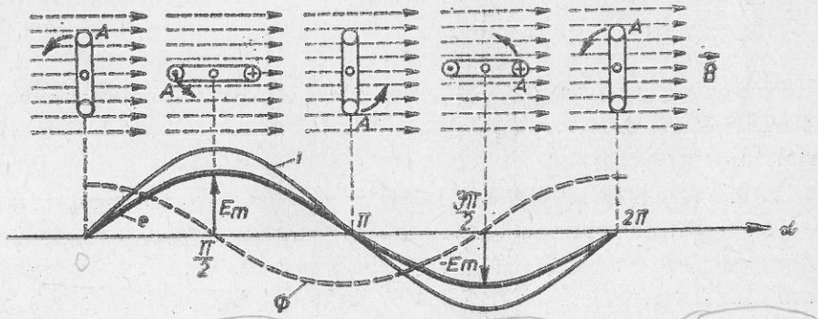


Fig. 2.3. Variația t.e.m. e, intensității curentului i și fluxului magnetic Φ în dependență de unghiul de rotație α.

16.10.79

Experimentul 2. O tensiune electromotoare alternativă sinusoidală se poate obține și prin rotirea uniformă a unui magnet bară în jurul unui ax orizontal sub o bobină cu miez de fier (fig. 2.4). Bobina este străbătută în fiecare moment de un flux variabil de inducție magnetică, care induce în bobină o t.e.m. alternativă sinusoidală. Curentul sinusoidal care se stabilește prin circuitul montajului experimental din figura 2.4, este pus în evidență prin deviațiile alternativ stînga-dreapta ale acului indicator al galvanometrului.

Dispozitivul descris, numit și alternator, stă la baza principiului de funcționare a generatorului de curent alternativ din centralele electrice, numit tot alternator.

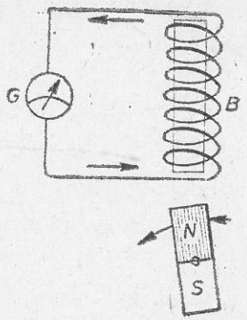


Fig. 2.4. Producerea unei t.e.m. alternative prin rotirea uniformă a unui magnet bară în jurul unui ax orizontal sub o bobină cu miez de fier.

2.1.1. Interpretare electronică. Sub acțiunea t.e.m. sinusoidale electronii liberi din conductorul metalic care formează circuitul electric al dispozitivelor din experimentele descrise vor căpăta o mișcare de ansamblu oscilatorie, sincronă t.e.m. induse e.

Mărimea numită intensitate instantanee i a curentului electric reprezintă intensitatea curentului electric la momentul de timp considerat. Ea este proporțională cu viteza de oscilație a electronilor. Pentru un circuit de dimensiuni obișnuite, fără derivații, intensitatea instantanee va fi aceeași în toate punctele circuitului. Tensiunea instantanee de la bornele rezistorului din circuitul exterior al alternatorului va fi, ca și în curentul continuu, dată de relația $u = Ri = RI_m \sin \omega t$. Deci u și i vor fi două funcții sinusoidale în concordanță de fază. După cum se va vedea în capitolele următoare, pentru porțiuni ale circuitului care conțin bobine sau condensatoare, i și u pot să nu fie în fază. Deși mărimile u și i sînt definite ca în curentul continuu, ele au în curentul alternativ caracteristici noi care le leagă direct de procesele oscilatorii.

•

Pornind și de la cunoștințele acumulate, la analiza experimentelor de inducție electromagnetică, care stau la baza explicării producerii t.e.m. alternative sinusoidale, pot fi făcute următoarele precizări:

a) Energia mecanică necesară rotirii uniforme (ω = constant) a cadrului sau a magnetului se transformă, în sistemul fizic reprezentat de cadrul electric conductor (fig. 2.1) sau de bobină (fig. 2.4), în energie a curentului electric alternativ (sinusoidal) indus. Cadrul metalic (sau bobina) constituie un sistem fizic în care se produc oscilații forțate ale electronilor de conducție sub acțiunea t.e.m. alternative induse. Factorul excitator este

fluxul de inducție magnetică cu variație cosinusoidală prin suprafața delimitată de cadru $\Phi_c = BS \cos \omega t$ sau prin spirele bobinei $\Phi_b = NBS \cos \omega t$, unde N reprezintă, numărul de spire, S — aria unei spire, spirele fiind dispuse în serie.

b) Datorită variației fluxului magnetic

$$\Phi = \Phi_m \cos \omega t \tag{2.1}$$

în circuit se induce o tensiune electromotoare

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = E_m \sin \omega t = \omega \Phi_m \sin \omega t. \tag{2.2}$$

Din formula (2.2) rezultă:

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\omega \Phi_m \sin \omega t = \omega \Phi_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \tag{2.3}$$

Mărimea $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ care reprezintă viteza de variație a fluxului magnetic, este o mărime oscilatorie armonică. Din compararea relațiilor (2.1) și (2.3) se trage concluzia că viteza de variație a unei mărimi oscilatorii armonice este tot o mărime oscilatorie armonică, cu amplitudinea de ω ori mai mare și defazată cu $\frac{\pi}{2}$ radiani înainte.

c) Dacă viteza de variație a unei mărimi caracteristice a unui sistem fizic reprezintă o mărime oscilatorie armonică, atunci mărimea caracteristică este tot o mărime oscilatorie armonică. Amplitudinea mărimii caracteristice este de ω ori mai mică iar faza în urmă cu $\frac{\pi}{2}$ față de amplitudinea și respectiv faza vitezei de variație. Astfel, dacă $e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = E_m \sin \omega t$, sau $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -E_m \sin \omega t = \omega \Phi_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$, atunci $\Phi = -\frac{E_m}{\omega} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \Phi_m \cos \omega t$, deoarece $E_m = \omega \Phi_m$.

2.2. VALOAREA EFECTIVĂ A INTENSITĂȚII CURENTULUI ȘI TENSIUNII ALTERNATIVE

Pînă acum, am considerat în studiul circuitelor de curent alternativ, numai tensiunea electromotoare și intensitatea instantanee de curent cu valorile lor maxime, pozitive și negative. Vom introduce o noțiune nouă, aceea de *valoare efectivă* a intensității curentului și tensiunii alternative. Pentru aceasta pornim de la căldura disipată în prezența curentului alternativ într-un rezistor de rezistență R.

Dacă i este intensitatea instantanee a curentului alternativ care străbate rezistorul R, atunci căldura disipată în intervalul de timp Δt, foarte mic față de perioada T a intensității $i = I_m \sin \omega t$, este egală cu $Ri^2\Delta t$.

În diagramele din figura 2.5, curba sinusoidală reprezintă variația cu timpul a intensității instantanee i. Curba trasată cu o linie mai groasă reprezintă variația produsului Ri^2, proporțional cu căldura instantanee disipată în rezistor. Pentru o perioadă T sau un multiplu întreg de perioade nT, suprafețele hașurate situate deasupra liniei $\frac{RI^2_m}{2}$ acoperă complet suprafețele nehașurate dintre abscisă și această linie.

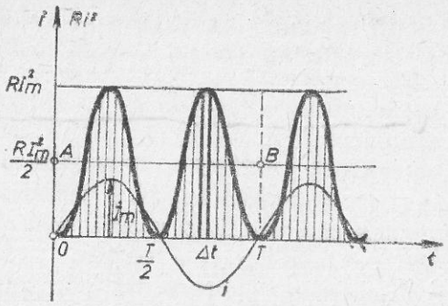


Fig. 2.5. Interpretarea geometrică a valorii efective a intensității curentului alternativ.

Pentru un interval de timp, egal cu o perioadă T, căldura produsă în rezistor este egală cu aria dreptunghiului $ABTO$, adică

$$Q_T = \frac{RI^2_m}{2} T. \tag{2.4}$$

Rezistorul poate fi parcurs și de un curent continuu de intensitate I care să producă în timpul T, o aceeași căldură

$$Q_T = RI^2T. \tag{2.5}$$

Din egalarea relațiilor (2.4) și (2.5) rezultă

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\, I_m.$$

Mărimea I se numește *intensitatea efectivă* a curentului alternativ și are valoarea egală cu 0,707 din intensitatea maximă a curentului alternativ considerat.

Așadar: *valoarea efectivă a intensității curentului alternativ i este egală cu intensitatea unui curent continuu I care, străbătînd același rezistor ca și curentul alternativ, produce aceeași căldură Q într-un timp egal cu perioada T a intensității curentului alternativ.*

Valoarea efectivă a mărimilor alternative u (e) sau i se notează cu litera mare de tipar a simbolului mărimii respective. Astfel:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\, U_m \qquad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\, I_m.$$

Instrumentele de măsurare pentru intensitatea curentului și tensiunii alternative indică valori efective.

Exemplu. Un ampermetru conectat într-un circuit de curent alternativ indică 20 A. Cu cît este egală valoarea maximă a curentului în circuit?

R: $I_m = \sqrt{2}\, I = 1{,}41 \cdot 20 = 28{,}2$ A.

2.3. CIRCUITE DE CURENT ALTERNATIV. COMPARAȚIE CU CIRCUITUL DE CURENT CONTINUU

Se numesc *circuite de curent alternativ* circuitele electrice alimentate cu tensiuni electromotoare alternative. Aceste circuite prezintă o importanță deosebită în producerea, transmisia și utilizarea energiei electromagnetice cît și în electrocomunicații și automatizări.

Cele mai simple și robuste mașini electrice, generatoare sau motoare, sînt acelea de curent alternativ. Transmisia optimă la distanță a energiei electromagnetice impune transformarea după voie a tensiunii, ceea ce se poate obține cu ajutorul transformatoarelor numai în curent alternativ. Semnalele corespunzătoare vorbirii, muzicii etc., care fac obiectul transmisiilor de telecomunicații, sînt practic suprapuneri de semnale alternative. Aceste exemple explică importanța practică a studiului circuitelor în regim permanent sinusoidal (numit și regim permanent armonic), adică a acelor circuite care, dacă sînt alimentate cu tensiuni alternative sinusoidale, atunci și curenții din toate laturile circuitului sînt sinusoidali și de aceeași frecvență.

Circuitele (rețelele) electrice pentru producerea, transmisia și distribuția energiei sînt circuite de curent alternativ sinusoidal cu frecvența standard de 50 Hz (în America și Australia 60 Hz), numită *frecvență industrială*. Această valoare a frecvenței a fost aleasă cît mai joasă pentru că dificultățile producerii și transmisiei energiei sînt cu atît mai mari, cu cît frecvența e mai înaltă, dar suficient de mare pentru ca variațiile intensității luminoase a lămpilor cu incandescență folosite în iluminat să nu fie sesizabile vederii.

Prin comparație cu circuitul în curent continuu, aplicarea legii lui Ohm în cazul circuitului în curent alternativ prezintă aspecte noi.

— Dacă într-un circuit de curent continuu condensatorul întrerupe circuitul, într-un circuit de curent alternativ condensatorul rînd pe rînd se încarcă și se descarcă, neîmpiedicînd mișcarea oscilatorie de ansamblu a electronilor de conducție, deci stabilirea curentului alternativ în circuitul care îl conține.

— Prezența unei bobine într-un circuit de curent alternativ face să apară fenomenul de autoinducție care contribuie la modificarea intensității curentului alternativ.

— Rezistorul are în curent alternativ același efect ca și în curent continuu: absoarbe energie electrică pe care o transformă în căldură. Deci rezistorul opune curentului alternativ aceeași rezistență ca și curentului continuu.

Studiul experimental și teoretic al legii lui Ohm în curentul alternativ se va face pentru circuite în care generatorul de alimentare constituie o sursă de energie electromagnetică care introduce în circuitul din care face parte o t.e.m. alternativă e_g dată, independentă de structura rețelei în care e conectată și între ale cărui borne căderea de tensiune interioară e neglijabilă; adică $e_g = u = U\sqrt{2}\sin \omega t$, U fiind tensiunea efectivă.

În studiul variației tensiunii sau curentului în timp, a comparației fazelor și amplitudinilor mărimilor periodice, o largă utilizare o are osciloscopul electronic, a cărui descriere este prezentată în paragraful care urmează.

2.4. OSCILOSCOPUL ELECTRONIC FOLOSIT ÎN STUDIUL CIRCUITELOR DE CURENT ALTERNATIV

Este un aparat care permite vizualizarea fenomenelor periodice electrice, transformînd semnalele electrice în semnale optice care pot fi observate pe un ecran sau pot fi fotografiate sub forma unor imagini numite oscilograme.

Elementul mobil al osciloscopului este un fascicul foarte subțire de electroni, practic lipsit de inerție, ceea ce permite studierea proceselor oscilatorii cu frecvențe de la cîțiva herți pînă la sute de megaherți (10^8 Hz).

Partea principală a osciloscopului catodic îl reprezintă tubul catodic (fig. 2.6), cu următoarele componente:

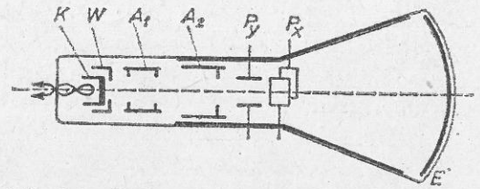


Fig. 2.6. Schema tubului catodic al osciloscopului electronic.

a) un tun electronic, alcătuit dintr-un termocatod (K) pentru emisia electronilor și un sistem de electrozi cilindrici (A_1 și A_2) puși la diferite potențiale, cu ajutorul cărora se accelerează electronii și se formează fasciculul electronic foarte subțire;

b) două perechi de plăci de deflexie pe verticală (P_y) și pe orizontală (P_x) care deviază fasciculul conform tensiunilor aplicate;

c) ecranul E, format dintr-un strat de luminofor depus pe peretele interior al ecranului de sticlă al tubului. Luminoforul (sulfură de zinc sau sulfură de cadmiu) are proprietatea de a emite lumină cînd este bombardat cu electroni. Fasciculul electronic formează pe ecran, în absența unei tensiuni pe plăcile de deflexie P_y și P_x, un punct luminos (numit spot) în centrul ecranului.

Pentru vizualizarea formei curbei mărimilor de studiat, pe plăcile verticale P_y se aplică tensiunea de cercetare u_y, adică variabila dependentă, iar pe plăcile de deviere orizontală P_x o tensiune u_x care are o variație liniară în timp, în formă de dinți de ferăstrău, care constituie baza de timp, adică variabila independentă.

Sub acțiunea cîmpului electric produs de tensiunea bazei de timp u_x (fig. 2.7, *a*), în absența semnalului studiat u_y, în intervalul de timp t_1 corespunzător porțiunii ascendente a curbei în formă de dinți de ferăstrău, fasciculul de electroni se deplasează pe ecran din punctul 1 în punctul 2 cu o viteză constantă. În intervalul de timp t_2, foarte scurt, corespunzător porțiunii descendente a tensiunii bazei de timp u_x, fasciculul de electroni se întoarce foarte repede în poziția inițială 1 și reîncepe mișcarea sa uniformă din punctul 1 spre punctul 2.

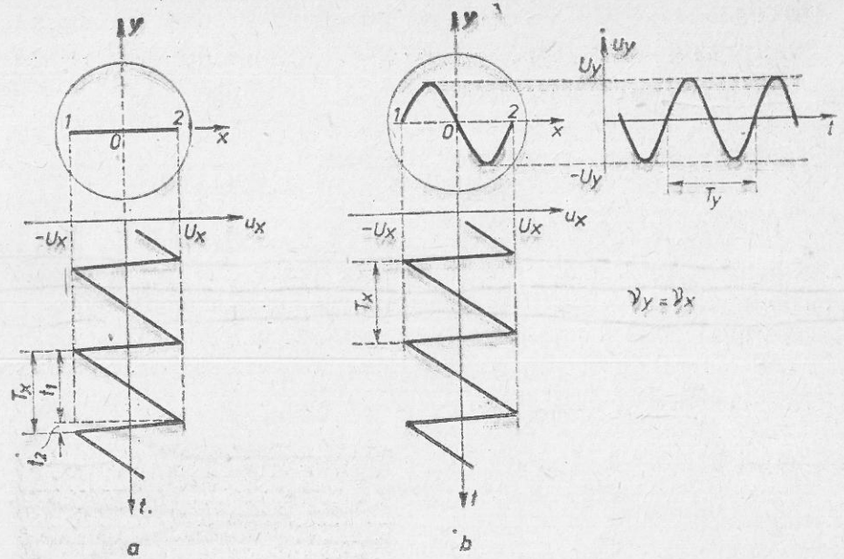


Fig. 2.7. Formarea imaginilor pe ecranul osciloscopului:
a) imagine în absența semnalului de analizat, $u_y = 0$; *b)* imagine pentru $\nu_y = \nu_x$.

Dacă simultan cu tensiunea u_x se aplică și semnalul de cercetat u_y (fig. 2.7, *b*), fasciculul de electroni, sub acțiunea cîmpurilor produse de cele două tensiuni, descrie curba luminoasă a variației în timp a tensiunii de cercetat, $u_y = f(t)$. Curba este continuă datorită persistenței imaginii luminoase pe retină. Dacă frecvența tensiunii de cercetat ν_y este egală cu frecvența tensiunii bazei de timp ν_x, pe ecran apare curba corespunzătoare unei perioade de oscilație. Dacă $\nu_y = n\nu_x$, curba cuprinde n perioade pe ecran.

Pentru a putea studia simultan două semnale pe ecranul unui tub catodic cu un singur spot, se utilizează un dispozitiv special numit *comutator electronic*, care permite aplicarea pe plăcile de deviere verticală P_y pe rînd a tensiunilor de cercetat. Curbele luminoase a celor două tensiuni apar în același timp pe ecran datorită persistenței luminoase (postluminiscență) a ecranului. Un asemenea osciloscop se numește cu spot multiplu și se va folosi în cele ce urmează la experimentele legate de studiul circuitului în curent alternativ.

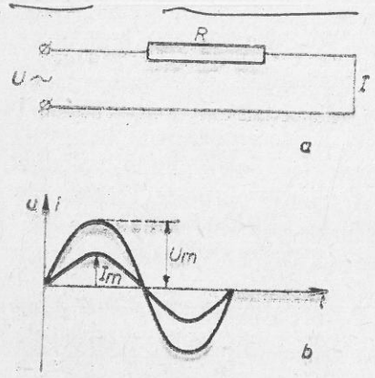
Exemplu numeric. Pe plăcile P_y ale unui osciloscop se aplică o tensiune alternativă u. Spotul luminos oscilînd numai pe verticală va da pe ecran o linie luminoasă avînd lungimea $l = 50$ mm. Cunoscînd că devierea spotului luminos este de 1 mm pentru o tensiune aplicată plăcilor egală cu 1 V, adică sensibilitatea tubului catodic este $S = 1 \frac{\text{mm}}{\text{V}}$, să se calculeze valoarea tensiunii efective aplicată plăcilor P_y.

Rezolvare.

Lungimea liniei verticale fiind proporțională cu dublul amplitudinii tensiunii aplicate, cunoscînd și sensibilitatea tubului catodic, rezultă că $2U_m = \frac{l}{S} = 50$ V sau $U_m = 25$ V, de unde $U \approx 0{,}707\ U_m = 17{,}675$ V.

2.5. REZISTOR ÎN CURENT ALTERNATIV

Circuitele care nu conțin bobine sau condensatoare opun curenților alternativi (de frecvență joasă) practic aceeași rezistență ca și curentului continuu. Căderea de tensiune produsă la trecerea curentului alternativ



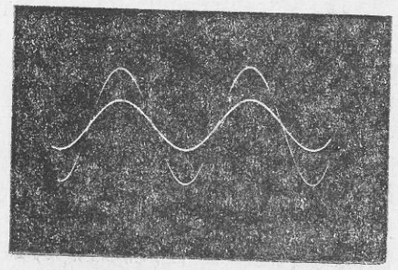

c

Fig. 2.8. *a)* Circuit cu rezistor ohmic, *b)* variația tensiunii și intensității curentului într-un circuit cu rezistor; *c)* fotografie de pe ecranul osciloscopului.

printr-un rezistor este, conform legii lui Ohm, $u = Ri$. Valorile instantanee u și i trec simultan prin valori maxime și nule (fig. 2.8), adică sînt în concordanță de fază așa cum s-a arătat la paragraful 2.1.1. Scrisă pentru valori efective, legea lui Ohm pentru circuitul cu rezistor este $U = RI$. În curent alternativ, rezistenței rezistorului i se spune *rezistență activă*, întrucît disipă energie prin trecerea curentului spre deosebire de așa-numitele elemente reactive (sau nedisipative) care prin trecerea curentului nu disipă energie.

2.6. CIRCUIT SERIE CU REZISTOR ȘI BOBINĂ ÎN CURENT ALTERNATIV

Experiment (a). Un circuit serie format dintr-o bobină cu multe spire, în care se poate introduce un miez de fier, dintr-un rezistor și dintr-un ampermetru de curent alternativ, este alimentat sub tensiunea alternativă u cu valoarea efectivă U (fig. 2.9).

Prin introducerea miezului de fier M în bobină, inductanța crește, iar ampermetrul indică scăderea intensității curentului alternativ prin

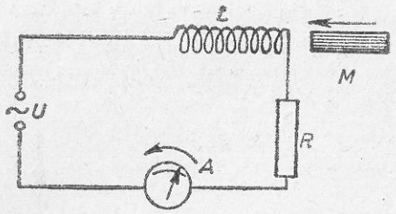


Fig. 2.9. Circuit serie *RL*. Inductanța crește, intensitatea curentului scade.

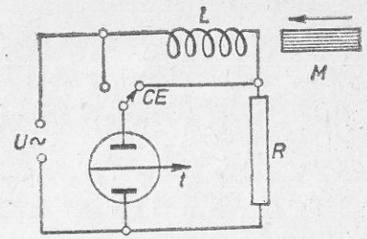


Fig. 2.10. Efectul inductanței în circuit *LR* studiat cu ajutorul osciloscopului electronic.

circuitul serie bobină, rezistor. Bobina introduce, deci, în circuit o rezistență aparentă cu atît mai mare cu cît inductanța *L* a bobinei este mai mare.

(b) Cu montajul a cărui schemă este prezentată în figura 2.10, se poate studia variația tensiunii u și a intensității i. Cu ajutorul comutatorului electronic *CE* se aplică pe rînd pe plăcile P_y tensiunea u și tensiunea $u_R = Ri$ de la bornele rezistorului, tensiune care corespunde variației intensității instantanee i. Figura 2.11 indică poziția curbelor corespunzătoare lui u și i pe ecranul osciloscopului. Curba pentru i, care păstrează aceeași perioadă ca și u, este decalată cu δ pe axa timpului, ceea ce indică o defazare în urmă a intensității i față de tensiunea u.

În concluzie la cele două experimente:

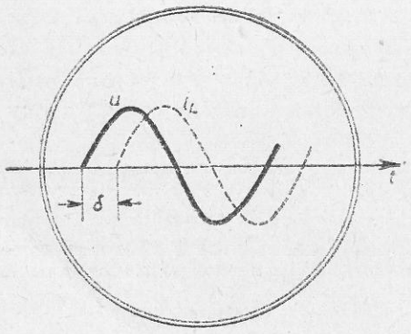
o bobină într-un circuit de curent alternativ introduce o rezistență aparentă și o defazare în urmă a intensității curentului față de tensiunea aplicată circuitului.

Ecuația circuitului este:

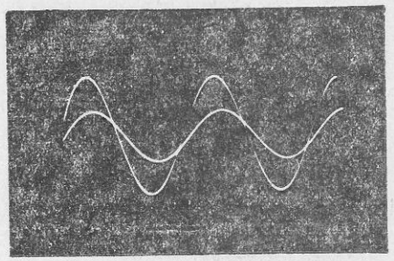
$$u - L\frac{\Delta i}{\Delta t} = Ri.$$

Cunoscînd că

$$u = \sqrt{2}\, U \sin \omega t,$$



a



b

Fig. 2.11. *a)* Defazarea în urmă a intensității curentului față de tensiune în circuitul *LR* serie; *b)* fotografie de pe ecranul osciloscopului.

atunci

$$i = \sqrt{2}\, I \sin(\omega t - \varphi)$$

exprimă intensitatea curentului, defazată cu unghiul φ în urma tensiunii aplicate u, iar

$$\frac{\Delta i}{\Delta t} = \sqrt{2}\, \omega I \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

reprezintă viteza de variație a intensității curentului (vezi §. 2.1.1, *b*).

Trecînd în membrul drept al egalității termenii în I, ecuația circuitului *RL* devine

$$U \sin \omega t = RI \sin(\omega t - \varphi) + \omega LI \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right).$$

Folosind reprezentarea Fresnel, relațiile între I, U, R, ω, L și φ se pot imediat determina.

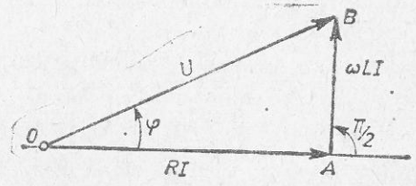


Fig. 2.12. Reprezentarea fazorială a circuitului *RL* serie.

Fazorul $\vec{OA}$ (fig. 2.12), de modul RI reprezintă termenul $RI \sin(\omega t - \varphi)$. Fazorul $\vec{AB}$, de modul ωLI reprezintă termenul $\omega LI \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$, defazat înainte față de fazorul $\vec{OA}$. Suma $\vec{OA} + \vec{AB}$ dă fazorul $\vec{OB}$ care reprezintă termenul $U \sin \omega t$ de modul U. În triunghiul dreptunghic OAB, unghiul $\varphi = \sphericalangle(\vec{OA}, \vec{OB})$ reprezintă unghiul de defazare în urmă a intensității curentului față de tensiune.

Pentru triunghiul dreptunghic OAB se poate scrie

$$U = I\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \qquad \text{și} \qquad \operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L}{R},$$

Se numește *impedanță* Z a unui circuit de curent alternativ, raportul dintre valorile maxime sau efective ale tensiunii aplicate la borne și intensității curentului prin circuit:

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I}.$$

Expresia $U = I \cdot Z$ reprezintă legea lui Ohm în curent alternativ.

Pentru circuitul analizat, impedanța este: $Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$.

Mărimea $X_L = \omega L$ se numește *reactanță inductivă*.

Atît impedanța cît și reactanța inductivă se măsoară în Ω, ca și rezistența R.

Relația

$$U = I\sqrt{R^2 + X_L^2}$$

exprimă legea lui Ohm pentru circuitul *RL*. Dacă bobina ar avea rezistență neglijabilă (bobină ideală), atunci ea ar defaza intensitatea curentului cu $\varphi = \frac{\pi}{2}$ rad în urma tensiunii u. Legea lui Ohm pentru circuitul cu bobină ideală ar fi: $U = I \cdot X_L$.

Exemplu numeric. Să se calculeze intensitatea curentului printr-o bobină cu conductanța $L = 0{,}5$ H și rezistența $R = 5\ \Omega$, aflată, pe rînd: *a)* sub tensiunea efectivă $U = 100$ V, cu $\nu = 50$ Hz; *b)* sub tensiunea continuă avînd aceeași valoare, $U = 100$ V.

Rezolvare

a) Reactanța inductivă este $X_L = 2\pi\nu L = 157\ \Omega$, iar

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{100}{\sqrt{25 + 24\,649}}, \quad \text{deci} \quad I = \frac{100}{157} = 0{,}64\ (\text{A})$$

b) $I = \frac{U}{R} = \frac{100}{5} = 20\ (\text{A})$

Pentru frecvențe mari reactanța bobinelor poate căpăta valori foarte mari, ceea ce duce la blocarea curentului; pentru frecvențe mici bobina se comportă ca un scurt circuit.

2.7. CIRCUIT SERIE CU REZISTOR, BOBINĂ ȘI CONDENSATOR ÎN CURENT ALTERNATIV (CIRCUIT RLC SERIE)

Experiment. Studiul comportării unui circuit serie *RLC* în curent alternativ se poate face cu ajutorul unui **montaj** a cărui schemă este prezentată în figura 2.13, bobina și condensatorul avînd o inductanță, respectiv capacitatea variabile. Conectînd circuitul la sursa de tensiune alternativă, cu ajutorul ampermetrului se poate observa că:

— variația capacității condensatorului, menținînd o valoare constantă pentru L, poate duce la o creștere a intensității curentului prin circuit, trecerea printr-un maxim, după care intensitatea curentului începe să scadă (fig. 2.14);

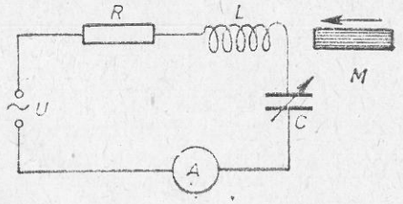


Fig. 2.13. Circuit pentru stabilirea regimului de rezonanță a circuitului *RLC* serie.

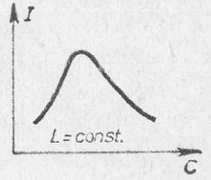


Fig. 2.14. Variația lui I pentru $L = ct.$ și C variabil.

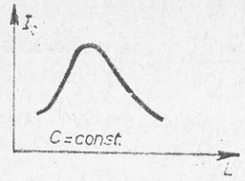


Fig. 2.15. Variația lui I pentru $C = ct$ și L, variabil.

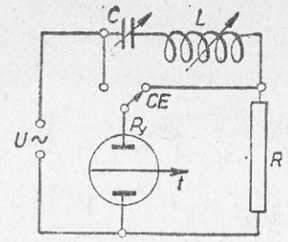


Fig. 2.16. Schema montajului pentru studiul oscilloscopic al circuitului *RLC*.

— menținînd C constant, variația lui L poate corespunde unei creșteri a intensității efective a curentului prin circuit, a trecerii prin maxim, urmată de o descreștere (fig. 2.15).

Studiul osciloscopic asupra circuitului serie *RLC* (fig. 2.16) arată că, pentru valori convenabil alese pentru L și C, efectul inductiv (i defazat în urmă față de u) poate să predomine sau, invers, i să prezinte o defazare înainte față de u, ceea ce înseamnă că în circuit predomină efectul capacitiv (fig. 2.17). Deci, în ceea ce privește defazajul dintre i și u, bobina are un efect antagonist față de acela al condensatorului.

Studiul teoretic al comportării circuitului *RLC* în curent alternativ confirmă rezultatele experimentale.

Ecuația tensiunilor pentru circuitul *LCR* este

$$u - L\frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{q}{C} + R \cdot i.$$

tensiunea sursei de alimentare — t.e.m. de autoinducție — tens. la bornele condensatorului — tensiunea la bornele rezistorului

Știind că defazajul între i și u este exprimat prin unghiul φ, intensitatea instantanee a curentului prin circuitul cu elementele reactive, bobină și condensator, poate fi scrisă sub forma:

$$i = \sqrt{2}\, I \sin(\omega t - \varphi),$$

cu $\varphi > 0$, dacă predomină aspectul inductiv și $\varphi < 0$, dacă predomină aspectul capacitiv.

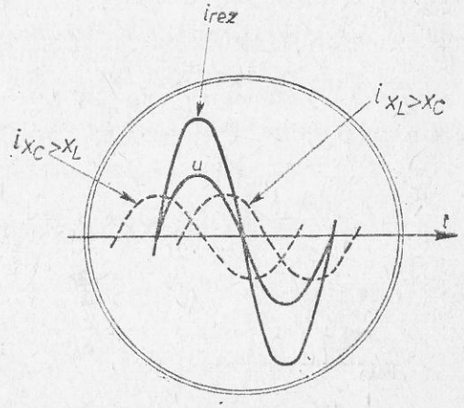


Fig. 2.17. Regimurile capacitiv, inductiv și de rezonanță în circuitul *RLC*.

Sarcina electrică instantanee q a suprafeței armăturii condensatorului poate fi exprimată cu ajutorul lui i plecînd de la expresia

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \sqrt{2}\, I \sin(\omega t - \varphi),$$

de unde (v. §. 2.1.1,c) $q = \frac{\sqrt{2}\, I}{\omega} \sin\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}\, I}{\omega} \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$.

Cu această expresie pentru q și cunoscînd că $\frac{\Delta i}{\Delta t} = \sqrt{2}\, \omega I \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$, ecuația tensiunilor poate fi scrisă sub forma:

$$U \sin \omega t = \omega L I \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right) - \frac{I}{\omega C} \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right) + RI \sin(\omega t - \varphi).$$

Construcția Fresnel dă pentru fazori modulele (fig. 2.18 *a, b, c*):

pentru $\vec{OA}$: $RI = U_R$

pentru $\vec{AB}$: $\omega L I = U_L$

pentru $\vec{BC}$: $\frac{I}{\omega C} = U_C$, unde raportul $\frac{1}{\omega C}$ se numește *reactanță capacitivă* și se notează cu X_C

pentru $\vec{OC}$: U.

În figura 2.18 *a, b, c* se observă că sînt posibile trei cazuri:

a) Dacă $U_L > U_C$, adică $\omega L > \frac{1}{\omega C}$, efectul inductiv predomină față de cel capacitiv; curentul este defazat în urmă față de tensiune, deci $\varphi > 0$.

b) Dacă $U_L < U_C$, adică $\omega L < \frac{1}{\omega C}$, efectul capacitiv predomină față de cel inductiv; curentul este defazat înainte față de tensiune, deci $\varphi < 0$.

c) Dacă $U_L = U_C$, $\omega L = \frac{1}{\omega C}$, cele două efecte se compensează, $\varphi = 0$; este cazul numit *rezonanță* care va fi analizat separat.

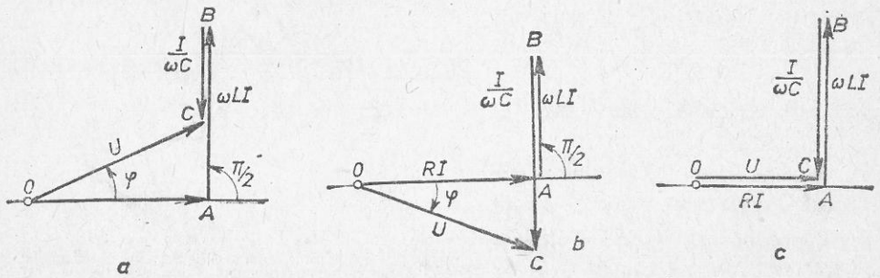


Fig. 2.18. Diagramele fazoriale ale circuitului *RLC* serie.

Pentru cazurile $U_L \neq U_C$ (fig. 2.18 *a, b*) din *triunghiul tensiunilor OAC* rezultă

$$U = I \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad \text{și} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

sau

$$U = I \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = I \cdot Z \qquad \text{și} \qquad \operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

Z fiind *impedanța* circuitului serie *RLC*.

Formula $U = I \cdot Z$ exprimă legea lui Ohm pentru circuitul serie *RLC*. Dacă circuitul ar avea numai condensator, atunci $\varphi = -\frac{\pi}{2}$, deci condensatorul ar defaza intensitatea i a curentului electric cu $\frac{\pi}{2}$ înaintea tensiunii u. Legea lui Ohm pentru circuitul cu condensator ar fi: $U = I \cdot X_C$.

2.8. REZONANȚA CIRCUITULUI SERIE RLC

Dacă pentru un circuit serie *RLC* alimentat de la o sursă de tensiune efectivă U se aleg valori pentru L, C sau ω astfel încît $X_L = X_C$, adică

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}, \tag{2.6}$$

circuitul *RLC* se află în regim de *rezonanță*.

În acest caz, tensiunile la bornele bobinei u_L și ale condensatorului u_C, opuse ca fază, devin egale și $U_L - U_C = 0$, iar defazajul φ dintre curent și tensiunea la bornele circuitului devine zero. Diagrama fazorială pentru rezonanța circuitului serie *RLC* capătă forma din figura 2.18, *c*. Rezonanța la circuitul serie se mai numește și *rezonanța tensiunilor*. În condițiile rezonanței intensitatea curentului devine maximă $I_r = \frac{U}{R}$, deoarece impedanța circuitului se reduce la valoarea rezistenței circuitului, $Z = R$, iar tensiunile la bornele bobinei și condensatorului devin maxime:

$$U_L = I_r X_L = \frac{U \omega L}{R} \quad \text{și} \quad U_C = I_r X_C = \frac{U}{\omega RC}.$$

Raportul, notat cu Q

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{\omega L}{R} = \frac{1}{\omega RC}$$

care arată de cîte ori este mai mare, la rezonanță, tensiunea la bornele bobinei sau condensatorului decît tensiunea generatorului se numește *factor de supratensiune*.

Tensiunea ridicată de la bornele bobinei și ale condensatorului prezintă o particularitate extrem de interesantă a rezonanței serie. Însăși denumirea de „rezonanță de tensiune" subliniază creșterea tensiunii în regim de rezonanță.

În instalațiile industriale pentru transmisia și utilizarea energiei electrice în curent alternativ, apariția supratensiunilor poate să ducă la descărcări electrice între spirele bobinajelor sau armăturilor condensatoarelor prin străpungerea materialelor izolante și să dea naștere la deteriorări sau accidente.

În radiotehnică, rezonanța serie este utilizată pentru obținerea curentului și a tensiunii maxime în circuit. De exemplu, circuitul de antenă a unei stații de emisie radio este întotdeauna serie, pentru a se obține în antenă un curent maxim, deoarece în acest caz bătaia stației este și ea maximă.

Rezolvînd ecuația (2.6), în raport cu ω, se obține

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0 \qquad (2.7)$$

ceea ce înseamnă că, la rezonanță, perioada tensiunii alternative, aplicată la bornele circuitului, trebuie să fie

$$T' = T_0 = 2\pi\sqrt{LC}, \quad \text{(formula lui Thomson)}$$

adică egală cu perioada de „oscilație proprie" $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ a circuitului, dată de formula lui Thomson.

Din egalitatea (2.6) și expresia pulsației ω la rezonanță (2.7) se obține

$$\frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

de unde rezultă că

$$U_L = U_C \gg U \quad \text{dacă} \quad R \ll \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Mărimea $\sqrt{\frac{L}{C}}$ are dimensiunile unei rezistențe și se numește *impedanța caracteristică* Z_0 a circuitului serie.

2.8.1. Analogie mecanică. Circuitul *RLC* la bornele căruia se aplică o tensiune alternativă se comportă ca un sistem excitat. Sursa de t.e.m. alternativă are rolul de excitator, rezistența circuitului corespunzînd frecării cu mediul în cazul pendulului elastic. Constanta k a pendulului are ca echivalent pe $\frac{1}{C}$, iar masa pendulului pe L. Sursa de t.e.m. alternativă întreține în circuitul *RLC* un curent alternativ de aceeași perioadă cu cea a t.e.m., intensitatea curentului fiind dată de legea lui Ohm, circuitul lucrează deci în regim de *oscilații forțate*.

Dacă perioada t.e.m. este egală cu perioada $2\pi\sqrt{LC}$ de oscilație proprie a circuitului *RLC*, în circuit se produc oscilații puternice ale electronilor de conducție, caracterizate prin tensiuni și intensități de curent mari. Sursa va debita o putere relativ mică, necesară numai pentru compensarea pierderilor de energie prin efect Joule datorate rezistenței R a circuitului. Este cazul rezonanței electrice, generatorul și circuitul *RLC* constituind un sistem de doi oscilatori cuplați, funcționînd în regim de rezonanță, serie. Tot astfel se poate face să oscileze, la rezonanță, un pendul.

Procesul descris este asemănător celui de întreținere a oscilațiilor unui pendul explicat la paragraful 1.2.9 (fig. 1.32). Energia sursei este analoagă energiei potențiale a corpului suspendat. Ea este folosită pentru compensarea energiei disipate de pendul (analogul circuitului *RLC*) în decursul unei semioscilații.

Pornind de la formula generală care exprimă legea lui Ohm

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}},$$

se poate construi cu precizie graficul curbei variației intensității efective a curentului prin circuitul *RLC*, în funcție de mărimile L, C sau ω, curbă obținută calitativ prin variația lui L sau a lui C și în experimentul corespunzător montajului din figura 2.13. Maximul curbei arată că, într-adevăr, cu cît rezistența circuitului este mai mică, cu atît intensitatea curentului la rezonanță este mai mare. Curbele din figura 2.19 se numesc curbe de rezonanță, forma lor fiind asemănătoare cu cele obținute la studiul rezonanței mecanice (fig. 1.29).

Problemă rezolvată. Circuitul serie *RLC* din figura 2.13, pentru care $R = 4\ \Omega$, $L = 6{,}37$ mH și capacitatea condensatorului variabil fixată pentru $C = 159\ \mu$F, este alimentat de un generator cu tensiunea efectivă $U = 120$ V și frecvența $\nu = 200$ Hz.

1. Să se determine:

a) intensitatea curentului din circuit și tensiunile U_R, U_L și U_C;

b) defazajul între curent și tensiunea la bornele circuitului;

c) valoarea capacității condensatorului variabil pentru care în circuit apare rezonanța;

d) factorul de supratensiune.

2. Este posibil să se înlocuiască bobina și condensatorul (cu $C = 159\ \mu$F) din circuitul inițial, cu o bobină echivalentă?

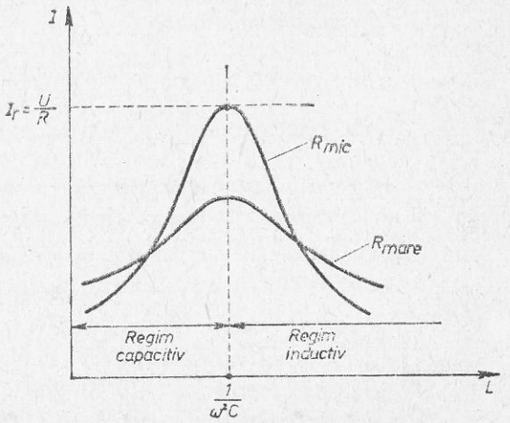


Fig. 2.19. Curbe de rezonanță pentru circuitul *RLC* serie.

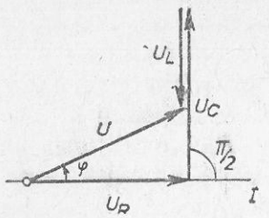


Fig. 2.20. Pentru problema rezolvată.

Rezolvare

1. *a)* $X_L = \omega L = 2\pi\nu L \approx 8\ \Omega$, $X_C = \dfrac{1}{2\pi\nu C} \approx 5\ \Omega$;

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{120}{\sqrt{16 + 9}} = 24\ (\text{A})$$

$$U_R = RI = 4 \cdot 24 = 96\ \text{V},\ U_L = X_L I = 8 \cdot 24 = 192\ (\text{V})$$

$$U_C = X_C I = 5 \cdot 24 = 120\ (\text{V})$$

Verificare: $U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = 120$ V (fig. 2.20).

b) $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{X_L - X_C}{R} = \dfrac{3}{4} = 0{,}75$, $\varphi = 37°$.

c) La rezonanță $X_C' = X_L$, de unde $C_r = \dfrac{1}{\omega X_L} = \dfrac{1}{1\,256 \cdot 8} = 99{,}5\ (\mu\text{F})$

d) $I_r = \dfrac{U}{R} = 30\ \text{A}$; $U_R' = I_r R = 120$ V, $U_L' = I_r X_L = 240$ V,

$$U_C' = I_r X_C' = 240\ \text{V}.$$

(La rezonanță U_L' și U_C' sînt egale și în opoziție de fază, astfel că $U_L' - U_C' = 0$.)

$$Q = \frac{U_L'}{U} = \frac{U_C'}{U} = \frac{\omega L}{R} = \frac{1}{\omega C R} = 2.$$

2. Întrucît $X_L > X_C$, circuitul are caracter inductiv și totul se petrece ca și cum în circuit ar exista numai o bobină, cu inductanța echivalentă:

$$L_e = \frac{X}{\omega} = \frac{X_L - X_C}{\omega} = 2{,}4\ \text{mH}.$$ (X este reactanța circuitului.)

EXTINDERE ÎN FIZICĂ

2.9. CIRCUITUL PARALEL RLC ÎN CURENT ALTERNATIV

Circuitul conține un rezistor cu rezistența R, o bobină cu inductanța L. și un condensator cu capacitatea C, toate legate în paralel (în derivație) la o sursă de tensiune alternativă $u = \sqrt{2}\,U$ sînt ωt (fig. 2.21,*a*). Prin cele 3 ramuri ale circuitului se stabilesc curenți cu intensitățile:

$$i_R = \frac{\sqrt{2}\,U}{R}\sin\omega t,\quad i_L = \frac{\sqrt{2}\,U}{X_L}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right),\quad i_C = \frac{\sqrt{2}\,U}{X_C}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Aplicînd teorema I a lui Kirchhoff, intensitatea totală care în general nu va fi în fază cu tensiunea aplicată, are expresia $i = i_R + i_L + i_C$. Rezultă:

$$I\sin(\omega t + \varphi) = \frac{U}{R}\sin\omega t + \frac{U}{X_L}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{U}{X_C}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \qquad (2.8)$$

18.04.80

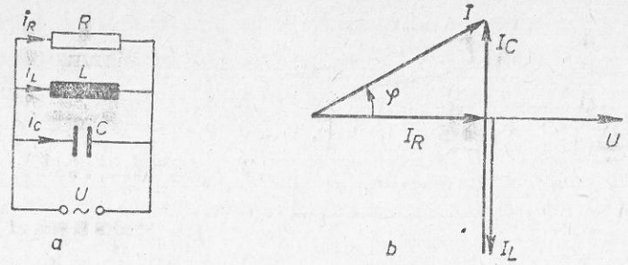


Fig. 2.21. Circuit *RLC* paralel:
a) schema circuitului; *b)* diagrama fazorială.

La momentele $t_1 = 0$ și $t_2 = \dfrac{\pi}{2\omega}$, relația (2.8) devine

$$I\sin\varphi = U\left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right);\quad I\cos\varphi = \frac{U}{R}. \qquad (2.9)$$

Raportul acestor ultime două relații permite obținerea tangentei defazajului φ dintre tensiune și intensitatea curentului total:

$$\operatorname{tg}\varphi = R\left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right).$$

Ridicînd relațiile (2.9) la pătrat și adunînd, se obține

$$I = U\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}. \qquad (2.10)$$

Formula $U = IZ$ care exprimă *legea lui Ohm* pentru circuitele de curent alternativ, permite stabilirea expresiei pentru impedanța circuitului *RLC* paralel. Astfel, din relația (2.10) rezultă

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}}.$$

Folosind relația (2.8) se poate construi diagrama fazorială a circuitului *RLC* paralel, considerînd ca fază origine — faza tensiunii aplicate u (fig. 2.21,*b*).

2.9.1. Rezonanța circuitului paralel

Experiment. În montajul din figura 2.22 prin ridicarea sau coborîrea miezului M cu ajutorul șurubului S, se găsește poziția pentru care becul 1 se stinge sau luminează minim. Deplasarea miezului M în sus sau în jos, față de această poziție, face să scadă intensitatea luminii becului 2 sau a lui 3 și să crească intensitatea luminii becului 1.

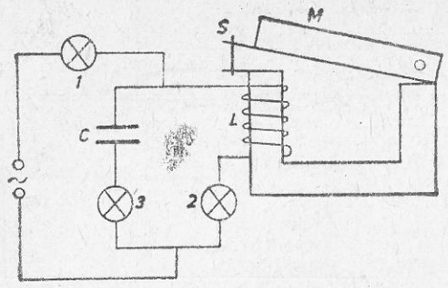


Fig. 2.22. Montaj pentru demonstrarea fenomenului de rezonanță în circuitul paralel.

Considerînd un circuit paralel LC (fig. 2.23,*a*), condiția de rezonanță $X_L = X_C$, impune anularea intensității curentului total:

$$I_{rez} = U\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) = 0.$$

Deci impedanța circuitului la rezonanță tinde spre infinit*.

$$Z_{rez} = \frac{1}{\omega C - \frac{1}{\omega L}} \to \infty$$

pentru curenții care au frecvența corespunzătoare condiției $LC\omega^2 = 1$; de unde

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Deși intensitatea curentului total este zero la rezonanță, totuși în interiorul circuitului serie, format din bobină și condensator, oscilează un curent de intensitate

$$I' = U\omega C = \frac{U}{\omega L}.$$

Această situație este posibilă, deoarece curentul în bobină este totdeauna de sens contrar cu cel din ramura cu condensator (fig. 2.23, *a* și *b*).

Ridicarea miezului de fier M mai sus față de poziția pentru care se obține rezonanța paralel atrage modificarea reactanței ramurii L în sensul micșorării ei, $X_L < X_C$ și becul 2 va lumina mai intens decît becul 3. Invers, coborînd miezul de fier M, $X_C < X_L$ și becul 3 va lumina mai intens.

În ambele cazuri, intensitatea curentului total I fiind mai mare decît I_{rez}, becul 1 va lumina.

Aceste considerații explică observațiile care rezultă din experimentul ce demonstrează fenomenul de rezonanță paralel, numit și rezonanță de curent.

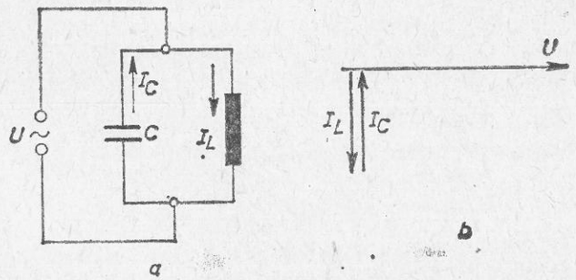


Fig. 2.23. Rezonanța circuitului paralel LC.

* În practică, ca devine foarte mare deoarece bobina prezintă și o rezistență activă.

2.10 PUTEREA ÎN CURENT ALTERNATIV MONOFAZAT

Se știe că în circuitele de curent continuu, puterea este dată de relația $P = UI$ și reprezintă energia disipată în unitatea de timp prin trecerea unui curent continuu de intensitate I printr-un circuit la capetele căruia este aplicată tensiunea continuă U.

Dacă tensiunea la bornele unui circuit de curent alternativ este $u = U_m \sin\omega t$ iar intensitatea curentului prin circuit $i = I_m \sin(\omega t - \varphi)$, puterea instantanee a circuitului este:

$$p = ui = U_m \sin\omega t \cdot I_m \sin(\omega t - \varphi),$$

unde φ este defazajul dintre u și i.

Folosind identitatea trigonometrică $\sin a \sin b = \frac{1}{2}\cos(a - b) - \frac{1}{2}\cos(a + b)$,

puterea instantanee se mai poate scrie sub forma:

$$p = \underbrace{\frac{U_m I_m}{2}\cos\varphi}_{\text{componentă constantă}} - \underbrace{\frac{U_m I_m}{2}\cos(2\omega t - \varphi)}_{\text{componentă alternativă}}. \qquad (2.11)$$

În figura 2.24 sînt redate curbele intensității curentului, tensiunii și puterii. Ordonatele punctelor curbei reprezentînd puterea instantanee dată de expresia (2.11) sînt obținute prin înmulțirea ordonatelor respective ale punctelor diagramelor intensității curentului și tensiunii. Se observă că pu-

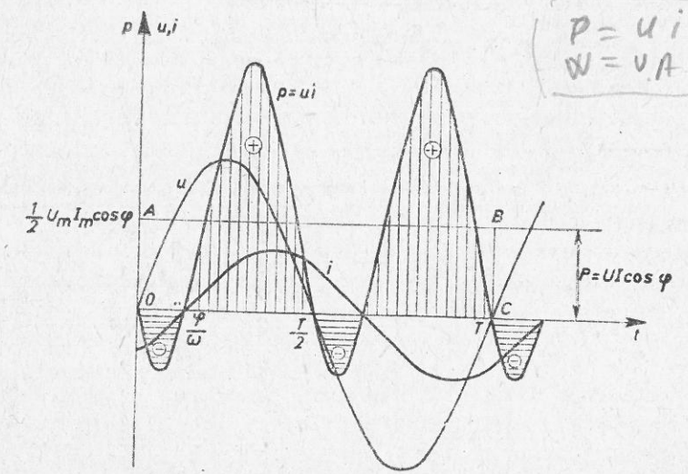


Fig. 2.24. Puterea instantanee și puterea medie într-un circuit de curent alternativ. Se observă că valorile medii pe o perioadă ale mărimilor u și i sînt nule. Valoarea medie $\bar{p}$ este însă diferită de zero deoarece produsul $p = ui$ a două mărimi oscilatorii armonice nu mai reprezintă o mărime oscilatorie armonică.

18.04.80

terea instantanee poate să ia la momente diferite valori diferite, pozitive, negative sau nule.

Pentru a putea caracteriza un circuit în curent alternativ din punct de vedere al consumului mediu de energie în unitatea de timp, să căutăm să stabilim expresia puterii medii $\bar{p}$ corespunzătoare unei perioade a curentului alternativ.

Diagrama variației puterii instantanee cu timpul arată că, pentru o perioadă, suprafețele haşurate situate deasupra liniei $\frac{1}{2} U_m I_m \cos\varphi$ umplu locurile rămase libere între abscisă și această linie și anulează domeniile negative (haşurate, sub axa abscisă). Ca urmare, energia absorbită în circuitul de curent alternativ, corespunzătoare unei perioade T, va fi egală cu aria dreptunghiului $OABC$:

$$W = \frac{1}{2} U_m I_m \cos\varphi \cdot T.$$

De aceea, într-o perioadă, valoarea medie a puterii unui circuit de curent alternativ este egală cu componenta constantă a puterii instantanee p scrisă sub forma relației (2.11), adică

$$P = \bar{p} = \frac{1}{2} U_m I_m \cos\varphi = UI \cos\varphi.$$

Astfel, puterea medie sau puterea activă a circuitului de curent alternativ este egală cu produsul valorilor efective ale tensiunii și intensității curentului înmulțit cu cosinusul unghiului de defazaj

$$P = UI \cos\varphi.$$

Puterea activă se măsoară în waţi. Ea se regăsește, în circuit, în căldură (raportată la timp) sau în putere mecanică.

Factorul $\cos\varphi$ se numește *factor de putere*.

Expresia (2.11) a puterii instantanee arată că aceasta oscilează cu pulsația 2ω, în jurul valorii ei medii, care este puterea activă P (fig. 2.24). În momentele din decursul unei perioade cînd puterea primită p este negativă (adică, în fapt este cedată sursei), energia cîmpului electric al condensatoarelor sau a cîmpului magnetic al bobinelor este parțial restituită sursei de alimentare.

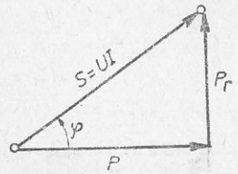


Fig. 2.25. Triunghiul puterilor.

Prin înmulțirea cu I a laturilor triunghiului tensiunilor (fig. 2.18,*a*) se obține triunghiul asemenea numit „triunghiul puterilor" (fig. 2.25). Cateta $P = U_R I = RI^2$ reprezintă puterea activă. Cum $U_R = U \cos\varphi$, rezultă $P = UI \cos\varphi$.

Produsul $S = UI$ se numește *puterea aparentă* și reprezintă energia transferată în unitatea de timp circuitului de către sursa de alimentare. O parte

din ea reprezintă puterea activă P utilizată de consumator, iar cealaltă parte $P_r = U_X I = UI \sin\varphi$, numită *putere reactivă*, este necesară pentru producerea cîmpului magnetic și a cîmpului electric. Unitatea de măsură pentru puterea aparentă S este voltamperul (VA), iar pentru puterea reactivă P_r este volt-amperul-reactiv (var*).

Între puterea aparentă, puterea activă și puterea reactivă există relațiile:

$$P^2 + P_r^2 = S^2; \quad P_r = P \operatorname{tg}\varphi; \quad P = S\cos\varphi; \quad P_r = S\sin\varphi,$$

care se reţin uşor cu ajutorul triunghiului puterilor.

2.11. CIRCUITUL OSCILANT. PRODUCEREA OSCILAȚIILOR ELECTROMAGNETICE LIBERE

Descărcarea unui condensator printr-un circuit cu bobină și rezistor în serie cu condensatorul se poate face aperiodic sau periodic.

Experiment. Cu ajutorul montajului din figura 2.26 se poate studia descărcarea condensatorului. Condensatorul este încărcat de la sursa de tensiune continuă (baterie, redresor), apoi este conectat în circuitul de descărcare prin aducerea comutatorului K_1 în poziția 2 și comutatorului K_2 în poziția 1. Rezistența activă totală a circuitului este suma dintre rezistența rezistorului și rezistența sîrmei spirelor bobinei: $R_t = R + r$.

a) Dacă $R_t \geqslant 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ (1), curba variației în timp a tensiunii u_C la bornele condensatorului, după comutarea pe poziția 2, arată pe ecranul

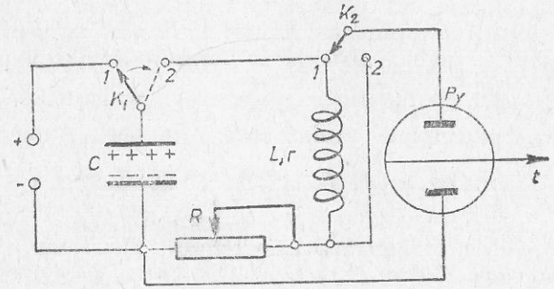
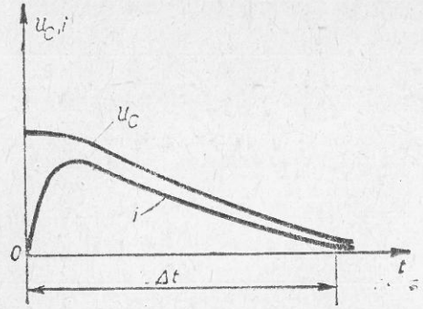


Fig. 2.26. Montaj pentru studiul descărcării condensatorului prin circuitul oscilant.

osciloscopului ca în figura 2.27. Descărcarea este aperiodică. Încărcînd și apoi descărcînd condensatorul cu osciloscopul conectat la bornele rezistorului (K_2 în poziția 2), se obține curba variației în timp a intensității curentului prin circuit, care este în fază cu tensiunea $u_R = Ri$ de la bornele rezistorului (fig. 2.27).

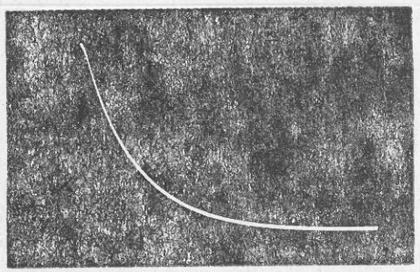
* Unitate adoptată internațional de Comisia Electrotehnică Internațională, în 1930, la propunerea academicianului român Constantin Budeanu (1886—1959).

19.04.80

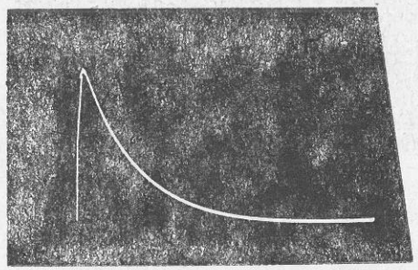


a

Fig. 2.27. Descărcarea aperiodică.



b



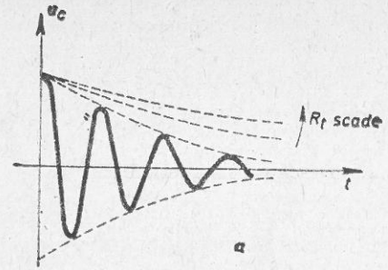
c

Intensitatea curentului prin circuit crește la început de la zero pînă la o anumită valoare maximă, pentru ca apoi să descrească continuu pînă la zero (fig. 2.27). În intervalul de timp Δt pentru care tensiunea u_c practic se anulează are loc transformarea energiei acumulate inițial în cîmpul electric al condensatorului în căldură. T.e.m. de autoinducție care apare odată cu descreșterea intensității curentului de descărcare prin bobină este insuficientă pentru a produce încărcarea condensatorului în sens invers. După cum rezultă din relația (1), în descărcarea aperiodică $L < \frac{R_l^2 C}{4}$.

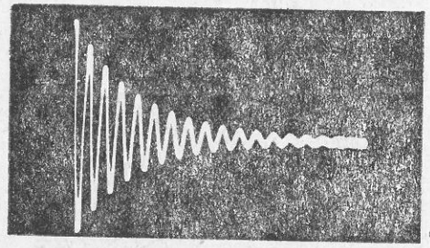
b) Dacă rezistența totală devine mai mică decît dublul impedanței caracteristice a circuitului, adică $R_l < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, descărcarea condensatorului este periodică. Tensiunea la bornele condensatorului u_C și intensitatea curentului i prin circuit păstrează caracteristica unei oscilații armonice amortizate în timp (fig. 2.28 *a*, *b*, *c*). Oscilațiile lui u_C și i se produc singure, fără acțiunea unei t.e.m. alternative sinusoidale exterioare, numai datorită excitației inițiale realizată prin încărcarea condensatorului. Oscilațiile de acest fel se numesc *oscilații electromagnetice libere*; cu cît rezistența circuitului este mai mică cu atît amortizarea oscilațiilor este mai mică (fig. 2.28 *a*, *b*).

Circuitul închis format dintr-un condensator de capacitate C și o bobină de inductanță L și rezistență r în care se pot produce oscilații electromagnetice libere se numește *circuit oscilant*.

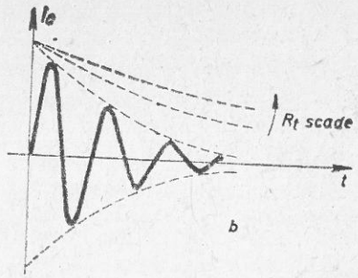
2.11.1. Studiul calitativ al fenomenelor. Procesul de descărcare a condensatorului și de producere a oscilațiilor în circuit poate fi urmărit pe graficul din figura 2.29 care arată variația tensiunii u_C la bornele condensatorului și a intensității curentului în bobină, rezistența sîrmei bobinei fiind considerată neglijabilă. Circuitul oscilant este analog cu un pendul elastic. La



a



c



b

Fig. 2.28. Oscilații amortizate.

momentul inițial $t = 0$, tensiunea u_C între armăturile condensatorului are valoarea maximă $u_C = U_m$, iar energia circuitului oscilant este egală cu energia cîmpului electric dintre armăturile condensatorului. Sarcina de pe armături este $q_m \neq CU_m$ iar pendulul va avea o deformare maximă — y_m (fig. 2.29, *a*). Odată cu începerea descărcării, prin bobină circulă un curent care crește treptat în intensitate. T.e.m. de autoinducție care ia naștere în bobină împiedică o creștere rapidă a intensității curentului. Pe măsura creșterii intensității curentului, tensiunea u_c scade, deoarece un număr tot mai mare de electroni pleacă de la armătura încărcată negativ și același număr de electroni trec la armătura pozitivă, micșorîndu-i sarcina. Sensul mișcării electronilor este invers sensului curentului electric. La momentul $t = \frac{T}{4}$, condensatorul este complet descărcat, $u_C = 0$, intensitatea curentului este maximă $i = I_m$, iar energia circuitului, este egală cu energia cîmpului magnetic din bobină $\frac{1}{2} L I_m^2$.

La același moment $\left(t = \frac{T}{4}\right)$ energia pendulului elastic este egală cu energia cinetică $\frac{1}{2} m v_m^2$ (fig. 2.29, *b*). (Vezi și graficul din fig. 1.20).

În intervalul $\left(\frac{T}{4}, \frac{T}{2}\right)$ energia cinetică a pendulului se transformă în energie potențială. Viteza bilei variază repede cînd $v \to 0$ și în același timp accelerația $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ crește (vezi fig. 1.9), deci și forța de inerție $m\frac{\Delta v}{\Delta t}$ crește. Această forță de inerție deformează puternic resortul, deviația fiind maximă dar în sens opus celei de la $t = 0$, adică egală cu $+y_m$. Analog, în circuitul electric oscilant, curentul după ce a ajuns la valoarea maximă a intensității scade tinzînd către zero. Dar la acest moment $\left(t = \frac{T}{4}\right)$ viteza de variație a intensității curentului $\frac{\Delta i}{\Delta t}$ este maximă, deci și t.e.m. de autoinducție $-L\frac{\Delta i}{\Delta t}$,

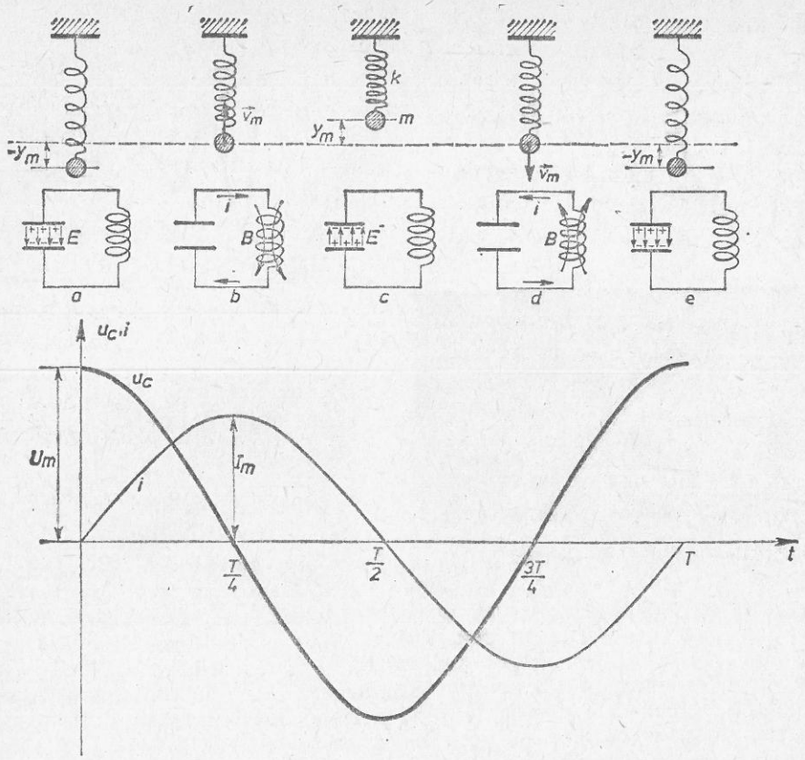


Fig. 2.29. Schimbul de energie între condensator și bobină.

care are același sens cu curentul. În intervalul de timp, $\left(\frac{T}{4}, \frac{T}{2}\right)$ bobina lucrează ca un generator și încarcă condensatorul în sens invers, la $t = \frac{T}{2}$ tensiunea atinge valoarea extremă negativă $u_C = -U_m$ (fig. 2.29, *c*). În continuare, fenomenele se succed în aceeași ordine ca în intervalul $\left(0, \frac{T}{2}\right)$ dar în sens contrar. Începînd din momentul $t = \frac{T}{2}$ condensatorul se descarcă, trecînd din starea (*c*) în starea (*d*), tensiunea u_C scade, intensitatea curentului crește. În orice moment din intervalul $\left(\frac{T}{2}, \frac{3T}{4}\right)$ energia circuitului oscilant este egală cu suma dintre energia cîmpului electric și cea a cîmpului magnetic. La $t = \frac{3T}{4}$ curentul va avea aceeași intensitate maximă dar de sens contrar, $i = -I_m$, întocmai ca și bila care atinge viteza maximă v_m; energia circuitului oscilant este egală cu cea a cîmpului magnetic din bobină: $\frac{1}{2} L I_m^2$ (fig. 2.29, *d*). Urmează apoi, în intervalul $\left(\frac{3T}{4}, T\right)$

reîncărcarea condensatorului de către t.e.m. autoindusă în bobină și se ajunge la situația inițială a condensatorului încărcat, $u_C = U_m$, iar deformarea pendulului elastic corespunde deviației maxime $-y_m$. Ambele sisteme oscilante au ajuns în starea inițială după o oscilație. Apoi oscilația reîncepe.

Graficele din figura 2.29 arată că maximul intensității curentului (sau a energiei cîmpului magnetic) coincide în timp cu anularea tensiunii (sau a energiei cîmpului electric) și invers, adică defazajul dintre tensiune și intensitatea curentului este egal cu un sfert de perioadă sau cu $\frac{\pi}{2}$ radiani. În primul și al treilea sfert de perioadă, condensatorul are rolul unui generator de energie electrică, iar bobina are rolul unui receptor de energie; în al doilea și al patrulea sfert de perioadă, bobina se comportă ca un generator, din cauza apariției t.e.m. de autoinducție, care se opune scăderii intensității curentului. Bobina cedează energie din cîmpul său magnetic condensatorului, care are acum rolul unui receptor de energie.

Analogia pendul elastic — circuit oscilant, oferă posibilitatea stabilirii următoarei corespondențe între mărimile ce le caracterizează:

Mărimile mecanice	Mărimile electrice
Elongația y	Sarcina q
Viteza $v = \frac{\Delta y}{\Delta t}$	Intensitatea curentului $i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$
Constanta elastică k	Inversa capacității $\frac{1}{C}$
Masa m	Inductanța L
Accelerația $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	Viteza de variație a intensității curentului $\frac{\Delta i}{\Delta t}$

Corespondența poate continua:

Legea transformării și conservării energiei pentru cele două sisteme analogic studiate, pendulul elastic și circuitul oscilant, are expresiile

$$\frac{1}{2} k y^2 + \frac{1}{2} m v^2 = W_{mec} = \text{const.}$$

și respectiv

$$\frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L i^2 = W_{el} = \text{const.}$$

2.11.2. Perioada oscilațiilor electromagnetice libere. Oscilațiile electromagnetice dintr-un circuit oscilant sînt libere. Procesul oscilator se produce singur, datorită numai sarcinii electrice inițiale q_m a condensatorului.

De aceea oscilațiile se produc cu o perioadă proprie T_0 care depinde numai de valorile capacității C și inductanței L a circuitului oscilant.

Pentru a găsi relația dintre perioada de oscilație T_0, capacitatea C și inductanța L ale unui circuit ideal, fără pierderi, se pleacă de la ecuația tensiunilor (scrisă sub forma de la pag. 69) pentru un circuit RLC în curent alternativ, unde $U = 0$ și $R \approx 0$, bornele la care se aplică t.e.m. fiind în scurt circuit.

Se obține $I\omega_0 L = \frac{I}{\omega_0 C}$, adică tensiunea la bornele bobinei este egală cu tensiunea dintre armăturile condensatorului și intensitatea efectivă a curentului prin bobină și prin condensator va fi aceeași, deoarece pentru curentul oscilațiilor libere ale electronilor de conducție, circuitul oscilant se prezintă ca un simplu circuit serie. Împărțind cu I se obține

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}.$$

În circuitul oscilant, reactanța inductivă X_L este întotdeauna egală cu reactanța capacitivă X_C.

În circuit se produc numai oscilații a căror pulsație este

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Perioada acestor oscilații proprii ale circuitului oscilant va fi

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \qquad \text{(Formula lui Thomson)}$$

T_0 se mai numește perioada proprie a circuitului oscilant.

Am regăsit formula lui Thomson, întîlnită la circuitele serie în fenomenul de rezonanță, cînd pulsația tensiunii alternative aplicate circuitului serie era egală cu pulsația proprie $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Prin urmare, perioada proprie a oscilațiilor electromagnetice produse în circuitul oscilant depinde de valorile capacității și inductanței din circuit și nu depinde de alte elemente caracteristice oscilațiilor și circuitului.

O *observație fundamentală:* în cele spuse pînă acum nu s-a examinat rolul rezistenței circuitului oscilant nici rolul frecării din sistemul mecanic. Datorită rezistenței sîrmei bobinei și conexiunilor, în circuitul oscilant real are loc o pierdere de energie sub formă de căldură, care se transferă sistemelor înconjurătoare. La fel se întîmplă și în cazul sistemului mecanic. Sistemul se încălzește în timpul oscilațiilor datorită frecărilor. Amplitudinea inițială scade deoarece scade energia oscilatorului prin disipare. Tot așa scade și amplitudinea lui u_c și i după fiecare oscilație. **Mișcarea oscilatorie liberă, fie electromagnetică, fie mecanică este în realitate o mișcare amortizată.**

19.04.80

2.12. PRODUCEREA CURENTULUI ALTERNATIV MONOFAZAT. ALTERNATORUL

2.12.1. Principiul generatorului de curent alternativ monofazat (alternatorul). La bornele unei bobine fixe în fața căreia se rotește un magnet ia naștere o tensiune electromotoare alternativă, cum s-a arătat la §. 2.1. La o rotație completă a magnetului curentul alternativ indus în bobină efectuează o oscilație. Oscilația poate fi pusă în evidență cu ajutorul unui ampermetru de curent continuu, cu ac indicator la mijlocul scalei, conectat la bornele bobinei. Rotim bobina cu o viteză de rotație (fig. 2.4) uniformă pornind dintr-o poziție în care magnetul este orientat în lungul axului bobinei. În decursul unei rotații complete a magnetului, acul ampermetrului va devia spre una din extremitățile scalei indicînd un maxim, apoi trece prin zero deviind spre cealaltă extremă a scalei și după ce indică un maxim (egal ca valoare cu primul) revine la zero.

Funcționarea alternatorului se bazează pe inducția electromagnetică produsă într-o bobină aflată într-un cîmp magnetic rotitor.

2.12.2. Construcția și funcționarea alternatorului. Ca orice mașină electrică rotativă, generatorul de curent alternativ numit alternator are două părți principale: una din ele produce cîmpul magnetic inductor și se numește *inductor*, iar cealaltă se numește *indus*. Acesta este format din bobine cu miez feromagnetic, în care se induc t.e.m. alternative.

La alternator, indusul fiind fix se mai numește stator, inductorul fiind partea care se rotește, se numește rotor.

Statorul este alcătuit dintr-o carcasă cilindrică în interiorul căreia se află o armătură realizată din tole de material feromagnetic (oțel electrotehnic). Armătura poartă bobinajele, legate în serie și bobinate alternativ cînd într-un sens cînd în altul, așa cum arată figura 2.30. În interiorul armăturii cilindrice a statorului se află dispus coaxial rotorul format din electromagneți în număr par, egal cu numărul bobinelor din stator. Miezul electromagneților este realizat tot din tole de oțel electrotehnic. Polii electromagneților alternează (fig. 2.30, *a*). Inductorul este alimentat cu un curent continuu, numit curent de excitație, produs de un mic generator de c.c. (excitatoarea), al cărui indus se află pe axul alternatorului.

De la excitatoare curentul ajunge în circuitul inductorului prin două perii din cărbune P_1 și P_2 care lunecă pe două inele de aramă I_1 și I_2 de care sînt fixate capetele circuitului inductor.

Trecerea succesivă a polilor de pe rotor prin fața bobinelor statorului, alternat bobinate și legate în serie face să apară în circuitul indusului, o t.e.m. alternativă. Intervalul de timp în care perechile de poli trec concomitent prin fața cîte unei bobine a statorului determină perioada t.e.m. alternative. Notăm cu n turația în rot/min a motorului care pune în rotație inductorul și cu p numărul de perechi de poli. Cum în fiecare rotație

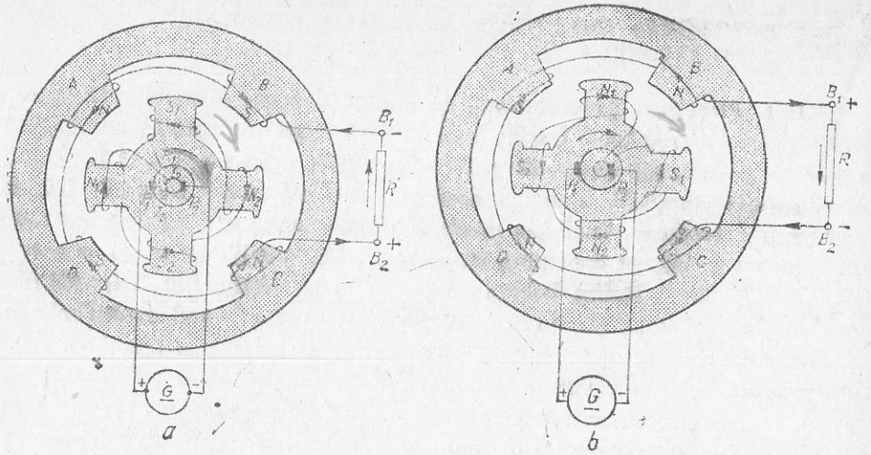


Fig. 2.30. Alternatorul monofazat.

prin dreptul unei bobine a statorului trec p perechi de poli, iar într-o secundă $p \cdot \frac{n}{60}$ perechi de poli, rezultă că în acest interval de timp se produc $p \cdot \frac{n}{60}$ oscilații ale t.e.m. alternative. Deci, frecvența t.e.m. alternative a unui generator de tipul alternatorului este $\nu = \frac{pn}{60}$ (Hz).

Exemplu: pentru ca frecvența t.e.m. a unui alternator cu patru perechi de poli să fie de 50 Hz, turația motorului de antrenare trebuie să fie 750 rot/min.

Principiul de funcționare al alternatorului poate fi urmărit în figura 2.30 *a*, *b*. Prin rotirea inductorului, polii săi creează fluxuri variabile sinusoidal prin bobinele statorului, în care induc tensiuni electromotoare. În figura 2,30, *a*, polul nord N_1 se apropie de bobina A, polul sud S_1 se apropie de bobina B, N_2 de C și S_2 de D. Fluxul magnetic prin bobinele statorului crește. Sensul t.e.m. induse face borna 2 pozitivă și borna 1 negativă. Sensul curentului prin circuitul indusului și sarcina rezistivă este indicat în figură prin săgeți. T.e.m. indusă este nulă cînd polii trec exact prin fața bobinelor $ABCD$, deoarece fluxul prin acestea este maxim, iar viteza de variație a fluxului este nulă. În figura 2.30, *b*, polii au depășit poziția de flux maxim, t.e.m. indusă este de sens contrar, borna 1 devine pozitivă, borna 2 negativă, sensul curentului fiind contrar celui din figura precedentă. Astfel ia naștere la bornele 1 și 2 ale alternatorului o tensiune alternativă care poate fi trecută direct pe circuitul de utilizare.

După tipul de motor care pune în rotație inductorul, alternatoarele se pot numi termogeneratoare (motor cu turbină cu aburi), hidrogeneratoare (turbină hidraulică drept motor) sau generatoare Diesel (motor Diesel).

2.13. SISTEMUL TRIFAZAT

Se numește sistem trifazat simetric, sistemul compus din 3 circuite electrice generatoare de curent alternativ, de aceeași frecvență, ale căror t.e.m. au valori efective egale și diferențe relative de fază egale între ele cu $\frac{2\pi}{3}$ radiani $\left(\text{sau } \frac{2\pi}{3\omega} \text{ secunde}\right)$.

În majoritatea cazurilor sistemele trifazate sînt simetrice, de aceea se folosește pentru acest tip de sistem denumirea scurtă de sistem trifazat.

Cele trei surse independente de curent alternativ, se obțin prin modificarea alternatorului monofazat: pentru p perechi de poli ai rotorului se introduc p perechi de bobine pe stator. În figura 2.31 care explică principiul de funcționare a alternatorului trifazat, pentru cei doi poli ai rotorului, sînt 3 grupe a cîte 2 bobine legate în serie și bobinate alternat. Fiecare grup constituie un circuit independent generator de curent alternativ, decalat spațial cu $\frac{2\pi}{3}$ radiani de celelalte două circuite. Deci t.e.m. nu trec simultan prin valorile maxime. T.e.m. indusă ajunge la valoarea maximă mai întîi în înfășurarea AX (fig. 2.31), apoi în BY, după ce inductorul s-a rotit cu un unghi de $\frac{2\pi}{3}$ rad. T.e.m. indusă în înfășurarea CZ va fi defazată în urmă cu $\frac{2\pi}{3}$ față de cea din BY și în urmă cu $\frac{4\pi}{3}$ față de t.e.m. din înfășurarea AX.

Bornele A, B și C ale înfășurărilor generatorului trifazat sînt numite începutul înfășurărilor, iar bornele X,Y,Z sfîrșitul lor (fig. 2.31).

Se consideră sens pozitiv al t.e.m., în înfășurările generatorului, sensul de la sfîrșitul înfășurării către începutul ei.

În vocabularul specific al electrotehnicii, înfășurările statorice ale alternatorului trifazat se numesc, pe scurt, *faze*. Fixînd ca origine a timpului, momentul cînd t.e.m. din faza AX

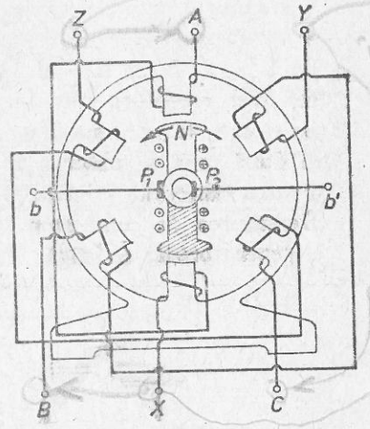


Fig. 2.31. Schema alternatorului trifazat. Rotorul inductor este alimentat cu curent continuu la bornele bb'.

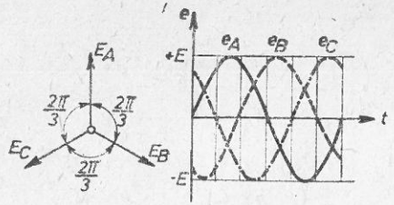


Fig. 2.32. Diagrama fazorială a t.e.m. a generatorului trifazat.

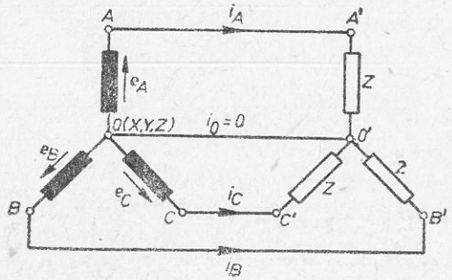


Fig. 2.33. Montaj în stea generator-consumator, cu fir de nul.

trece prin zero, t.e.m. pentru sistemul trifazat se exprimă prin ecuațiile $e_A = \sqrt{2}E \sin \omega t$, $e_B = \sqrt{2}E \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$, $e_C = \sqrt{2}E \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) = \sqrt{2}E \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$. În figura 2.32 sînt reprezentate curbele acestor t.e.m. și diagrama lor fazorială.

Cele 3 faze pot fi legate independent, fiecare, la cîte un circuit de utilizare (consumator), sau pot fi interconectate între ele. Interconectarea fazelor și consumatorilor duce la importante economii de cupru (sau aluminiu) la liniile de transfer al energiei.

Interconectarea fazelor se poate realiza în stea (fig. 2.33) sau în triunghi (fig. 2.34).

2.13.1. Montaj în stea (Y). În acest montaj, sfîrșitul fazelor X, Y, Z se leagă într-un singur punct, numit *punct nul* sau *neutru* (fig. 2.33). Generatorul trifazic se leagă cu receptorii de energie prin 3 sau 4 conductori. Trei dintre ei, denumiți *conductori de linie*, se leagă la bornele A, B, C, iar al patrulea (cel neutru) se leagă la nul. Dacă cei trei receptori sînt identici, sistemul trifazat este *echilibrat*. În acest caz, valorile maxime ale intensității curenților pe linie sînt egale și după cum se observă în figura 2.35, suma fazorilor lor este nulă. Pentru sistemul trifazat echilibrat conductorul de nul poate lipsi. Denumirea de conductor de nul provine din faptul că borna de nul a generatorului se leagă, de cele mai multe ori, la pămînt.

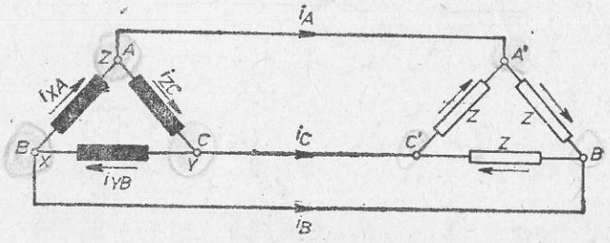


Fig. 2.34. Montaj în triunghi.

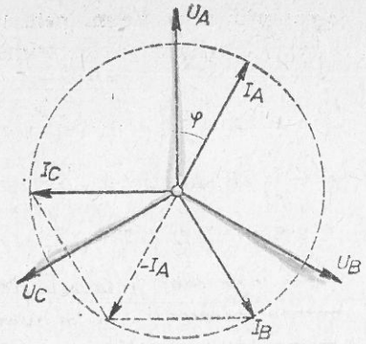


Fig. 2.35. Diagrama fazorială a tensiunilor și intensităților curenților pentru sistemul trifazat echilibrat.

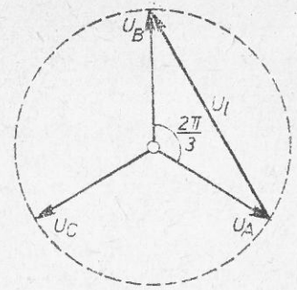


Fig. 2.36. Tensiunea de linie.

Tensiunile dintre începutul fazelor A, B, C și punctul de nul se numesc *tensiuni pe fază* u_f. Valorile tensiunilor pe cele trei faze sînt egale: $u_{AX} = u_{BY} = u_{CZ} = u_f$. Tensiunile între conductorii de linie se numesc *tensiuni de linie* u_l. Din figura 2.33 se observă: $u_l = u_{AB} = u_{AX} + u_{YB} = u_{AX} - u_{BY} = U_f \sqrt{2} \sin \omega t - U_f \sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$. Din figura 2.36 se observă că $U_l^2 = U_f^2 + U_f^2 - 2U_f^2 \cos\frac{2\pi}{3} = 2U_f^2 + 2U_f^2 \cos\frac{\pi}{3} = 3U_f^2$, adică $U_l = \sqrt{3}\, U_f$. Intensitatea de linie I_l este egală cu intensitatea pe fază I_f (fig. 2.33). Deci, pentru rețeaua trifazată în stea:

$$U_l = \sqrt{3}\, U_f \qquad I_l = I_f$$

Sistemul trifazat în stea cu conductor de nul se folosește mai ales în iluminatul interior, care constituie o rețea trifazică neechilibrată (fig. 2.37).

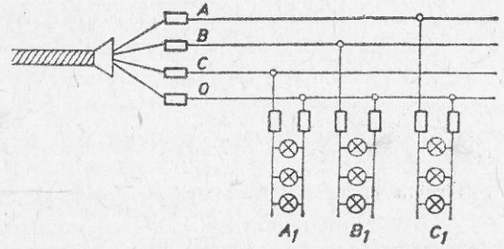


Fig. 2.37. Rețea trifazică cu fir de nul pentru iluminatul interior.

21.04.80

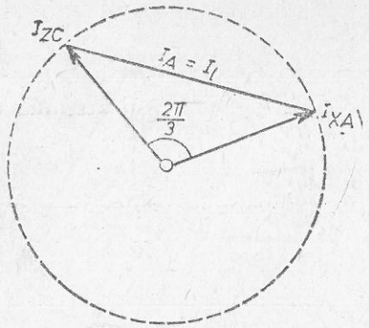


Fig. 2.38. Intensitatea curentului de linie I_l.

2.13. Montaj în triunghi (Δ). Pentru acest montaj se leagă borna care reprezintă sfîrșitul unei faze cu borna începutului fazei următoare, adică X cu B, Y cu C și Z cu A (fig. 2.34). Numărul conductorilor de legătură se reduce la 3. Pe figura 2.34 se observă că tensiunea pe linie este egală cu tensiunea pe fază $U_l = U_f$. Potrivit teoremei I a lui Kirchhoff, la unul din nodurile montajului în triunghi, intensitatea curentului de linie este egală cu suma algebrică a intensităților a doi curenți pe fază:

$$i_l = i_{BA} - i_{AC} = i_{XA} - i_{ZC} = I_f\sqrt{2}\sin(\omega t - \varphi) - I_f\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \varphi + \frac{2\pi}{3}\right).$$

Din figura 2.38 rezultă $I_l = \sqrt{3}I_f$.

La montajul în triunghi tensiunea de linie este egală cu tensiunea pe fază $U_l = U_f$, iar intensitatea curentului de linie este egal cu intensitatea curentului de fază, înmulțit cu $\sqrt{3}$:

$$U_l = U_f \qquad I_l = \sqrt{3}\, I_f$$

2.13.3. Puterea în curent trifazat se exprimă prin tensiunea și intensitatea de linie, singurele mărimi care sînt întotdeauna accesibile măsurării la consumator. Fiind 3 surse, de tensiuni pe fază U_f și de intensități de fază I_f, puterea generatorului trifazat în cazul rețelei echilibrate este $P = 3\,U_f I_f \cos\varphi$, unde φ este defazajul dintre tensiune și intensitate. Pentru a exprima puterea sistemului trifazat prin tensiunea de linie și intensitatea curentului de linie, observăm că oricum ar fi legate fazele generatorului, în Y sau Δ, avem $U_f I_f = U_l I_l/\sqrt{3}$ și deci

$$P = \sqrt{3}\,U_l I_l \cos\varphi.$$

2.14. CONDUCTORI. IZOLATORI. SEMICONDUCTORI

Din punct de vedere al proprietății corpurilor solide de a fi străbătute de curent electric sub acțiunea unei tensiuni electrice continue aplicate din exterior, acestea se împart în trei mari categorii: conductori (metalele), semiconductori și izolatori.

În unele corpuri solide atomii alcătuiesc anumite figuri geometrice spațiale: cub, tetraedru, prismă etc. Se spune că atomii formează o rețea cristalină. Deoarece la metale electronii de valență ai atomilor sînt foarte slab legați de atomi, legăturile lor de menținere în cadrul atomilor sînt rupte și ei se deplasează liber. Așadar, în nodurile rețelei metalului se găsesc ioni pozitivi, printre care se mișcă *electronii liberi*, ce formează așa-numitul gaz electronic, denumire care provine din compararea comportării lor cu cea a moleculelor unui gaz. Se spune că electronii liberi interacționează cu ionii atomici pozitivi din nodurile rețelei realizînd „cimentarea" rețelei prin *legături metalice*. Concentrația electronilor liberi în metale este de ordinul 10^{28} pe metru cub, *concentrație care nu depinde de temperatură*. Rezistența electrică a metalelor este determinată de frecvența ciocnirilor electronilor liberi cu ionii pozitivi din modurile rețelei, ioni care se găsesc într-o permanentă vibrație în jurul unei poziții medii de echilibru. Cu creșterea temperaturii amplitudinea vibrațiilor, crește, ceea ce frînează mișcarea de ansamblu a electronilor liberi sub acțiunea unui cîmp electric exterior: *rezistența electrică a metalelor crește cu temperatura.*

Dacă metalele au o conductivitate foarte mare, $\sigma_m \in [10^6, 10^8]\ \Omega^{-1}$, m^{-1}, ea este extrem de mică pentru izolatori, $\sigma_i \in [10^{-12}, 10^{-20}]\ \Omega^{-1}\,m^{-1}$. Electronii de valență ai atomilor care formează izolatorii sînt foarte puternic legați de atomi. **Izolatorii nu conduc curentul electric deoarece în interiorul lor nu există purtători de sarcini electrice liberi.** Exemple de izolatori: mica, materialele plastice folosite în electrotehnică etc.

Semiconductorii sînt corpuri solide cu conductivitatea $\sigma_s \in [10^4, 10^{-8}]\Omega^{-1}\cdot m^{-1}$ cuprinsă între cea a metalelor și cea a izolatorilor. Ea crește puternic cu temperatura (fig. 2.39).

În categoria semiconductorilor se află o mare varietate de substanțe: oxizi, sulfuri și unele elemente chimice: germaniul, siliciul etc.

Cele mai folosite substanțe cu proprietăți semiconductoare, datorită multiplelor aplicații în tehnica dispozitivelor electronice sînt germaniul și siliciul, elemente din grupa a IV-a a tabelului periodic.

În semiconductori, electronii de valență sînt mai slab legați de atomi decît cei ai izolatorilor. Legăturile lor pot fi rupte dacă li se transmite suficientă energie și astfel devin electroni liberi. Energia minimă ΔW necesară pentru trecerea electronilor din starea de electroni legați de atomi în starea de electroni liberi se numește *energie de activare*. Energia de activare pentru semiconductori este cuprinsă în intervalul 0,1 — 2 eV* și

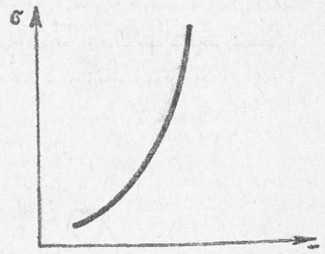


Fig. 2.39. Variația conductivității semiconductorilor cu temperatura

* Energia unei particule este dată de obicei în electroni volți (eV), care reprezintă variația energiei unui electron care străbate o diferență de potențial accelerator egală cu un volt.

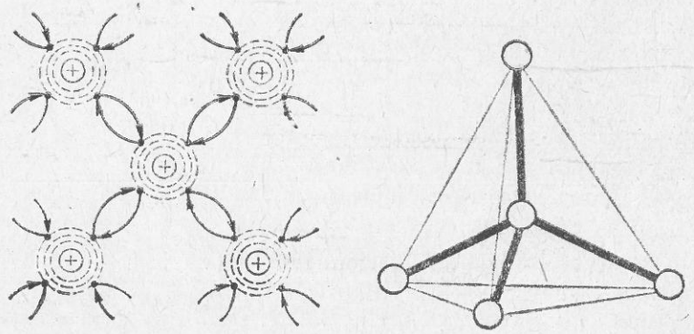
21.04.90

este o mărime caracteristică fiecărui semiconductor în parte: pentru germaniu $\Delta W = 0{,}72$ eV, pentru siliciu $\Delta W = 1{,}1$ eV etc. Pentru metale $\Delta W < 0{,}1$ eV, iar pentru izolatori $\Delta W = 3 - 10$ eV. Avînd valori mici, energia de activare poate fi transmisă electronilor de valență din semiconductor din energia de agitație termică a rețelei proprii și, de aceea, spre deosebire de metale, cu creșterea temperaturii semiconductorului crește numărul electronilor ce devin liberi. La siliciul pur, de exemplu, concentrația electronilor liberi crește de la 10^{17} pe m^3, la temperatura camerei, la 10^{24} pe m^3 la 700°C.

Energia de activare la metale fiind foarte mică, la orice temperatură numărul de purtători este același; la izolatori fiind foarte mare, prin încălzire practic nu apar purtători liberi.

2.15. PURTĂTORII DE SARCINĂ ÎN SEMICONDUCTORI. SEMICONDUCTORI INTRINSECI

Specific la semiconductori este faptul că la conducție participă nu numai electronii liberi, ci și electronii de valență care au rămas legați de atomii din rețea. Pentru înțelegerea fenomenului conductibilității electrice la semiconductori, să analizăm comportarea electronilor dintr-un cristal de germaniu. Atomul de germaniu are 4 electroni de valență. În rețeaua cristalului de germaniu fiecare atom este echidistant înconjurat de 4 atomi. Fiecare electron de valență al unui atom formează o pereche cu un electron de valență din atomul vecin, ei devenind comuni ambilor atomi. Un asemenea tip de legătură între atomi, prin punerea în comun a electronilor de valență între atomi vecini, se numește legătură covalentă. În figura 2.40, *a* este reprezentat modelul în plan al legăturilor covalente dintre atomii de germaniu, iar în figura 2.40, *b*, modelul spațial al legăturilor unui atom de germaniu. Această stare a legăturilor corespunde la temperaturi foarte scăzute, cînd cristalul de germaniu se comportă ca un izolant aproape perfect. La



a *b*

Fig. 2.40. *a)* Legăturile covalente în cristalul de germaniu pur; *b)* modelul spațial al legăturilor unui atom de germaniu.

temperaturi mai ridicate, datorită agitației termice, o parte din electronii care asigură legături covalente pot fi eliberați, primind energie egală cu energia de activare și devin electroni liberi. Acești electroni eliberați din atomi neutri lasă în locurile pe care le părăsesc „goluri", legături nesatisfăcute. Sub acțiunea unui cîmp electric exterior, electronii unor legături covalente de la atomii vecini pot să umple aceste „goluri", lăsînd alte goluri în legătura covalentă la atomii de la care au plecat. După ce a apărut deci un „gol", un electron al unei legături covalente al unui atom vecin îl umple, lăsînd în urma lui un alt gol. Prin urmare, are loc o deplasare a electronului legat (de valență) într-un sens și a golului în sens contrar. Astfel, golurile se comportă ca niște particule cu sarcină pozitivă care se deplasează prin cristal și contribuie ca și electronii liberi, la conducția curentului electric.

În semiconductori participă la conducție două feluri de purtători de sarcină: electronii (negativi) și golurile (pozitive).

În semiconductorii puri electronii liberi și golurile apar perechi, numărul electronilor N_n este egal cu al golurilor N_p și conducția se numește *intrinsecă*, iar semiconductorii cu acest tip de conducție se numesc *intrinseci*.

2.16. SEMICONDUCTORI CU IMPURITĂȚI

Tipul conducției electrice într-un semiconductor mai poate fi determinat de prezența și de natura atomilor străini (numiți impurități) aflați în rețeaua lui cristalină. Procesul de impurificare a unui semiconductor se numește *dopare*.

a) Dacă, în cristalul de germaniu, se introduc atomi pentavalenți de arseniu — spre exemplu — numai 4 din cei 5 electroni de valență se leagă covalent cu atomii vecini de germaniu, iar al cincilea se desprinde de atomul de impuritate și devine liber (fig. 2.41). Electronul cedat nu lasă în locul lui un gol de legătură; atomul de As devine ion pozitiv. Impuritățile pentavalente creează deci, în rețeaua cristalină de germaniu, un singur fel de purtători mobili de sarcină: electroni. Impuritățile care permit astfel de cedări de electroni liberi se numesc *donori*, iar semiconductorul cu atomi de impuritate donori se numește *semiconductor extrinsec de tip n (negativ)*.

În semiconductorul extrinsec de tip n, N_n reprezintă numărul total de electroni liberi proveniți atît de la atomii de impuritate, cît și datorită agitației termice a rețelei, care generează perechi electron — gol. În acest caz $N_n \gg N_p$ și semiconductorul are

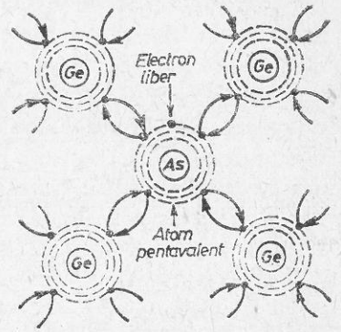


Fig. 2.41. Legăturile covalente în cristalul de germaniu, în care un atom de germaniu a fost înlocuit cu un atom de impuritate pentavalentă (arseniu).

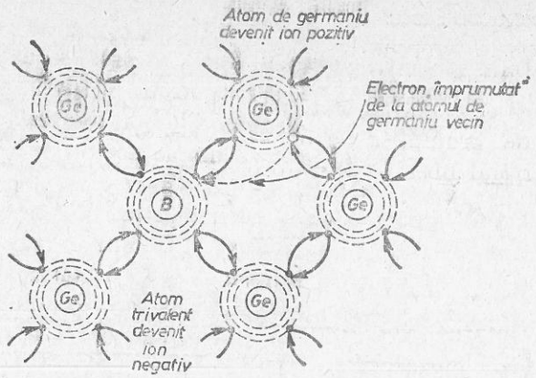


Fig. 2.42. Principiul de formare a golurilor în cristalul de germaniu.

conductivitatea electrică mult mai mare decît conductivitatea aceluiași semiconductor în stare pură. Deoarece conducția în acest caz se face în principal cu electroni, *ea se numește conducție* de **tip n.** În semiconductorul de tip *n* electronii sînt *purtătorii majoritari*, iar golurile *purtătorii minoritari*. Un exemplu: la temperatura de 20°C, germaniul pur are conductivitatea $\sigma = 2{,}2\ \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$, iar germaniul de tip *n* are conductivitatea $\sigma = 10^2 \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$. Rezultă că conductivitatea semiconductorului este cu atît mai mare cu cît concentrația purtătorilor de sarcină liberi este mai mare.

b) În cristalul de germaniu se pot introduce impurități formate din atomi trivalenți (indiu, galiu, bor, aluminiu). Și în acest caz atomii de impuritate vor ocupa în rețea locul unor atomi de germaniu, avînd însă fiecare cîte o legătură covalentă nesatisfăcută. Atomului trivalent de bor — spre exemplu, îi lipsește un electron de legătură (fig. 2.42). Atomul de bor poate accepta un electron provenind de la o legătură Ge—Ge a unui atom vecin. Apare un gol care tinde să se completeze prin atragerea unui electron de valență de la un alt atom de germaniu vecin. Astfel, în rețeaua semiconductorului se formează un număr de goluri egal cu numărul atomilor de impuritate. Atomii de impuritate devin ioni negativi și poartă denumirea de acceptori. Purtătorii de sarcină mobili majoritari sînt în acest caz golurile, iar purtătorii mobili de sarcină minoritari sînt electronii liberi proveniți din generarea de perechi electron-gol, pe seama energiei termice a rețelei. Deci $N_p \gg N_n$ și *conducția* este de **tip p.**

2.17. PROPRIETĂȚILE JONCȚIUNII P—N

Prin joncțiune se înțelege o regiune foarte îngustă dintr-un solid în care se schimbă conducția electrică de la un tip la altul, cînd se trece de la o extremitate a ei la cealaltă. Joncțiunea $p - n$ se realizează prin crearea

21.05.80

într-un cristal semiconductor, prin procedeul de difuzie la temperaturi înalte, a unei regiuni de tip *n*, continuată cu o regiune de tip *p*. Lărgimea *d* a joncțiunii *pn* este de ordinul $d = 10^{-4} - 10^{-5}$ cm. Electronii liberi — purtătorii majoritari din regiunea *n* — datorită diferenței de concentrație, vor difuza în regiunea *p*, tinzînd să uniformizeze concentrația lor în întregul volum al semiconductorului. Golurile vor difuza în regiunea *n*. Difuzia purtătorilor de sarcină este însă limitată. Electronii ajunși în partea *p* a joncțiunii neutralizează, printr-un proces numit *recombinare*, prin care dintr-un electron liber și un gol se refac o legătură chimică, o parte din golurile care circulă în acea regiune. Sarcinile negative ale ionilor negativi acceptori nu mai sînt compensate de golurile rămase și astfel apare o sarcină spațială negativă. Printr-un proces asemănător, în partea *n* a joncțiunii va apărea o sarcină spațială pozitivă datorită ionilor pozitivi. În joncțiune, sărăcită de purtători de sarcină mobili, apare un cîmp electric intens (fig. 2.43), orientat de la *n* la *p*, care se opune trecerii în continuare a purtătorilor majoritari dintr-o regiune în alta; reușind să treacă numai aceia care au o energie egală sau mai mare decît energia necesară pentru a învinge *bariera datorită diferenței de potențial* U_0, de ordinul zecimilor de volt. Cîmpul electric din joncțiune favorizează în schimb trecerea purtătorilor minoritari din regiunea *n*, golurile, în regiunea *p* și a electronilor din regiunea *p* în regiunea *n*. La echilibru, intensitatea curentului prin joncțiune determinat de trecerea purtătorilor majoritari și minoritari dintr-o regiune în alta, este zero.

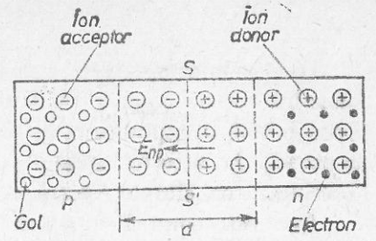


Fig. 2.43. Joncțiunea *pn*, regiunea *d* ce se întinde pe ambele părți ale suprafeței de separație *SS'* în care concentrația purtătorilor de sarcină mobili este mult mai mică decît concentrația purtătorilor imobili.

Dacă se notează cu I_d intensitatea curentului format de purtătorii majoritari care trec prin barieră, numit și curent direct (sau de difuzie) și cu I_0 intensitatea curentului prin barieră creat de purtătorii minoritari, echilibrul (dinamic), pentru o temperatură dată a semiconductorului, se exprimă prin relația $I_d - I_0 = 0$. Pentru semiconductorul de Ge cu joncțiune *pn*, I_0 este de ordinul a cîtorva microamperi.

În concluzie: în joncțiunea $p - n$, unde densitatea purtătorilor mobili de sarcină este mult mai mică decît densitatea purtătorilor imobili (ioni donori și acceptori), are loc o abatere de la neutralitatea electrică, caracterizată printr-un „strat de baraj" cu cîmp electric intens, care se opune deplasării purtătorilor mobili majoritari dintr-o regiune de conducție în alta.

Dacă semiconductorului cu joncțiune $p - n$ i se aplică o tensiune U_a, conectînd borna plus a unei surse de tensiune continuă la regiunea p și borna minus la regiunea n (conectare denumită *polarizare directă*), diferența de potențial dintre regiunile p și n scade de la U_0 la $U_0 - U_a$ (fig. 2.44, *a*). Corespunzător, cîmpul electric în stratul de baraj își micșorează intensitatea.

În aceste condiții, electronii din regiunea n și golurile din regiunea p, adică purtătorii majoritari, nu mai pot rămîne în echilibru. Purtătorii majoritari înaintează spre joncțiune și pătrund în regiunea vecină la o distanță de aproximativ 10^{-2} cm, numită *lungime de difuzie*, după care are loc — parțial — un intens proces de recombinare, iar restul merg la electrozii sursei de tensiune. Purtătorii care dispar sînt primiți ulterior incontinuu de la sursa de tensiune, care alimentează în permanență regiunea n cu *electroni* și regiunea p cu *goluri*.

Intensitatea curentului total prin joncțiune este egală cu suma intensităților curenților datorați celor două tipuri de purtători de sarcină majoritari (golurile deplasîndu-se în sens opus electronilor, creează un curent electric de același sens cu al electronilor) din care se scade I_0.

Intensitatea curentului purtătorilor minoritari prin joncțiune (I_0) aproape nu se va schimba pînă în momentul cînd tensiunea aplicată va fi atît de mare încît cîmpul ei va compensa complet cîmpul din stratul de baraj. În acest caz, cîmpul tensiunii aplicate mărește numărul golurilor în regiunea p și a electronilor în regiunea n spre stratul de baraj pînă la compensarea completă a sarcinii totale a ionilor pozitivi și negativi care formau acest strat. Stratul de baraj va dispărea și conductivitatea joncțiunii crește, devenind egală cu aceea a restului materialului semiconductorului. În această situație rezistența semiconductorului și rezistența circuitului exterior vor determina valoarea intensității curentului prin semiconductorul cu joncțiune.

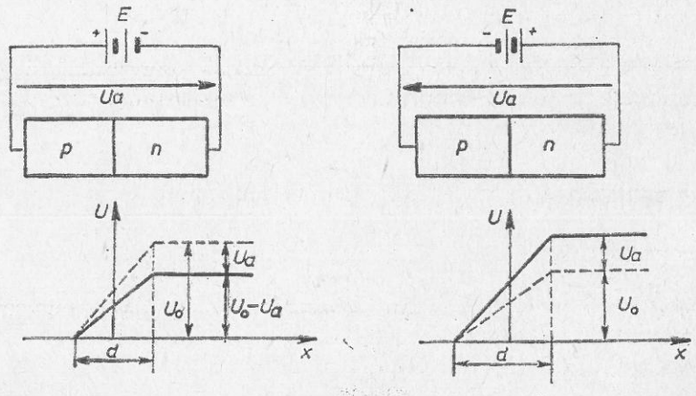
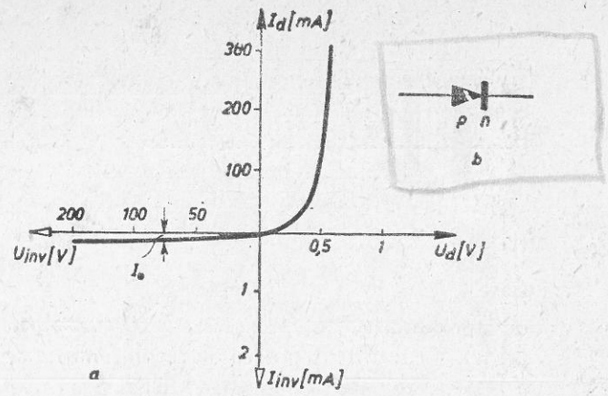


Fig. 2.44. *a)* Polarizarea directă; *b)* polarizarea inversă a joncțiunii pn.

Fig. 2.45, *a)* Caracteristica curent-tensiune a unei diode semiconductoare cu germaniu. Tensiunea inversă și intensitatea curentului invers au fost reprezentate la scări diferite de cele ale mărimilor directe corespunzătoare; *b)* simbolul diodei semiconductoare.



Așadar, cînd crește tensiunea directă aplicată U_a, crește și numărul purtătorilor majoritari ce trec prin joncțiune, deci și intensitatea curentului electric.

Dacă tensiunea U_a aplicată are polaritate inversă (polarizare inversă), diferența de potențial dintre regiunile p și n crește la $U_0 + U_a$ (fig. 2.44, *b*). Cîmpul electric în stratul de baraj fiind mai intens, micșorează foarte mult numărul purtătorilor de sarcină majoritari care străbat joncțiunea. Intensitatea curentului creat de purtătorii majoritari devine neglijabilă față de intensitatea curentului datorat purtătorilor minoritari (I_0). Curentul rezultat prin circuit va avea intensitatea mult mai mică și un sens invers față de curentul din cazul polarizării directe. În figura 2.45, *a* este reprezentată caracteristica curent-tensiune a unui semiconductor cu joncțiune, cu germaniu.

O mărime caracteristică a semiconductorului cu joncțiune *pn*, denumit în teoria dispozitivelor electronice *diodă semiconductoare*, este rezistența internă

$$R_i = \frac{\Delta U}{\Delta I}.$$

R_i are o valoare foarte mare ($10^4 \div 10^5\ \Omega$), cînd dioda este polarizată invers, și o valoare mult mai mică ($\sim 10\ \Omega$), atunci cînd este polarizată direct. Rezultă că dioda semiconductoare posedă proprietatea de conducție unidirecțională, ceea ce permite folosirea ei pentru transformarea curentului alternativ în curent continuu.

2.19. REDRESAREA CU DIODE SEMICONDUCTOARE

Un montaj care dă la ieșire tensiune continuă, el fiind alimentat de o tensiune alternativă, se numește redresor.

Un redresor este compus din: *elementul redresor* (diodă semiconductoare diodă cu vid) și *sursa de curent alternativ* (rețea de alimentare cu energie electrică, transformator).

2.19.1. Redresarea unei singure alternanțe. Schema unui redresor monofazat care realizează redresarea unei singure alternanțe, cu sarcină pur rezis-

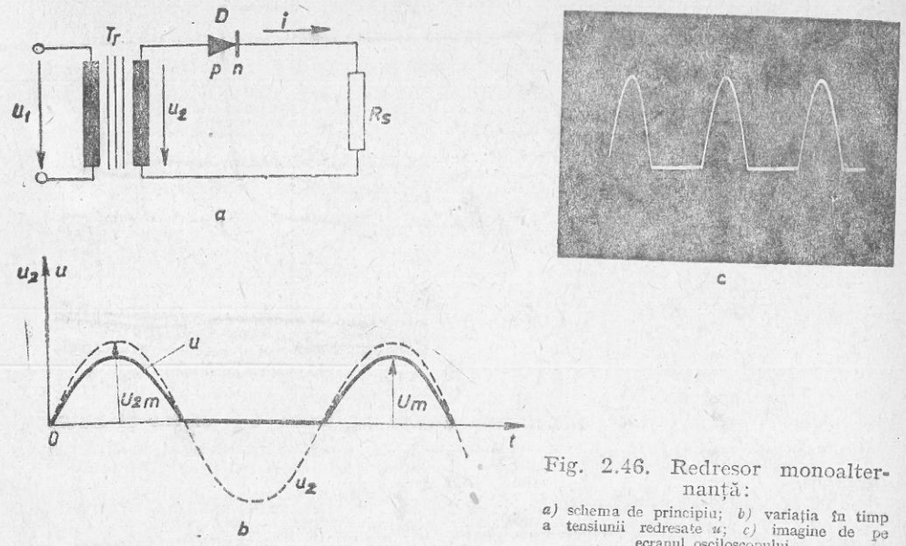


Fig. 2.46. Redresor monoalternanță:
a) schema de principiu; *b)* variația în timp a tensiunii redresate *u*; *c)* imagine de pe ecranul osciloscopului.

tivă, este prezentată în figura 2.46, *a*. Tensiunea alternativă de redresat u_2 de la secundarul transformatorului se aplică diodei semiconductoare *D*. În acele alternanțe ale tensiunii u_2 pentru care dioda este conectată în sens direct, curentul poate circula prin redresor. În cazul redresorului din figura 2.46, *a* curentul circulă în timpul alternanțelor pozitive ale tensiunii aplicate u_2. Variația tensiunii redresate *u* este reprezentată în figura 2.46, *b*. Orice tensiune redresată include o componentă continuă peste care se suprapune o componentă alternativă cu frecvența tensiunii alternative aplicate (fig. 2.47). În cazul redresorului monoalternanță $u \approx \frac{U_m}{\pi} + \frac{U_m}{2} \sin \omega t = U_0 + U'_m \sin \omega t$, U_m fiind valoarea maximă a tensiunii redresate. Deci o tensiune periodică de forma celei prezentate în figura 2.46, *b* se poate considera sub forma unei tensiuni pulsatorii (fig. 2.47).

Raportul dintre valoarea maximă U'_m a componentei alternative și valoarea U_0 a tensiunii continue la bornele rezistorului de sarcină R_s, se numește *factor de ondulație:*

$$\gamma = \frac{U'_m}{U_0}.$$

Pentru redresorul monoaletrnanță $\gamma = \frac{\pi}{2} = 1{,}57$. Pentru un radioreceptor care ar funcționa cu un redresor cu o valoare atît de mare a lui γ, audiția ar fi însoțită de un zgomot.

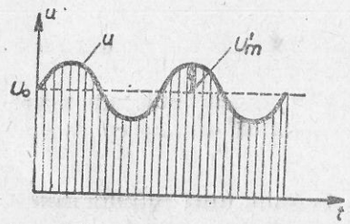


Fig. 2.47. Tensiune pulsatorie.

Pentru micșorarea factorului de ondulație, se conectează în paralel cu rezistorul de sarcină R_s un condensator de capacitate *C* (fig. 2.48, *a*). Curentul va circula prin diodă numai cînd tensiunea la bornele ei va fi

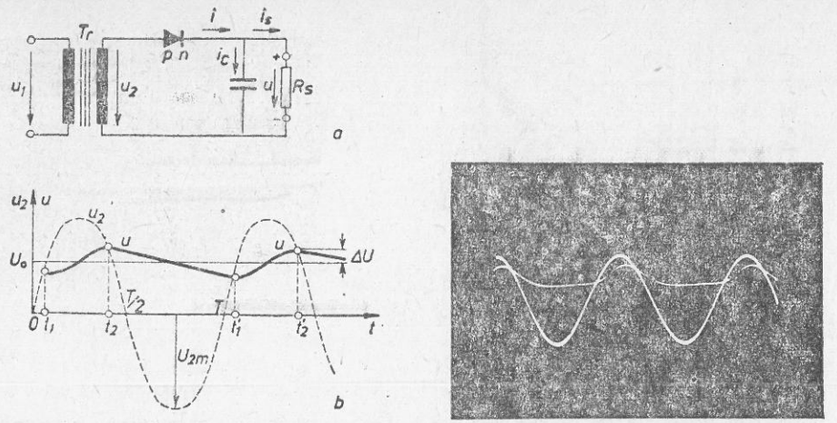


Fig. 2.48. Redresor monoalternanță cu condensator pentru netezirea tensiunii redresate:
a) schema de principiu; *b)* variația tensiunii redresate *u*; *c)* fotografie de pe ecranul osciloscopului.

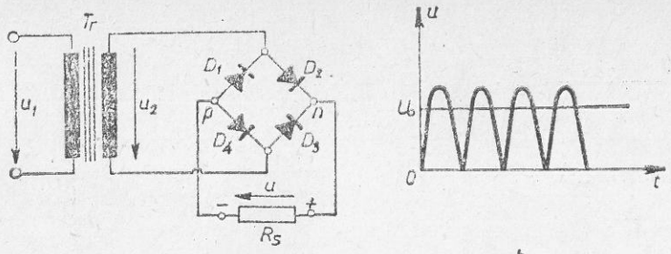
directă, adică potențialul regiunii *p* va fi mai pozitiv decît cel al regiunii *n*. Acest curent se împarte în curentul de intensitate i_C care încarcă condensatorul și în curentul de intensitate i_s care trece prin rezistorul de sarcină R_s. Variația tensiunii la bornele condensatorului, care reprezintă și variația tensiunii la bornele rezistorului de sarcină, este prezentată în figura 2.48, *b*.

În decursul alternanței pozitive a tensiunii u_2, condensatorul se încarcă de la momentul t_1 la momentul t_2, atît timp cît $u_2 > u$, deci prin diodă circulă curentul *i*. În momentul t_2 condensatorul începe să se descarce prin rezistorul de sarcină R_s pînă în momentul t'_1 cînd u_2 devine din nou mai mare decît *u* și cînd începe să treacă din nou curentul *i* prin elementul redresor. Urmează din nou un interval de încărcare a condensatorului care durează pînă în momentul t'_2, după care dioda se blochează, potențialul aplicat regiunii *p* fiind mai negativ decît cel aplicat regiunii *n* ($i = 0$).

În regim de funcționare a redresorului, tensiunea la bornele condensatorului C are o componentă continuă U_0 și o componentă alternativă de amplitudine mică ΔU.

În acest caz, pentru γ se obțin valori de la 0,05 pînă la 0,1. Spunem că condensatorul din figura 2.48, *a* constituie un *„condensator de netezire"* pentru tensiunea redresată *u*.

2.19.2. Redresarea ambelor alternanțe. În figura 2.49, *a* este prezentată schema unui redresor pentru redresarea ambelor alternanțe ale unei tensiuni alternative (fig. 2.49, *b*). Este tipul de redresor denumit *redresor monofazat în punte*, care are aceeași structură ca și o punte de măsurat în care rezistorii sînt înlocuiți prin diode semiconductoare. La una din diagonalele punții este legat secundarul transformatorului *Tr*, iar la cealaltă diagonală este legat consumatorul pur rezistiv, reprezentat prin rezistorul R_s. Diodele



a b

Fig. 2.49. Redresor monofazat în punte:
a) schema de principiu; *b)* variația tensiunii redresate u.

se dispun în punte astfel încît pentru o alternanță curentul să treacă prin o pereche de diode (D_3, D_1), iar pentru cealaltă alternanță curentul să treacă prin cealaltă pereche de diode (D_2, D_3). După cum se observă pe schemă curentul redresat circulă prin rezistorul de sarcină tot timpul în același sens, borna pozitivă fiind constituită de punctul de legătură al electrozilor regiunilor n ale diodelor D_2, D_3, iar borna negativă de punctul de legătură a electrozilor regiunilor p ale diodelor D_1 D_4.

2.20. TRANZISTORUL. CONSTRUCȚIE ȘI FUNCȚIONARE

Tranzistorul este un dispozitiv electronic, alcătuit dintr-un monocristal semiconductor, avînd trei regiuni al căror tip de conducție alternează. Există tranzistori *pnp* și tranzistori *npn* (fig. 2.50, *a* și *b*). În figura 2.50, *c* și *d* se arată simbolurile respective.

Regiunea semiconductoare mijlocie contribuie simultan la formarea unei joncțiuni cu fiecare din regiunile semiconductoare marginale. Regiunile extreme cu același tip de conducție se numesc *emitor* (E) și *colector* (C), iar regiunea centrală cu conducție de tip contrar se numește *bază* (B).

Considerăm un tranzistor *pnp*. Pentru funcționarea tranzistorului, joncțiunea emitor-bază (numită și joncțiune emitor) se polarizează în sens

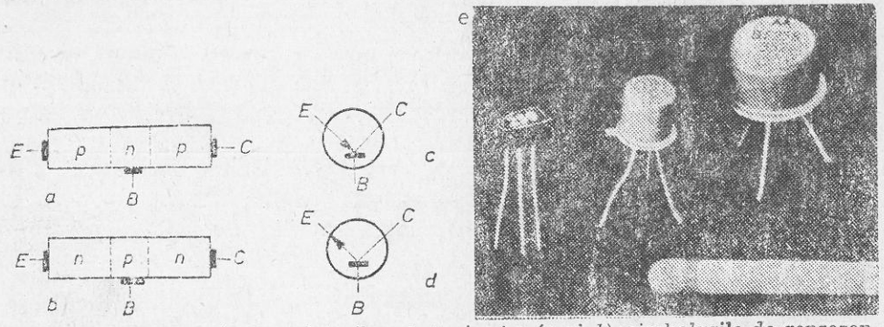


Fig. 2.50. Construcția tranzistorilor *pnp* și *npn* (*a* și *b*); simbolurile de reprezentare a acestora (*c* și *d*); *e)* tipuri de tranzistori.

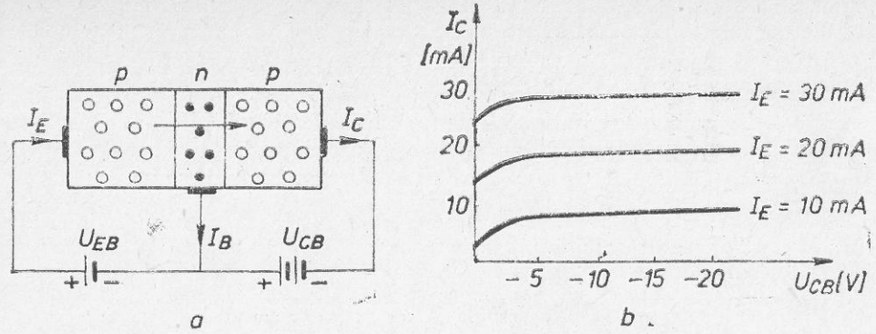


Fig. 2.51. Tranzistorul:
a) alimentarea tranzistorului *pnp*; *b)* dependența lui I_G de U_{CB} pentru I_E constant.

direct, iar joncțiunea colector-bază (numită joncțiune colector) se polarizează în sens invers (fig. 2.51, *a*).

Pentru obținerea unor performanțe superioare, în tranzistorii actuali, concentrațiile impurităților diferă mult în cele trei regiuni: emitorul este puternic dopat, în bază concentrația impurităților donoare are o valoare medie iar în colector concentrația acceptorilor este mică.

Joncțiunea emitor va fi străbătută de un curent intens I_E determinat de deplasarea dintr-o regiune în alta a purtătorilor de sarcină majoritari. Deoarece, prin construcție, concentrația impurităților în bază este mai mică decît în emitor, curentul în joncțiunea emitor (I_E) se datorează în special golurilor care trec din emitor în bază, numărul electronilor care trec din bază în emitor fiind mult mai mic.

Datorită grosimii foarte mici a bazei, mult mai mică decît lungimea de difuzie a golurilor (10^{-2} cm), golurile injectate de emitor în bază nu au timp să se recombine cu electronii din bază și difuzează în cea de a doua joncțiune cu excepția unei părți infime (două procente din I_E) care se recombină în bază. Electronii din bază (ca purtători majoritari), care se recombină cu o parte din golurile injectate din emitor, vor fi completați de electronii primiți de la sursa de alimentare prin borna bazei, care vor determina la rîndul lor curentul de bază I_B (fig. 2.51, *a*), sensul acestuia fiind invers sensului de mișcare a electronilor.

În joncțiunea colectorului, polarizată în sens invers, cîmpul electric favorizează numai trecerea purtătorilor minoritari dintr-o regiune în alta, deci a golurilor din regiunea n (injectate de emitor) în regiunea colectorului și a electronilor din colector în bază. Deoarece numărul purtătorilor minoritari din colector (electroni) este redus, aceștia dau prin joncțiunea colector un curent de intensitate foarte mică (cîțiva microamperi). Rezultă $I_C = I_E - I_B \approx I_E$. Deci curentul în circuitul colectorului este comandat de curentul din circuitul emitorului care la rîndul său este determinat de tensiunea aplicată între emitor și bază U_{EB}.

Din modul de circulație al purtătorilor de sarcină rezultă că rolul determinant în funcționarea tranzistorului *pnp* îl au golurile.

În caracteristicile din figura 2.51, *b* se observă că pe măsură ce crește I_E, crește și I_C, iar U_{CB} practic nu influențează intensitatea curentului de colector I_C.

Montajul analizat se numește montaj cu bază comună, deoarece circuitul emitorului și circuitul colectorului au o porțiune comună — baza. În circuitele cu tranzistori se folosesc și montaje cu emitorul comun.

Deși ne-am referit numai la funcționarea tranzistorului *pnp* (în structura p^{++} $n^{+}p$), rezultatele obținute pot fi ușor extinse asupra tranzistorului *npn* schimbînd în mod adecvat sensurile tensiunilor de polarizare și ale curenților și avînd în vedere natura opusă a purtătorilor.

2.21. PROPRIETĂȚILE DE AMPLIFICARE ALE TRANZISTORULUI

În figura 2.52 se prezintă o schemă de conectare, cu baza comună, a tranzistorului *pnp* ca amplificator de tensiune alternativă. În circuitul de intrare (circuitul emitorului) se introduce o sursă de tensiune alternativă *e*, care face ca nivelul polarizării U_0 a emitorului să se modifice în timp, iar în circuitul de ieșire (circuitul colectorului) se introduce un rezistor de sarcină R_s. Tensiunea continuă U_0, care stabilește așa-numitul punct de funcționare a tranzistorului, precum și amplitudinea tensiunii alternative, sînt mici, deoarece pentru a se realiza injectarea golurilor din emitor în bază este suficient să se aplice stratului de baraj al joncțiunii de emitor o diferență de potențial de ordinul zecilor de milivolți.

Tensiunea sursei din circuitul de ieșire poate fi luată mare, în practică între 3 V și 30 V, joncțiunea de colector fiind polarizată invers. Rezistența R_s a rezistorului de sarcină se ia mare (de ordinul zecilor de mii de ohmi), deoarece acesta este conectat în serie cu joncțiunea de colector — care are rezistența foarte mare ($0{,}3 \div 1\ M\Omega$), din cauza polarizării inverse a joncțiunii și — deci — nu modifică mult intensitatea curentului prin circuitul de colector.

Peste componenta de curent continuu, prin introducerea sursei *e*, se suprapune în tranzistor o componentă de curent alternativ.

Astfel ia naștere curentul alternativ de emitor i_E care se divide în curentul i_C prin colector și i_B prin bază.

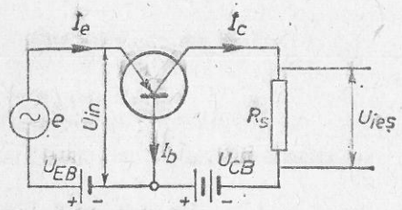


Fig. 2.52. Schema de conectare bază comună (*BC*) a tranzistorului ca amplificator.

Căderea de tensiune efectivă pe rezistorul de sarcină este $U_{ieș} = R_s I_c$, iar pe circuitul de intrare $U_{int} = R_i I_e$, unde R_i este rezistența circuitului de intrare (de ordinul sutelor de ohmi).

Raportul $\frac{U_{ieș}}{U_{int}}$, practic egal cu raportul $\frac{R_s}{R_i}$, deoarece $I_e \approx I_c$, (I_e și I_c sînt intensități efective) determină

amplificarea în tensiune. Deoarece $R_s \approx 10 \div 100\ k\Omega$, iar $R_i \approx 100\ \Omega$, rezultă că amplificarea în tensiune ajunge pînă la 1 000, adică foarte mare.

Amplificarea tranzistorului apare pentru că un curent (cel de emitor) a fost transferat cu foarte mici pierderi dintr-un circuit de rezistență mică într-un circuit de rezistență mare; de aici termenul „*tran*sfer-*rezistor*", de la care provine denumirea tranzistor.

Puterea suplimentară obținută în circuitul de colector este luată sub formă de putere de curent continuu de la sursa din circuitul de colector și transformată în tranzistor în putere de curent alternativ.

2.22. ETAJ DE AMPLIFICARE ÎN CONEXIUNEA CU EMITORUL COMUN (EC)

Schema unui etaj cu amplificare cu un tranzistor *pnp* în conexiunea *EC* este dată în figura 2.53. Deoarece electrodul comun (emitorul) circuitelor de intrare și ieșire este legat la masă*, conexiunea *EC* se mai numește și conexiunea cu emitorul la masă.

Golurile sînt emise de emitor, controlate de tensiunea aplicată bazei și colectate de colector.

După cum se observă, în figura 2.53 se arată o metodă simplă de polarizare a etajului cu emitorul la masă folosind o singură baterie (sursa *S*, cu t.e.m. continuă E_s).

Circuitul *EBDE* este al bazei iar circuitul *ECSE* este al colectorului.

În circuitul colectorului curentul debitat de sursa *S* realizează: o cădere de tensiune pe dioda formată de regiunile emitor și bază, o cădere de tensiune egală cu cea de polarizare inversă pe dioda bază-colector și o cădere de tensiune pe rezistorul de sarcină R_s. Deoarece tensiunea directă aplicată în felul acesta pe dioda emitor-bază nu este suficientă pentru stabilirea punctului de funcționare, pe dioda emitor-bază se aplică o tensiune mai mare cu ajutorul unui divizor de tensiune alcătuit din rezistorii R_1 și R_2. Tensiunea sursei se împarte între acești doi rezistori și de la bornele rezistorului R_2 se culege tensiunea necesară pentru stabilirea unui punct de funcționare astfel încît tensiunea amplificată să nu apară deformată de la forma sinusoidală.

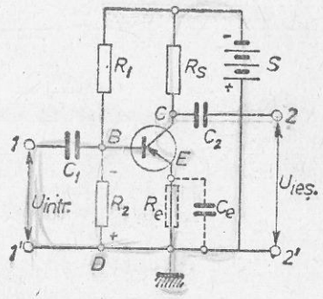


Fig. 2.53. Etaj amplificator, termostabilizat. Valori posibile: $C_1 = C_2 = 10\ \mu F$, $R_1 = 80\ k\Omega$, $R_2 = 15\ k\Omega$, $R_e = 2\ k\Omega$, $C_e = 50\ \mu F$, $R_s = 5\ k\Omega$.

* În aparatura electronică, „masa" este constituită, în general, din șasiul metalic al aparatului, care poate fi legat la pămînt pentru evitarea apariției unor supratensiuni între anumite puncte ale circuitelor. Tensiunile din montajele electronice sînt raportate întotdeauna la potențialul masei, considerat potențial de referință.

Tensiunile instantanee $u_{ie} = u_{CE} = E - Ri_C$ și u_{intr} variază în opoziție de fază. Într-adevăr, cînd tensiunea la intrare crește $\Delta u_{intr} > 0$, intensitatea curentului de colector crește $\Delta i_C > 0$, ceea ce determină și creșterea tensiunii alternative pe rezistorul de sarcină, $R_s \Delta i_C > 0$. Aceasta atrage o variație în sensul scăderii tensiunii u_{CE} conform relației $\Delta u_{CE} = -R_s \Delta i_C < 0$. Și invers, dacă $\Delta u_{intr} < 0$, atunci $\Delta u_{CE} = \Delta u_{ies} > 0$.

Bornele circuitului de intrare (circuitul bazei) sînt 1 și 1'. Condensatorul C_1 lasă să treacă numai componentele alternative. Ieșirea se face între bornele 2 și 2'. Condensatorul C_2 lasă de asemenea să treacă numai componentele alternative. În schemele complexe, el transmite tensiunea amplificată unui alt circuit. Raportul

$$A_U = \frac{U_{ies}}{U_{intr}}$$

determină amplificarea în tensiune realizată de etaj.

Conexiunea *EC* este cea mai frecvent folosită în amplificatoare.

Termostabilizarea regimului de funcționare a tranzistorului. Dacă un tranzistor se încălzește în timpul funcționării, intensitatea curentului care trece prin el va crește. Un curent de intensitate mai mare înseamnă o creștere suplimentară a temperaturii. În tranzistor se produce un proces de ambalare termică, care poate să-l distrugă. Pentru a realiza o polarizare stabilă a bazei, între borna emitor și masă se introduce un rezistor R_e de valoare mică (sute de ohmi). Efectul lui R_e este acela că la creșterea intensității curentului de emitor Δi_E datorită temperaturii, căderea de tensiune $R_e \Delta i_E$, care se aplică prin R_2 cu plusul către bază are ca efect micșorarea tensiunii de polarizare a bazei și deci a curentului de colector i_C. Un condensator C_e scurtcircuitează pe R_e pentru semnalele alternative, deoarece $X_{Ce} \ll R_e$. Grupul de termostabilizare $R_e C_e$ este figurat cu linii întrerupte în figura 2.53.

EXTINDERE ÎN TEHNOLOGIE

2.23 ÎNTREȚINEREA OSCILAȚIILOR ELECTROMAGNETICE. OSCILATOR LC CU TRANZISTOR

În studiul circuitului oscilant s-a arătat că oscilațiile electromagnetice produse în circuit au o frecvență proprie ν_0, dată de formula lui Thomson:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_0 C_0}}.$$

Aceste oscilații se amortizează, adică amplitudinea lor descrește treptat în timp. Amortizarea oscilațiilor este rezultatul disipării de energie prin efect Joule în rezistența activă a circuitului oscilant.

21.05.80
22.05.80

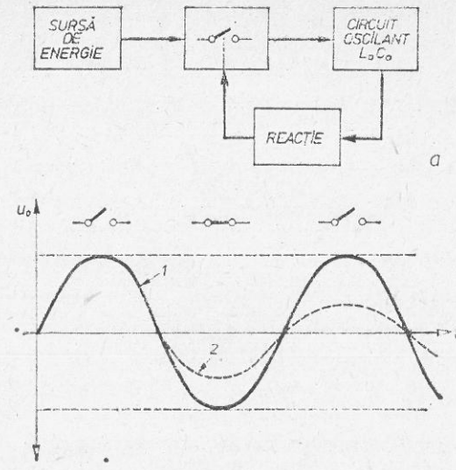


Fig. 2.54. Principiul de funcționare a unui oscilator *LC*:
a) schema funcțională; *b)* Modul de obținere a oscilațiilor întreținute în circuitul L_0C_0.
1. Oscilațiile întreținute obținute prin transmiterea periodică de energie circuitului oscilant.
2. Oscilațiile amortizate ale circuitului oscilant izolat.

Dacă se transferă în mod periodic circuitului o energie egală cu energia disipată, amortizarea se compensează și se obțin oscilații electromagnetice neamortizate, întreținute. În acest scop se intercalează între sursa de energie și circuitul oscilant L_0C_0 un „întrerupător" electronic (fig. 2.54, *a*). La momente de timp bine determinate „întrerupătorul" se închide cu o frecvență egală cu frecvența proprie ν_0 a circuitului rezonant (fig. 2.54, *b*). Comanda „întrerupătorului" electronic o face chiar circuitul oscilant L_0C_0.

Procesul de autocomandare a alimentării de către sistemul oscilant însuși se numește *reacție* (pozitivă). Montajul generator de oscilații electromagnetice întreținute care realizează acest proces de autocomandare (sau autoexcitație) se numește *oscilator*.

Schema unui oscilator *LC* în care rolul de „întrerupător" electronic îl are un tranzistor în conexiunea emitor comun (*EC*) este arătată în figura 2.55. Circuitul oscilant L_0C_0 este conectat în circuitul de colector al tranzistorului. Bobina L_0 este cuplată inductiv cu circuitul bazei prin bobina L_b. Acest cuplaj formează bucla de reacție pozitivă

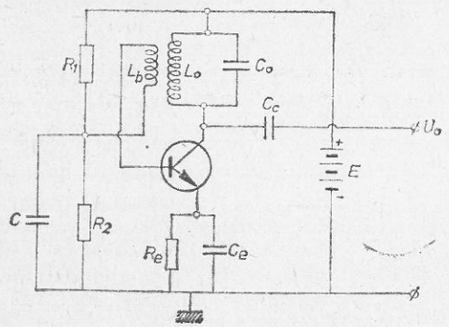


Fig. 2.55. Schema de principiu a unui oscilator *LC* cu un tranzistor *npn*.

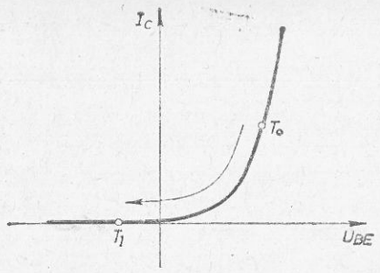


Fig. 2.56. Poziţiile punctului de funcţionare ale tranzistorului din montajul oscilator. T_0 — punctul de funcţionare în absenţa oscilaţiilor; T_1 — punctul de funcţionare după amorsarea oscilaţiilor întreţinute.

a montajului oscilator. Rezistoarele R_1, R_2 şi R_e asigură polarizarea potrivită a bazei tranzistorului, fixîndu-i punctul de funcţionare în regiunea liniară a caracteristicii $I_C = f(U_{BE})$ (fig. 2.56). Ele au rol numai la amorsarea oscilaţiilor. În plus, rezistorul R_e asigură şi stabilitatea termică a tranzistorului, deoarece aplică joncţiunii bază-emitor o polarizare inversă, care tinde să menţină constantă intentatea curentului continuu de emitor. Condensatoarele C_c şi C_e au reactanţe neglijabile la frecvenţa de oscilaţie ν_0, deci din punct de vedere al curentului alternativ tranzistorul este în conexiunea *EC* iar bobina L_b are o bornă conectată la masă. Condensatorul C_c, de asemenea de reactanţă neglijabilă la frecvenţa ν_0, asigură cuplajul dintre oscilator şi sarcina sa, blocînd spre sarcină componenta continuă a curentului care trece prin circuitul oscilant L_0C_0.

Să analizăm modul de funcţionare a acestui oscilator. La conectarea sursei de alimentare, prin tranzistor începe să treacă un curent care încarcă pozitiv armătura superioară a condensatorului C_0. Condensatorul C_0 va începe să se descarce prin bobina L_0. Datorită fenomenului de autoinducţie, prin bobina L_0 va continua să circule curent şi după ce condensatorul C_0 este descărcat complet. Acest curent va încărca din nou condensatorul, dar cu sarcină negativă pe armătura superioară. Curentul variabil prin bobina L_0 va induce o t.e.m. în bobina L_b din circuitul bazei tranzistorului. Sensul de înfăşurare al bobinei L_b este astfel ales încît t.e.m. de inducţie să aibă polaritatea negativă aplicată bazei tranzistorului în momentul în care condensatorul C_0 este încărcat cu sarcină negativă pe armătura sa superioară. Datorită acestei tensiuni joncţiunea bază-emitor a tranzistorului este blocată, deci prin tranzistor nu circulă nici un curent („întrerupător" deschis).

Condensatorul C_0 va începe din nou să se descarce prin bobina L_0. Curentul prin bobina L_0 va continua să circule şi după ce tensiunea la bornele condensatorului este nulă, reîncărcîndu-l din nou, dar acum cu polaritatea pozitivă pe armătura superioară. T.e.m. indusă de acest curent în bobina L_b va avea de această dată polaritatea pozitivă aplicată bazei tranzistorului. Ea atinge valoarea maximă în momentul în care curentul prin bobina L_0 a încetat să circule (deci cînd condensatorul C_0 este complet încărcat). În acest moment joncţiunea bază-emitor se deblochează, aducînd tranzistorul în regiunea de saturaţie („întrerupător" închis).

Apoi intensitatea curentului prin bobina L_0 va începe să crească din nou, atît datorită autoinducţiei cît şi sursei de alimentare E la care bobina L_0 este acum conectată prin intermediul tranzistorului saturat. În acest fel circuitul oscilant L_0C_0 primeşte de la sursa E energia electrică ce compensează pierderile prin rezistenţa activă a circuitului.

Condensatorul C_0 se va încărca atît direct de la sursa de alimentare E (tranzistorul fiind în regiunea de saturaţie) cît şi datorită curentului de autoinducţie prin bobina L_0. În cazul în care pierderile Joule sînt relativ mici, tensiunea la sfîrşitul încărcării lui C_0 este aproape $2E$. În acest moment el începe să se descarce prin bobina L_0. T.e.m. de inducţie în bobina L_b negativează din nou joncţiunea bază-emitor a tranzistorului („întrerupător" deschis) şi ciclul reîncepe.

În montajul din figura 2.55 este de remarcat faptul că, deşi polarizarea iniţială a fost stabilită corespunzător unui punct de funcţionare T_0 pe curba caracteristică $I_C = f(U_{BE})$, după amorsarea oscilaţiilor punctul de funcţionare a tranzistorului se mută în T_1 (fig. 2.56). Tranzistorul funcţionează în regim de comutaţie. Acest lucru se produce datorită grupului R_e şi C_e. Condensatorul C_e se încarcă în timpul pulsurilor de curent ce trec prin tranzistor şi măreşte tensiunea pozitivă a emitorului. Fiind de capacitate mare ($X_{Ce} \ll R_e$), el se descarcă foarte puţin în intervalul dintre pulsuri. În consecinţă tensiunea medie bază-emitor devine negativă (baza tranzistorului fiind conectată la un potenţial fix determinat de rezistorii R_1 şi R_2).

Circuitul de utilizare pentru tensiunea alternativă generată de montajul oscilator poate fi circuitul de intrare al unui etaj de amplificare, circuitul unei antene, diverse alte montaje electronice.

ÎNTREBĂRI, EXERCIŢII, PROBLEME

1. Un cadru metalic dreptunghiular se roteşte uniform în jurul axului său de simetrie într-un cîmp magnetic uniform, perpendicular pe axul de rotaţie. În ce poziţii ale cadrului faţă de liniile cîmpului magnetic, se anulează t.e.m. alternativă indusă?

2. Cum se stabileşte sensul t.e.m. induse într-un conductor fix, situat deasupra unui magnet care se roteşte uniform, axa de rotaţie fiind paralelă cu conductorul?

3. Care este frecvenţa industrială standard a curentului alternativ în ţara noastră? De cîte ori se schimbă într-o secundă polaritatea unei borne la o priză de tensiune din reţeaua de alimentare cu energie electrică a locuinţelor?

4. Ce se înţelege prin valoarea efectivă a tensiunii alternative sinusoidale?

5. Să se explice electronic de ce condensatorul întrerupe circuitul de curent continuu și închide pe cel de curent alternativ.

6. Care este puterea activă a unui circuit de curent alternativ format din o bobină și un condensator, ambele ideale?

7. În ce raport stau reactanța inductivă și reactanța capacitivă în cazul circuitului oscilant?

8. Se modifică reprezentarea fazorială a t.e.m. din înfășurările alternatorului trifazat, dacă se schimbă sensul de rotație a inductorului?

9. Se schimbă intensitatea curentului prin circuit dacă se inversează polaritatea tensiunii aplicate unui semiconductor extrinsec?

10. O spiră cu suprafața de 200 cm² se rotește uniform cu 600 rot/min, într-un cîmp uniform de inducție magnetică 10^{-3} T, perpendicular pe axul de rotație. Considerînd drept moment inițial al rotației, momentul în care planul spirei este perpendicular pe liniile cîmpului magnetic, să se exprime t.e.m. indusă în cadru.

R: $e = 4\pi \cdot 10^{-4} \sin 20\pi t$ V.

11. Doi curenți sinusoidali, de frecvență $\nu = 400$ Hz, prezintă o diferență de fază de π rad. Ce interval de timp separă momentele în care cei doi curenți trec prin valoarea extremă pozitivă?

R: 1,25 ms.

12. Să se determine schema electrică a circuitului pentru care a fost ridicată diagrama fazorială din figura 2.57.

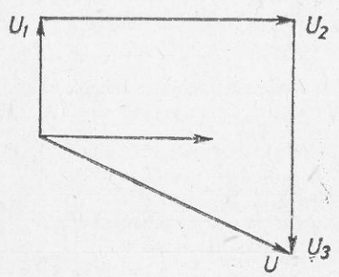


Fig. 2.57. Pentru problema 12.

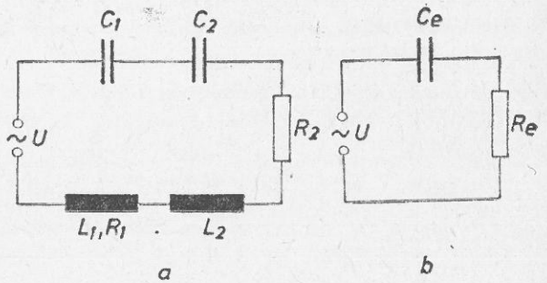


Fig. 2.58. Pentru problema 13.

13. În schema din figura 2.58, *a*; $C_1 = 1{,}6$ μF, $C_2 = 0{,}4$ μF, $L_1 = 69$ mH, $L_2 = 0{,}11$ H, $R_1 = 500\ \Omega$, $R_2 = 100\ \Omega$ și frecvența tensiunii de alimentare $\nu = 400$ Hz. Să se calculeze valorile C_e și R_e din schema echivalentă simplificată din figura 2.58, *b*.

R: $C_e = 0{,}47$ μF, $R_e = 600\ \Omega$.

14. **Unui circuit serie format dintr-un rezistor cu rezistența 3 Ω și o bobină cu** inductanța 12,7 mH i se aplică o tensiune de 100 V și 50 Hz. Să se scrie expresiile pentru valorile instantanee ale intensității curentului, tensiunii la bornele rezistorului și tensiunii la bornele bobinei.

R: $i = 28{,}2 \sin (314\ t - 53°07')$ A
$u_R = 84{,}6 \sin (314\ t - 53°07')$ V
$u_L = 112{,}8 \sin (314t + 36°53')$ V.

15. Un circuit de curent alternativ este alimentat de două surse de tensiune legate în serie, avînd la borne tensiunile $u_1 = U_{1m} \sin \omega t$ și $u_2 = U_{2m} \sin (\omega t + \varphi_0)$. Cunoscînd că $U_{1m} = 60$ V, $U_{2m} = 100$ V, $\omega = 314$ s^{-1} și $\varphi_0 = 30°$, să se calculeze amplitudinea și faza tensiunii totale aplicate circuitului.

R: 155 V; $\omega t + 19°$.

16. *Un circuit serie cu $R = 1\,000\ \Omega$, $L = 0{,}4$ H și $C = 0{,}2\ \mu F$ este alimentat de la un generator de tensiune alternativă a cărui frecvență poate fi variată. Pentru ce valori ale frecvenței generatorului intensitatea curentului este defazată cu $\frac{\pi}{4}$ față de tensiunea de alimentare? Discuția rezultatelor.

R: 398 Hz, 796 Hz.

17. *Pentru circuitul din figura 2,59, voltmetrele, ampermetrul și fazometrul indică: $U = 60$ V, $U_1 = 30$ V, $U_2 = 40$ V, $I = 0{,}4$ A și $\varphi = 55°$.

Se cer:

a) inductanțele și rezistențele bobinelor. Frecvența tensiunii de alimentare este $\nu = 400$ Hz;

b) condiția care ar trebui îndeplinită pentru ca indicația voltmetrului V să reprezinte suma indicațiilor voltmetrelor V_1 și V_2.

R: 10 mH; 37,9 mH; 70 Ω; 17 Ω; $X_1 R_2 = X_2 R_1$.

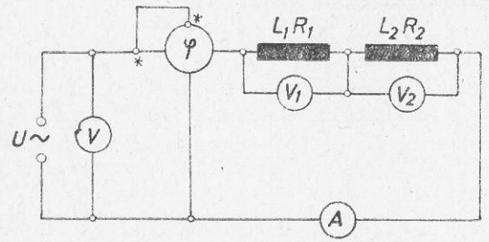


Fig. 2.59. Pentru problema 17.

18. O instalație de curent alternativ monofazat, funcționînd sub tensiunea $U = 220$ V, absoarbe o putere activă $P = 2$kW, sub $\cos \varphi = 0{,}8$ inductiv.

Se cer:

a) rezistența activă a instalației;

b) reactanța instalației;

c) puterea reactivă absorbită;

d) puterea aparentă.

R: 15,5 Ω; 11,65 Ω; 1,5 kvar; 2,5 kVA.

19. Un circuit serie format dintr-un rezistor cu rezistența 2 Ω, o bobină cu inductanța 0,16 H și un condensator cu capacitatea 60 μF, este alimentat cu o tensiune de 220 V, cu frecvența 200 Hz.
Se cer:
a) intensitatea curentului prin circuit;
b) frecvența pentru care apare rezonanța;
c) tensiunea la bornele elementelor reactive în regim de rezonanță.

R: 1,18 A; 50 Hz; 5 500 V.

20. Frecvența de rezonanță a unui circuit serie format dintr-un condensator și o bobină, este $\nu_0 = 4$ kHz. Pentru o frecvență $\nu = 1$ kHz a tensiunii de alimentare, impedanța circuitului este de 1 kΩ. Rezistența bobinei este de 10 Ω. Să se calculeze inductanța bobinei.

R: 10 H.

21. Menținînd aceeași tensiune electrică $U = 220$ V la bornele unei bobine, se modifică frecvența acestei tensiuni. La frecvența $\nu_1 = 50$ Hz, intensitatea curentului prin bobină este $I_1 = 12$ A, iar la frecvența $\nu_2 = 2\nu_1$, $I_2 = 8$ A. Să se calculeze inductanța și rezistența bobinei.

R: 37,57 mH; 14 Ω.

22. Un cadru dreptunghiular cu suprafața de 100 cm² este bobinat cu 20 spire, de rezistență neglijabilă. Cadrul se rotește uniform în jurul axului său de simetrie într-un cîmp magnetic de inducție $B = 1$ T, perpendicular pe axul de rotație. La bornele cadrului se conectează un bec, de putere 12 W la tensiune de 12 V, în serie cu o bobină avînd rezistența $R = 10$ Ω și inductanța $L = 0{,}1$ H.
Se cere:
a) numărul de rotații pe secundă pentru ca becul să funcționeze la valorile nominale de putere și tensiune;
b) defazajul între intensitatea curentului și tensiunea la bornele bobinei.

R: 35 Hz; 65°33′21″.

23. Cum trebuie să fie rezistența unui circuit format dintr-un condensator de capacitate 4 μF și o bobină de inductanță 10 mH pentru a putea deveni un circuit oscilant?

R: $R < 100$ Ω.

24. Un condensator încărcat de capacitate 0,5 μF este conectat la bornele unei bobine de inductanță 5 mH.
Să se determine după cît timp de la conectare energia cîmpului electric al condensatorului devine egală cu energia cîmpului magnetic al bobinei. Se neglijează rezistența circuitului.

R: 39 μs.

25. Într-un circuit oscilant, cu $L = 1$ mH și $R = 3$ Ω, se introduce o sursă de t.e.m. alternativă cu $E_m = 1{,}5$ V. Dacă frecvența sursei este egală cu frecvența proprie a circuitului $\nu_0 = 100$ kHz, să se calculeze factorul de supratensiune a circuitului și tensiunea maximă la bornele condensatorului.

R: 210; 330 V.

26. *E* Un circuit serie format dintr-un rezistor R și un condensator C are un factor de putere 0,6. Să se calculeze factorul de putere al circuitului format din aceleași elemente RC montate în paralel, pentru aceeași frecvență a tensiunii de alimentare.

R: 0,8.

27. La o rețea trifazată în stea sînt conectate în paralel cîte patru becuri pe fiecare fază. *a)* Să se determine intensitatea curentului de fază, dacă tensiunea de linie este $U_l = 220$ V, iar rezistența unui bec $R = 80$ Ω. *b)* Care sînt intensitățile curenților pe faze dacă se întrerupe sau dacă se scurtcircuitează o fază a sarcinii? (Nu se va considera variația rezistenței becurilor cu intensitatea curentului.)

R: 6,35 A; 5,5 A; 11 A.

28. Dacă un material semiconductor prezintă o dopare omogenă cu donori și acceptori în concentrații egale, ce tip de conducție posedă?

29. Este posibil să se obțină o joncțiune *pn* prin aducerea în contact a unui semiconductor *p* cu un semiconductor *n*?

30. Să se realizeze schema montajului de alimentare pentru un tranzistor *npn*.

31*. *E* Un redresor monoalternanță alimentează o cuvă electrolitică cu soluție apoasă de sulfat de cupru. Dacă în timp de 10 minute s-au depus 200 mg de cupru, care este valoarea maximă a intensității curentului redresat?

R: 3,2 A.

32. *E* Se consideră etajul de amplificare din figura 2.53. În ce relație de fază (în fază sau antifază) sînt u_{ies} și u_{int} dacă tensiunea amplificată este culeasă la bornele rezistorului de sarcină?

3.

UNDE MECANICE

Într-un mediu material toate părțile unui corp interacționează. O perturbație mecanică produsă undeva într-un punct oarecare al corpului determină excitarea mecanică a părților vecine care, la rîndul lor le excită pe următoarele și așa mai departe. Perturbația se propagă în tot mediul. Procesul de propagare a unei perturbații se numește *undă*. O caracteristică esențială a undei este faptul că energia primită de mediu de la sursa de oscilații este transmisă pe tot mediul fără ca particulele acestuia să aibă deplasări mari.

În acest capitol vom lua în considerare în special procesele de propagare a unui anumit tip de perturbație și anume perturbația produsă de mișcarea oscilatorie armonică.

3.1. PROPAGAREA UNEI PERTURBAȚII

În următoarele exemple se poate urmări procesul de propagare a unei perturbații oarecare.

1. Cînd garnitura de vagoane garată pe o linie primește un șoc de la locomotiva care este adusă pentru cuplare, șocul constituie *o perturbație* pentru garnitura aflată pînă atunci în repaus. Este vizibil cum impulsul se deplasează rapid de-a lungul întregii garnituri, în timp ce fiecare vagon se mișcă doar cu cîțiva centimetri pe aceeași direcție cu perturbația, rămînînd apoi în repaus. Deplasarea unei perturbații mai este numită *propagare*. Energia transferată de locomotivă este transmisă pînă la ultimul vagon care dacă e decuplat este pus în mișcare.

2. Perturbația produsă prin mișcarea bruscă în sus și în jos a capătului unei corzi aflată pînă atunci în repaus, se propagă sub forma unei bucle către extremitatea cealaltă. Un mic semn *S* pus pe coardă se ridică din

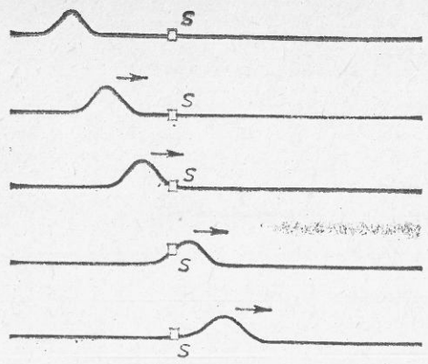


Fig. 3.1. Propagarea unei perturbații transversale.

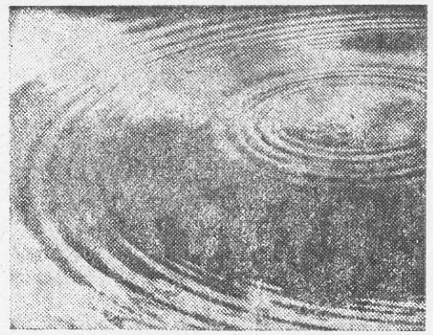


Fig. 3.2. Din punctul unde a căzut piatra perturbația se propagă pe suprafața apei sub forma unor mici valuri.

poziția de repaus și revine în aceeași poziție, deplasarea efectuîndu-se perpendicular pe direcția de propagare, exact ca și perturbația de la capătul corzii (fig. 3.1).

Energia transferată corzii la capătul din stînga se transmite spre capătul din dreapta.

3. O piatră căzută pe suprafața liniștită a unui lac produce o perturbație pe care o vedem apoi deplasîndu-se sub forma unor mici valuri circulare care se îndepărtează de locul în care a căzut piatra (fig. 3.2). Obiectele ușoare care plutesc pe apă sînt puse temporar într-o mișcare de ridicare și coborîre, după care corpurile rămîn aproximativ în același loc.

În toate aceste exemple **energia primită în procesul de perturbare este transferată de la un oscilator la altul fără să se producă și transport de substanță.**

Se observă că transmiterea unei perturbații nu se face instantaneu. *Este necesar un anumit interval de timp pentru ca perturbația produsă de sursă să se propage pînă într-un punct oarecare al mediului.*

3.2. UNDE ÎNTR-UN MEDIU UNIDIMENSIONAL

3.2.1. Unde transversale. Capătul unei corzi întinse este pus în oscilație mișcînd mîna în sus și în jos o singură dată. Prin această mișcare se produce o deformație transversală pe direcția corzii care se transmite progresiv spre celălalt capăt (fig. 3.3, *a*). Propagarea acestei perturbații se face prin mișcarea fiecărei secțiuni a corzii în sus și-n jos într-o oscilație efectuată

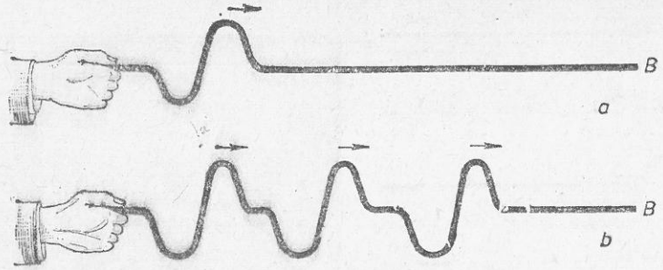


Fig. 3.3. Pe coardă se propagă o perturbație (*a*) și un tren de unde (*b*).

perpendicular pe direcția mișcării perturbației. O astfel de undă se numește *transversală*.

Dacă la intervale mici de timp sau în mod continuu repetăm oscilația de cîteva ori, pe coardă se vor transmite tot atîtea perturbații succesive. Acest grup de perturbații formează un *tren de unde*. În figura 3.3, *b* trenul de unde este format din trei perturbații. Fiecare punct al corzii va efectua la trecerea fiecărei deformații o oscilație. Pînă la trecerea întregului tren de unde fiecare punct va efectua, în acest caz, trei oscilații.

Repetînd continuu mișcarea mîinii în același fel ca mai sus, se formează o undă continuă care avansează spre dreapta așa cum arată figura 3.4. Frecvența cu care se mișcă fiecare punct al corzii este aceeași cu frecvența mîinii. Fiecare punct al corzii va oscila forțat continuu începînd din momentul în care mișcarea oscilatorie a ajuns la el, mișcarea lui fiind întreținută de energia sursei. Un astfel de regim se numește regim permanent. Dacă oscilația din figura 3.4. este efectuată de către sursă în planul hîrtiei, atunci orice punct de pe direcția de propagare oscilează în planul hîrtiei. Afirmația se poate dovedi experimental deplasînd de-a lungul corzii, în planul în care oscilează sursa, o deschidere (fantă) îngustă. Fanta nu împiedică desfășurarea propagării (fig. 3.5). Se spune că unda este *polarizată* în planul în care oscilează sursa (planul hîrtiei).

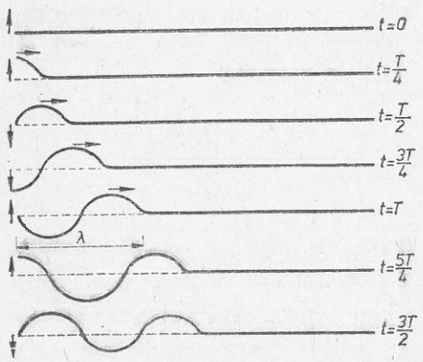


Fig. 3.4. O undă progresivă înaintează spre dreapta.

În figura 3.4, este arătat aspectul undei pentru diferite momente, separate la intervale de timp egale cu un sfert din perioada oscilației sursei. Pentru o perioadă a oscilației sursei mișcarea oscilatorie avansează pe

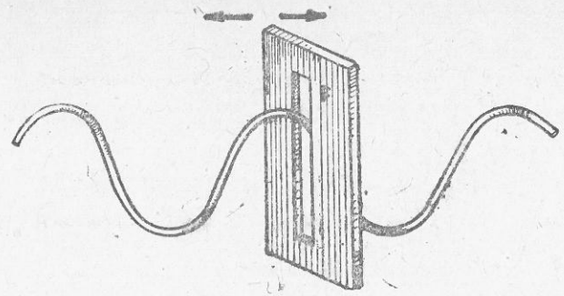


Fig. 3.5. O undă plan polarizată. Fanta F lasă punctele corzii să oscileze.

coardă pe distanța λ. Dacă propagarea se face uniform cu viteza v, atunci

$$\lambda = vT \tag{3.1}$$

sau, exprimînd prin frecvență,

$$\lambda = \frac{v}{\nu} \tag{3.1'}$$

λ se numește *lungime de undă* și, fiind o lungime, se măsoară în metri. Pentru exprimarea lungimii de undă cînd aceasta este foarte mică se utilizează angströmul (Å) $1\,\text{Å} = 10^{-10}$ m*. *Dacă viteza nu se modifică cu timpul sau de-a lungul direcției de propagare, lungimea de undă nu se schimbă*, fiind deci o caracteristică a undei în acel mediu.

Este de observat că producerea undei transversale în coardă este posibilă datorită faptului că orice parte a corzii poate antrena în ridicare și coborîre părțile adiacente. Mișcările transversale crează în coardă o solicitare de forfecare (fig. 3.6). Pe figura 3.6 sînt prezentate trei mici părți adiacente ale corzii. Mișcarea părții 2 nu se poate face fără ca aceasta să nu antreneze părțile 1 (prin forța $\vec{F}_{21}$) și 3 (prin forța $\vec{F}_{23}$) care, la rîndul lor, se opun prin forțele $\vec{F}_{12}$ și, respectiv, $\vec{F}_{32}$. Aceste legături asigură cuplajul părților 1, 2, 3. Prin acțiunea forțelor de cuplaj se produc deformări elastice în corpurile elastice. Corpul solid poate prelua aceste solicitări dar fluidele nu au această capacitate, deoarece au proprietatea de curgere, motiv pentru care *unda transversală apare numai în corpuri solide*.

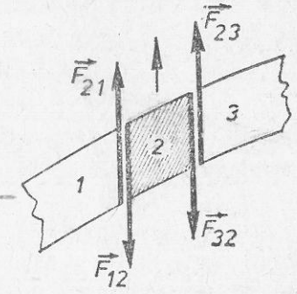


Fig. 3.6. Unda transversală implică solicitare de forfecare.

Exemplu de calcul. O mișcare oscilatorie se propagă într-un mediu elastic omogen și străbate 9 900 m în 3 s. Să se calculeze: *a)* viteza de propagare a acestei mișcări; *b)* perioada; *c)* frecvența ei știind că lungimea de undă este $\lambda = 33$ m.

* Deoarece 1 nm (nanometru) $= 10^{-9}$ m, $1\,\text{Å} = 10^{-1}$ nm.

Rezolvare:

a) Mediul fiind omogen propagarea se face uniform cu o viteză v dată de

$$v = \frac{s}{t} = \frac{9\,900\ \text{m}}{3\ \text{s}} = 3\,300\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

b) Folosind relația (3.1) se scrie:

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{33\ \text{m}}{3\,300\ \text{m/s}} = \frac{1}{100}\ \text{s}.$$

c) Frecvența se calculează din (3.1') sau direct din

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{\frac{1}{100}\ \text{s}} = 100\ \text{Hz}.$$

3.2.2. Un model pentru mediul elastic în care se propagă o undă transversală. Pendulele gravitaționale din figura 3.7 sînt cuplate între ele. Șirul pendulelor modelează un mediu unidimensional omogen, adică un mediu care are aceeași proprietate în orice punct. Punem în oscilație pendulul 1 dîndu-i o mișcare perpendiculară pe direcția șirului de sfere. Prin intermediul cuplajului energia oscilatorului 1 se transmite succesiv în șirul de oscilatori. Pentru mediul alcătuit din oscilatorii din șir, care la început se aflau în repaus, excitarea pendulului 1 constituie o perturbație. Acesta devine o sursă de energie, motiv pentru care pendulul 1 poate fi socotit *sursă de oscilații*. Dacă mișcarea oscilatorului sursă este menținută printr-un mijloc oarecare, mișcarea celorlalți oscilatori continuă. Fiecare oscilator execută oscilații armonice forțate sub acțiunea energiei primită de la sursă. *Frecvența oscilațiilor fiecărui pendul este aceeași cu frecvența sursei* (vezi 1.2.8) indiferent de frecvența proprie. Dar procesul de propagare nu se face instantaneu, ci în timp.

Punînd din nou în oscilație pendulul 1 din șirul de sfere aflate în repaus, putem cronometra timpul după care perturbația ajunge la un anumit pendul aflat la o distanță oarecare de sursă. În funcție de această distanță timpul de propagare este diferit. Fiecare oscilator intră în oscilație mai tîrziu decît cel precedent. Rezultă că faza mișcării fiecărui oscilator diferă de a celui precedent și de a celui care urmează. Presupunem că viteza de propagare este constantă, presupunere care este rațională dacă ne gîndim că toți oscilatorii sînt de același fel, iar cuplajele identice. În timp ce perturbația avansează oscilatorii care au

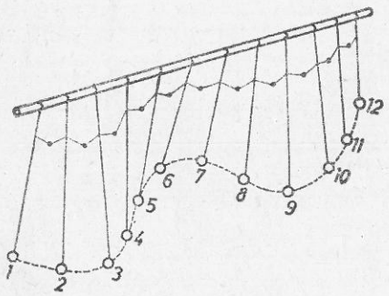


Fig. 3.7. Un model de mediu unidimensional elastic pe care se propagă o undă transversală.

început să se miște își continuă mișcarea oscilatorie armonică. Acest proces este ilustrat în figura 3.8 unde întreg lanțul de oscilatori din figura 3.7 este arătat văzut de sus. Șirul pendulelor este figurat în întregime în zece momente diferite, începînd cu momentul în care pendulul 1 este excitat și

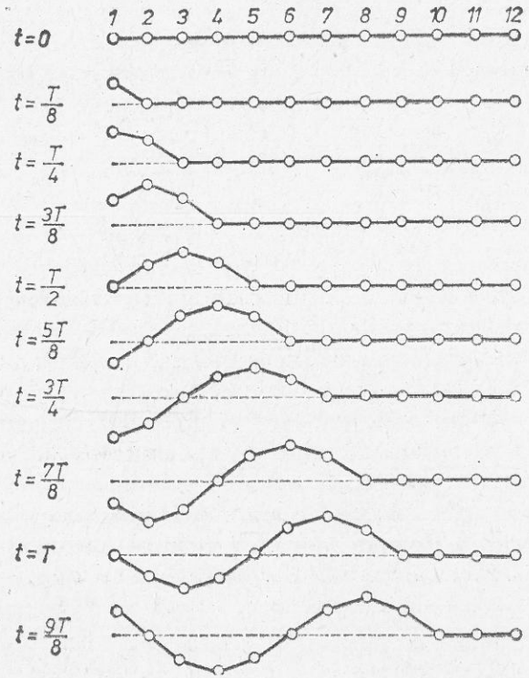


Fig. 3.8. Transmiterea unei oscilații armonice întreținute pe șirul din figura 3.7 (vedere pe un plan orizontal).

sfîrșind cu un moment după încheierea primei lui oscilații. Intervalul dintre două reprezentări succesive este $T/8$. Se observă că după încheierea unei oscilații a pendulului 1 există în șir pendule care oscilează în concordanță de fază, de exemplu 1 și 9 sau 2 și 10.

Atîta timp cît viteza rămîne constantă *distanța dintre doi oscilatori consecutivi care oscilează în fază* este constantă. Această distanță este chiar lungimea de undă λ, ceea ce motivează afirmația că această mărime este caracteristică unei unde *cînd aceasta se propagă într-un mediu omogen* (§ 3.2.1).

Se observă din relațiile (3.1 și 3.1'), ca și din descrierea procesului, că lungimea de undă este determinată de doi factori: **unul (perioada sau frecvența) care depinde de sursă** și **al doilea (viteza) care este legat de mediul în care se propagă unda,** de proprietățile lui elastice pentru că, în fond, viteza depinde de cuplaj.

22.04.80

Se dovedește teoretic și se verifică experimental că viteza v de propagare a unei unde transversale pe o coardă depinde de tensiunea T la care este supusă coarda și de masa μ a unității de lungime a corzii prin relația

$$v_t = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \tag{3.2}$$

expresie care include numai mărimi fizice proprii corzii.

Dacă oscilația pendulului sursă nu este întreținută, procesul de amortizare este extrem de rapid, energia sursei fiind transferată șirului de oscilatori, o parte disipîndu-se prin frecări. Unda se stinge.

3.2.3. Unde longitudinale. În figura 3.9 sus este desenat un resort de oțel, lung și spiralat, cu spirele în repaus, echidistanțate. Putem considera resortul ca un șir de spire (oscilatori) cuplate elastic, fiecare spiră putînd oscila de-a lungul axei sale în jurul poziției de echilibru. La un capăt al resortului se scoate o spiră din poziția de echilibru, trăgînd-o și lăsînd-o apoi liberă. În felul acesta se produce o perturbație care se propagă spre celălalt capăt. Perturbația constă în punerea în mișcare a fiecărei spire, pe direcția de propagare. O astfel de undă se numește *longitudinală*.

După trecerea perturbației, datorită frecărilor cu aerul și mai ales datorită celor din interiorul spirelor, oscilația acestora se stinge rapid resortul rămînînd în repaus. Presupunem că printr-un mijloc oarecare facem ca prima spiră din capăt să fie pusă încontinuu în mișcare oscilatorie armonică.

În figura 3.9 este desenat resortul la momente diferite pentru a urmări procesul de deplasare a perturbației. Se observă că dacă pe resort se formează la momentul inițial ($t = 0$) o comprimare (spirele 1—2) aceasta se deplasează mai departe, găsind-o la momentul $\frac{T}{4}$ la spirele 2—3, lamomentul $\frac{T}{2}$ la spirele 3—4 etc. În timp ce comprimarea avansează spre dreapta, fiecare

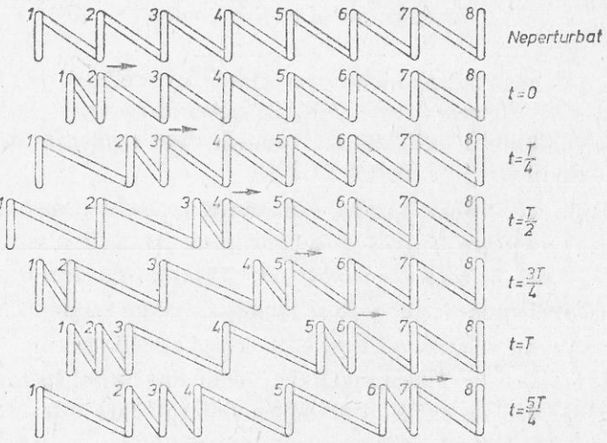


Fig. 3.9. Propagarea deformației longitudinale pe un resort lung spiralat.

spiră pusă în mișcare de perturbație continuă să oscileze în jurul poziției de echilibru. Astfel, de exemplu, spira 1 face o oscilație între $t = 0$ și T cînd apare o nouă comprimare care se va propaga. Există spire care oscilează în concordanță de fază cum sînt spirele 1 și 5, 2 și 6 (figura 3.9 momentul $t = \frac{5T}{4}$).

Considerînd resortul construit din același material, propagarea perturbației se face uniform cu viteza v. În intervalul de timp (T) în care spira 1, de exemplu, efectuează o oscilație, perturbația avansează pînă la spira 5 care va începe să oscileze în fază cu spira 1 (momentul $\frac{3T}{4}$). Distanța parcursă va fi egală cu vT. Întrucît toate spirele oscilează cu aceeași perioadă și deoarece propagarea se face cu aceeași viteză v, distanța dintre două spire consecutive care oscilează în fază este lungimea de undă și constituie, ca și în cazul undelor transversale, o caracteristică a undei longitudinale.

Pe toată lungimea resortului din figura 3.9 se formează regiuni în care spirele sînt mai apropiate și regiuni în care spirele sînt mai îndepărtate decît în stare neperturbată. Poziția acestor regiuni se modifică în timp, deplasîndu-se spre dreapta. Desigur, unda longitudinală nu este polarizată (dovediți experimental).

Un exemplu de undă logitudinală într-un solid este propagarea perturbației unei lovituri dată cu un ciocan la capătul unei bare, pe direcția acesteia. Comprimarea barei prin lovitură este transmisă din aproape în aproape pînă la capătul celălalt. Acest lucru poate fi verificat dacă la capătul opus celui la care se produce perturbația se pune o bilă alăturată de bara fixată rigid. Bila va fi proiectată pe direcția barei în sensul propagării perturbației.

Viteza de propagare a unei unde logitudinale este dependentă de caracteristicile mediului. Se demonstrează teoretic și se verifică experimental că expresia vitezei v_l a unei unde longitudinale este

$$v_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \tag{3.3}$$

unde E este modulul de elasticitate, iar ρ densitatea substanței din care este alcătuit mediul.

3.2.4. Unde longitudinale într-o coloană de gaz. Presiunea coloanei de gaz aflată în tubul reprezentat în figura 3.10 este o mărime de stare a coloanei. Ne putem închipui întreaga coloană împărțită în straturi transversale subțiri. Presupunem că oscilația pistonului P începe printr-o deplasare spre dreapta, stratul vecin este împins în același sens. Aerul fiind comprimat presiunea crește față de valoarea inițială. Comprimarea se transmite stratului următor și din strat în strat mai departe. În mișcarea pistonului către stînga aerul din imediata lui apropiere se destinde, presiunea scade și ajunge sub valoarea inițială. Depresiunea creată determină mișcarea aerului din stra-

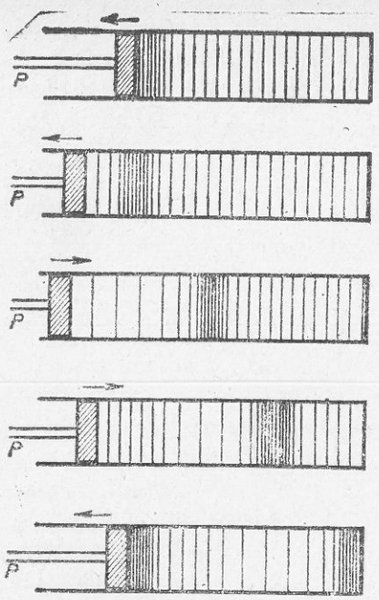


Fig. 3.10. Reprezentare schematică stratificată a unui gaz aflat într-un tub în care se propagă o undă.

turile adiacente care se destind la rîndul lor. Pe figura 3.10 comprimarea și dilatarea straturilor a fost figurată prin varierea grosimii lor. În timpul unei oscilații a pistonului, stratul vecin acestuia execută o mișcare oscilatorie de-a lungul direcției de propagare a perturbației. Această mișcare este reluată de toate straturile dar cu o întîrziere de fază datorată timpului necesar propagării. *Unda este longitudinală.* Perioada oscilației fiecărui strat este aceeași cu perioada oscilației pistonului.

Straturile imaginate fiind extrem de subțiri, putem considera că presiunea la un moment dat este aceeași în tot stratul. În timpul unei oscilații complete a unui strat, valoarea presiunii oscilează în jurul valorii inițiale. Unda poate fi considerată simultan o propagare a perturbației mecanice de mișcare a straturilor sau o propagare a variației presiunii în jurul unei valori de echilibru. De exemplu, în cazul celui mai puternic sunet pe care îl poate suporta timpanul urechii amplitudinea variației presiunii atmosferice este $\pm 30 \frac{N}{m^2}$. Aceasta corespunde, la o frecvență de 1 000 Hz, la o deplasare maximă a straturilor de 10^{-3} cm. În cel mai slab sunet perceput, variația presiunii este de $\pm 2 \cdot 10^{-5} \frac{N}{m^2}$ cu o deplasare, la 1 000 Hz, de amplitudine egală cu 10^{-9} cm. Ținînd seama de faptul că presiunea atmosferică normală este de $10^5 \frac{N}{m^2}$ ne dăm seama de cît de sensibilă este urechea omului.

Observație. Atît în cazul undei transversale cît și al celei longitudinale viteza propagării coincide cu viteza cu care se deplasează suprafețele de fază egală. Prin aceasta se înțelege că o anumită fază care caracterizează starea unuia din oscilatorii șirului de pendule din figura 3.7, de exemplu 4 la momentul $t = \frac{3T}{8}$ (fig. 3.8), se modifică cu timpul la același oscilator (4) la momentele următoare $\frac{T}{2}$, $\frac{5T}{8}$, $\frac{3T}{4}$, dar ea este aceeași la momentele respective pentru oscilatorii următori (5, 6, 7 etc.). Din acest motiv viteza de propagare în cazurile pe care le discutăm este o viteză de propagare a fazei sau *viteză de fază.*

Exemple de calcul. 1 La capătul unei ramuri a unui diapazon așezat vertical cu ramurile în jos, se leagă un fir de lungime $l = 2$ m și de masă $m = 12$ g. De acest fir se suspendă un corp cu masa $m_1 = 960$ g. Diapazonul oscilează. Să se calculeze: *a)* viteza de propagare a undelor în fir; *b)* frecvența diapazonului dacă lungimea de undă este de 40 cm; *c)* cum se modifică viteza de propagare dacă se dublează masa corpului suspendat.

Rezolvare

a) În fir se propagă unde transversale. Viteza undelor este, conform relației (3.2) și neglijînd efectul masei firului asupra tensiunii din fir,

$$v_t = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{m \cdot g}{\frac{m_1}{l}}} = \sqrt{\frac{960 \cdot 10^{-3}\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2\ \text{m}}{12 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}}} \approx 40\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

b) Fiecare punct de pe undă oscilează forțat, sursa fiind diapazonul. Conform relației (3.1′)

$$\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{40\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{40 \cdot 10^{-2}\ \text{m}} = 10^2\ \text{s}^{-1} = 10^2\ \text{Hz}.$$

c) Masa corpului suspendat fiind m_1', viteza v_t' este

$$v_t' = \sqrt{\frac{T'}{\mu}}.$$

Raportul vitezelor este:

$$\frac{v_t'}{v_t} = \sqrt{\frac{T'}{T}} = \sqrt{\frac{m_1'}{m_1}} = \sqrt{2}.$$

2. Un muncitor de la calea ferată lovește cu ciocanul capătul unei șine producînd o undă longitudinală. Sunetul este auzit după 0,20 s de un al doilea muncitor care ascultă cu urechea pe șină. Ce distanță există între cei doi muncitori? Șina este din oțel cu densitatea 7 800 kg/m³ și cu modulul de elasticitate de $20 \cdot 10^{10} \frac{N}{m^2}$.

Rezolvare

Distanța poate fi calculată dacă se cunoaște viteza v_l de deplasare a perturbației. Conform relației (3.3),

$$v_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{20 \cdot 10^{10}\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{7\,800\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 5{,}06 \cdot 10^3\ \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

de aici

$$d = v_l t = 5{,}06 \cdot 10^3\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 20 \cdot 10^{-2}\ \text{s} = 1\,012\ \text{m}.$$

3.3. UNDE SUPERFICIALE

În acest paragraf se va descrie formarea și propagarea perturbațiilor la suprafața apei în două cazuri: 1) cînd procesul se desfășoară în largul mărilor și oceanelor, adică în zone în care adîncimea este mare și 2) cînd undele sînt generate la suprafața unei ape puțin adînci.

1. În afara cazurilor în care valurile sînt cauzate de mișcări seismice, undele pe suprafețele mărilor și oceanelor sînt determinate de acțiunea vîntului. Aerul care se deplasează antrenează fiecare picătură de apă de la suprafață, imprimîndu-i o mișcare circulară, în sensul mișcării vîntului (fig. 3.11). Raza traiectoriei este egală chiar cu înălțimea valului. Mișcarea

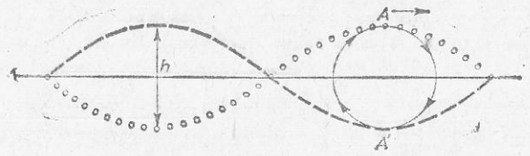


Fig. 3.11. Mișcarea unei picături A la suprafața apei în timp de o perioadă. Linia punctată arată aspectul valului cînd A este pe o creastă, iar linia întreruptă aspectul undei cînd A' este într-o vale.

fiecărei picături se poate descompune într-o mișcare oscilatorie pe verticală și una pe orizontală. Astfel încît, în intervalul de timp T în care picătura efectuează o rotație completă începînd din A de pe creasta valului, suprafața apei din acel punct coboară pe distanța h în prima jumătate de perioadă, ajungînd să fie la baza valului (A') și urcă în cea de-a doua jumătate de perioadă cu h redevenind creasta valului. Astfel, în decursul unei perioade, picătura oscilează sus-jos și înainte-înapoi rămînînd aproximativ în același punct. Forța de revenire este în acest caz aproape exclusiv forța gravitațională. O dovadă a realității mișcărilor descrise este faptul că pe creasta unui val, apa, în mișcare spre înainte, dă o componentă orizontală care îl împinge pe înotător în același sens. Dimpotrivă, mișcarea apei de la baza unui val dă o componentă în sens contrar care se opune înaintării înotătorului, trăgîndu-l înapoi. Aceste fapte le-a observat orice înotător în apa mării la aproximativ 30—40 m de mal. Înotătorii experimentați folosesc procesele descrise pentru a se apropia de mal cu eforturi mai mici.

De-a lungul direcției de deplasare a valului suprafața apei este la un moment dat alcătuită din picături de apă, toate aflate în mișcare circulară dar în faze diferite (fig. 3.12). Undele de larg au lungimi de undă mari. Aspectul suprafeței mării sau oceanului într-un loc se explică prin compunerea a nenumărate unde de amplitudini, faze și direcții diferite.

Fig. 3.12. La un moment dat, toate picăturile se află într-o mișcare circulară, dar în faze diferite. Aceasta este „fotografia" valului la un moment dat.

22.04.80

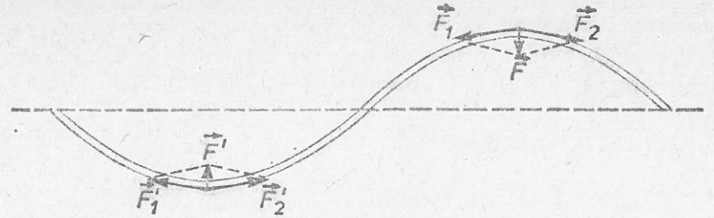


Fig. 3.13. Forța de revenire în cazul unei ape puțin adînci este aproape exclusiv datorată tensiunii superficiale.

2. În cazul undei create pe suprafața apei dintr-un bazin sau o cuvă, mecanismul de producere este diferit, forța de revenire fiind aproape exclusiv datorată tensiunii superficiale (fig. 3.13). Stratul superficial se comportă ca o membrană elastică.

Cu ajutorul aparatului din figura 3.14, numit aparat de studiat unde*, se pot produce și studia procesele de propagare a undelor superficiale de acest fel. Printr-un vibrator, se produce perturbarea stratului superficial de apă din cuva C (care are o adîncime de 2,4 cm). Perturbația se propagă sub forma unei unde de lungime de undă scurtă, de ordinul centimetrilor. În figura 3.15, *a* se observă o undă cu creste și văi circulare produsă de o sursă punctiformă, iar în figura 3.15, *b* este fotografiată o undă cu creste și văi liniare produsă de o sursă de forma unei vergele.

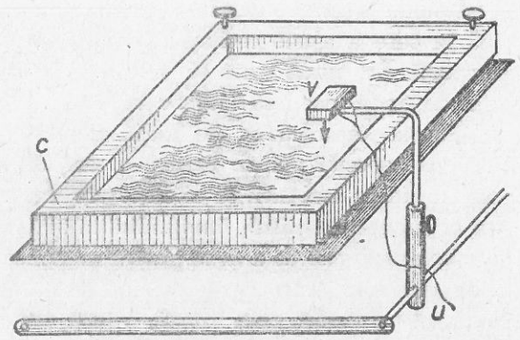


Fig. 3.14. Cuva C și vibratorul V al aparatului de studiat unde.

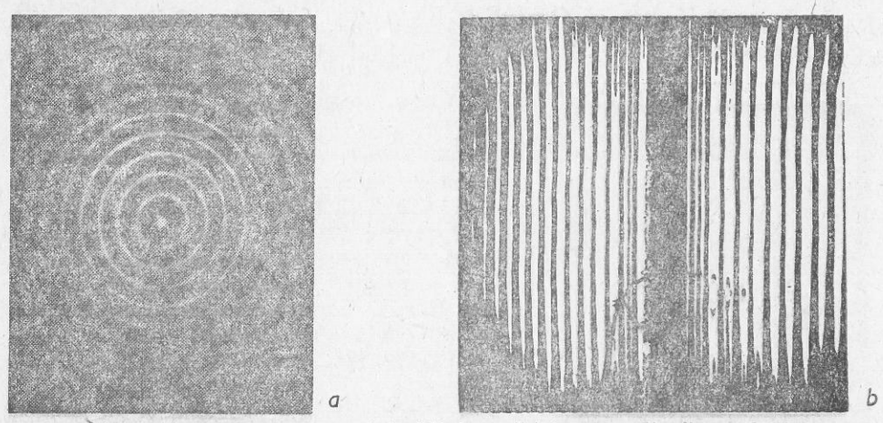


Fig. 3.15. Unde circulare *(a)* și liniare *(b)* în cuva din figura 3.14.

* Aparat „Didactica" (1977).

Suprafața lichidului poate fi considerată ca o membrană elastică pe care se propagă unde transversale de la izvorul care deformează stratul superficial într-un loc de pe suprafața apei.

3.4. SUPRAFAȚA DE UNDĂ. PRINCIPIUL LUI HUYGENS.

Considerăm o sursă de oscilații armonice care produce o undă într-un mediu material elastic. Unda se propagă în toate direcțiile punînd pe rînd în oscilație particulele materiale ale mediului. Mulțimea punctelor care oscilează în fază, alcătuiește o *suprafață de undă*. Există o infinitate de suprafețe de undă. O suprafață de undă are în general o formă oarecare. La un moment dat t mișcarea oscilatorie a ajuns pe fiecare direcție pînă la un punct aflat la o distanță oarecare de sursă. Mulțimea tuturor punctelor pînă la care a ajuns oscilația la momentul t alcătuiește cea mai avansată suprafață de undă care se numește *front de undă*. Toate punctele frontului de undă încep să oscileze în același moment.

Forma suprafețelor de undă depinde atît de proprietățile mediului, cît și de aspectul sursei. Pentru a simplifica explicația, în cele ce urmează vom considera mai întîi că unda se propagă într-un mediu omogen și izotrop. Așa cum am mai arătat, omogenitatea cu privire la o mărime fizică constă în însușirea mediului de a avea pentru mărimea fizică respectivă aceeași valoare în fiecare punct. Întrucît fenomenul de propagare depinde de sursă prin frecvență, și de mediu prin viteză, viteza undei pe o direcție oarecare într-un mediu omogen este constantă (E, T aceleași în tot mediul). Prin izotropia mediului cu privire la o anumită proprietate, se înțelege faptul că proprietatea considerată se manifestă în același fel pe orice direcție. Referindu-ne la propagare, rezultă că modulul vitezei undei într-un mediu omogen și izotrop este constant pe orice direcție.

În acest caz particular, dacă sursa este punctiformă sau sferică, suprafețele de undă și deci și frontul de undă sînt sfere concentrice, iar undele se numesc sferice (fig. 3.16, *a*). Dacă izvorul este o suprafață plană, supra-

Cristiaan Huygens (1629—1695). Fizician și astronom olandez (născut la Haga). A studiat oscilațiile pendulului și a inventat sistemul cu ancoră de autoîntreținere a mișcării oscilatorii (1657). A publicat în 1690 „Tratatul despre lumină" în care a propus ipoteza ondulatorie a luminii care avea să fie confruntată cu ipoteza corpusculară sugerată de Newton. În aceeași carte a enunțat principiul studiat în acest paragraf cu ajutorul căruia a demonstrat reflexia și refracția. A perfecționat luneta astronomică. A descoperit satelitul Titan al planetei Saturn. S-a remarcat și ca matematician cu lucrări de geometrie, algebră (logaritmi) și calcul probabilistic.

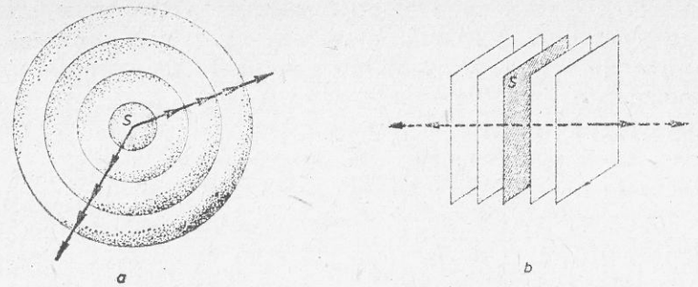


Fig. 3.16. O undă sferică (*a*) și una plană (*b*); S este sursa

fețele de undă și deci și frontul de undă sînt plane, iar unda este *plană* (fig. 3.16, *b*).

O dreaptă perpendiculară pe frontul de undă se numește *rază*. Raza este o dreaptă de propagare. Pe figura 3.16 sînt desenate cîteva raze, sensul de propagare fiind marcat cu săgeți.

La depărtare mare de izvor o undă sferică poate fi considerată într-un spațiu restrîns ca o undă plană, deoarece suprafața unei sfere de rază mare poate fi asimilată pe porțiuni nu prea mari cu o suprafață plană. (De exemplu, o suprafață de arie nu prea mare din suprafața Pămîntului.)

În experimentele cu unde superficiale reprezentate în figurile 3.17 și 3.18 suprafețele de undă se reduc la cercuri concentrice respectiv linii paralele.

Construcția suprafețelor de undă se poate face cu ajutorul principiului Huygens care rezultă dintr-o generalizare a faptelor experimentale. Descriem două experimente efectuate cu unde superficiale, care conduc la acest principiu.

1. Cuva este despărțită în două compartimente printr-un perete în care s-a lăsat o fantă îngustă (fig. 3.17, *a*). În compartimentul din stînga se produc unde circulare. Cînd frontul de undă ajunge la deschizătură, unda se propagă mai departe în al doilea compartiment prin unde, de asemenea, circulare, care au aspectul undelor provenite dintr-un izvor punctiform situat chiar în fantă.

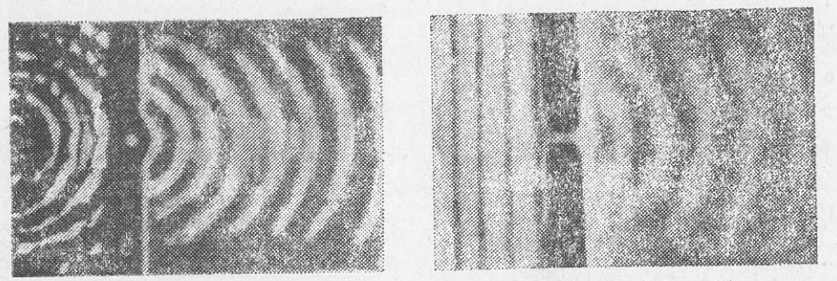


Fig. 3.17. Difracția undelor circulare (*a*) și a celor liniare (*b*).

2. De la vibratorul în formă de bară se propagă spre fantă unde liniare. După ce frontul de undă ajunge la perete, în compartimentul din dreapta apar unde circulare provenite din deschizătură (fig. 3.17, *b*).

Fenomenul descris în figura 3.17 de ocolirea obstacolelor de către unde, este cunoscut sub numele de *difracție*.

Oricare ar fi forma undelor din compartimentul din stînga, aspectul undelor dincolo de fantă este același. Rolul fantei este aici exclusiv de a face să se manifeste numai efectul mișcării unei mici porțiuni din substanța aflată pe suprafețele de undă* în dreptul fantei. Această observație ne conduce la ideea că din orice punct aflat pe un front de undă pornesc într-un mediu izotrop unde circulare. Dar dacă este așa, rezultă oare prin compunerea undelor emise de punctele unui front de undă la un moment dat un alt front de undă la un moment ulterior?

Cele spuse despre frontul de undă sînt valabile pentru orice suprafață de undă.

Reluăm cele două experimente punînd în calea undelor circulare, respectiv liniare, un perete despărțitor de forma unui arc de cerc cu centrul în izvor și respectiv un perete liniar (fig. 3.18). În ambele cazuri pereții au fante echidistanțate. Se constată că în compartimentul din dreapta se propagă în primul caz tot unde circulare (fig. 3.18, *a*), iar în al doilea unde liniare (fig. 3.18, *b*). Noile unde pot fi considerate ca fiind rezultatul compunerii undelor circulare emise din fiecare fantă a pereților despărțitori, în felul arătat pentru o singură fantă în figura 3.17. Aceste unde se numesc *unde secundare*. Extinzînd rezultatul pentru unde spațiale de orice formă, ajungem la principiul lui Huygens. *Orice punct de pe o suprafață de undă poate fi considerat ca un nou centru de perturbații de la care se propagă unde secundare.*

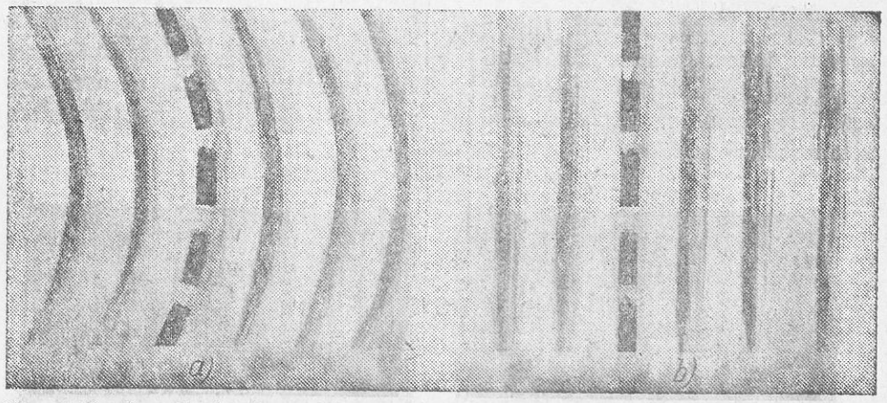


Fig. 3.18. Suprafețele de undă care pornesc de la șirul de fante sînt de aceeași formă cu suprafețele de undă care vin spre fante.

* Frontul de undă este o suprafață de undă particulară.

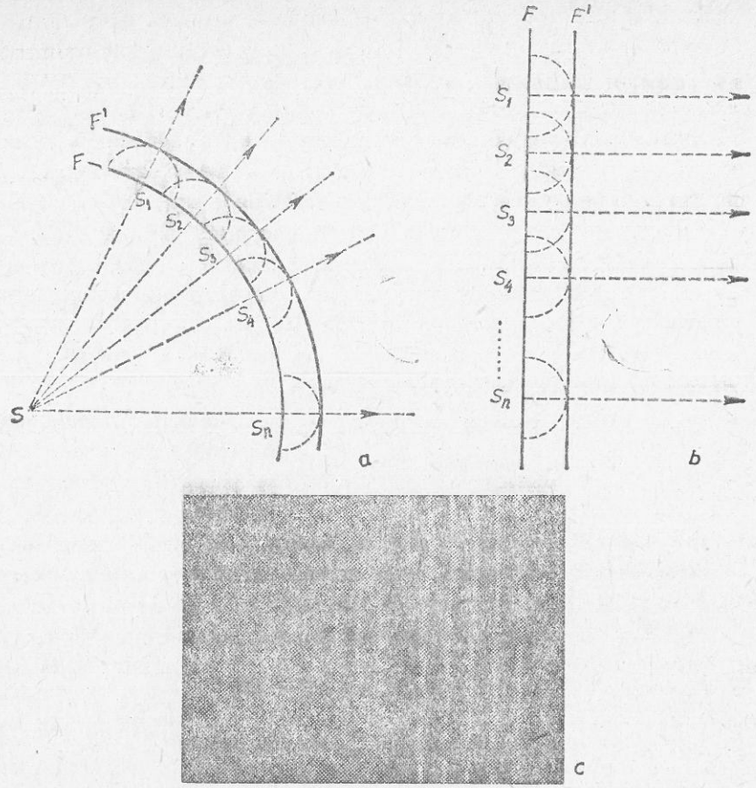


Fig. 3.19. Construcția fronturilor de undă cu ajutorul principiului lui Huygens:
a) unde circulare; *b)* unde liniare; *c)* ilustrarea experimentală a construcției în cazul *b*.

Cu ajutorul acestui principiu se poate construi orice nou front de undă pornind de la frontul de undă anterior folosind undele secundare. În figura 3.19 este arătată metoda geometrică de construcție a frontului de undă circular și liniar pentru un mediu omogen și izotrop rezultată din aplicarea principiului lui Huygens. De la izvoarele elementare S_1, S_2, ..., S_n care oscilează în fază pornesc unde secundare circulare ale căror fronturi sînt figurate. Suprafața tangentă la un moment dat tuturor acestor fronturi elementare este compusă din puncte aflate în concordanță de fază, deci ele sînt pe o suprafață de undă care, fiind cea mai avansată, este noul front de undă. În figura 3.19, *c* este fotografiat procesul descris în figura 3.19, *b*.

Suprafața sursei oscilează în fază. Este explicabil de ce forma frontului de undă și deci a tuturor suprafețelor de undă depinde, pentru un mediu omogen și izotrop, de forma sursei, fapt care a fost observat în experimentele cu aparatul de studiat unde.

3.5. ECUAȚIA UNDEI PLANE

Întrucît într-o undă plană toate suprafețele de undă sînt plane paralele, procesul de propagare a undei este descris la fel pe oricare rază. Fie Sx una din raze, S fiind un punct al sursei care emite unde armonice transversale sau longitudinale plane (fig. 3.20, *a*). Punctul S oscilează transversal sau longitudinal după legea

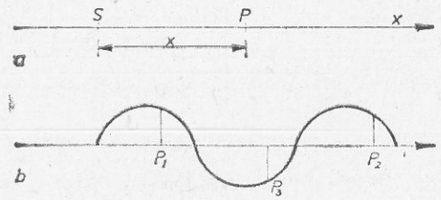


Fig. 3.20. Pentru demonstrarea ecuației undei.

$$y = A \sin \omega t = A \sin \frac{2\pi}{T} t.$$

După un interval de timp Δt frontul de undă plană care se propagă cu viteza de fază v în mediul elastic omogen și izotrop, ajunge în punctul P aflat la distanța x de S. P este excitat într-o mișcare oscilatorie armonică, avînd aceeași perioadă și amplitudine cu oscilația lui S, dar cu o întîrziere de fază față de S. La momentul t, la care punctul S al sursei are elongația dată mai sus, punctul P are elongația

$$y_P = A \sin \frac{2\pi}{T} (t - \Delta t)$$

pe care a avut-o S cu Δt secunde înainte de momentul t. Dar

$$\Delta t = \frac{x}{v}$$

astfel că

$$y_P = A \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v} \right),$$

sau înlocuind $\lambda = vT$ obținem:

$$y_P = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \qquad (3.4)$$

Această funcție, numită impropriu *ecuația undei*, exprimă legea de mișcare a oricărui punct material de pe semidreapta Sx și, ca atare, descrie procesul de propagare în două aspecte:

1. *Exprimă elongația la un moment dat t a oricărui punct de pe semidreapta Sx aflat la distanța x de sursă.* În acest fel, pentru un t dat expresia (3.4) dă imaginea spațială a punctelor de pe raza Sx. Se observă o caracteristică subliniată la pagina 115, *periodicitatea spațială*. Scriind condiția ca la momentul t, două puncte P_1 și P_2 să oscileze în fază (fig. 3.20,*b*), obținem:

$$2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_{P_1}}{\lambda} \right) = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_{P_2}}{\lambda} \right) + 2k\pi \quad \text{unde} \quad k \in \{Z - 0\}.$$

Rezultă: $x_{P_2} = x_{P_1} + k\lambda$ sau $x_{P_2} - x_{P_1} = k\lambda$

adică punctele aflate în concordanță de fază sînt la diferențe de drum egale cu un multiplu întreg al lungimii de undă.

Condiția ca punctele de pe direcția de propagare să oscileze în opoziție de fază este ca (fig. 3.20, *b*)

$$2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_{P_1}}{\lambda} \right) = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_{P_2}}{\lambda} \right) + (2k+1)\pi$$

sau

$$x_{P_2} - x_{P_1} = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$$

condiție realizată de punctele pentru care diferențele de drum sînt un multiplu impar de $\frac{\lambda}{2}$.

2. *Pentru un punct dat (un x dat) funcția (3.4) dă legea lui de mișcare.*

Exemplu de calcul. O sursă de unde plane oscilează după relația

$$y = 3 \cdot 10^{-1} \sin \frac{\pi}{9} t.$$

Dacă viteza v de propagare a undelor este de 2m/s: *a)* să se scrie ecuația undei; *b)* să se afle diferența de fază între oscilațiile particulelor M și N aflate la distanța de 3 m, respectiv 4 m de sursă.

Rezolvare:

a) Ecuația undei este relația (3.4)

$$y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right).$$

Comparînd legea de oscilație a sursei cu forma generală (1.3) observăm că $\omega = \frac{\pi}{9} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, de unde $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{9}} = 18$ (s) ceea ce permite calcularea lungimii de undă:

$$\lambda = vT = 2 \text{ m/s} \cdot 18 \text{ s} = 36 \text{ m}.$$

Cu acestea ecuația undei este:

$$y = 3 \cdot 10^{-1} \sin 2\pi \left(\frac{t}{18} - \frac{x}{36} \right)$$

sau

$$y = 3 \cdot 10^{-1} \sin \pi \left(\frac{t}{9} - \frac{x}{18} \right).$$

b) Punctele M și N oscilează după legile

$$y_M = 3 \cdot 10^{-1} \sin \pi \left(\frac{t}{9} - \frac{3}{18} \right); \quad y_N = 3 \cdot 10^{-1} \sin \pi \left(\frac{t}{9} - \frac{4}{18} \right).$$

Diferența de fază fiind

$$\pi \left(\frac{t}{9} - \frac{3}{18} \right) - \pi \left(\frac{t}{9} - \frac{4}{18} \right) = \frac{\pi}{18} \text{ (rad)}.$$

3.6. ENERGIA TRANSFERATĂ ÎN PROCESUL DE PROPAGARE

În cele ce urmează vom considera că sursa de oscilații funcționează în regim permanent, adică transferă continuu în mediul înconjurător, omogen și izotrop, aceeași energie în unitatea de timp (are o putere constantă).

Dacă E este energia emisă în timpul t de totalitatea punctelor care compun sursa, cîtul

$$P = \frac{E}{t} = \Phi \qquad (3.5)$$

definește *puterea emisă de sursă* sau *fluxul de energie* emis. Fluxul de energie se măsoară în watti.

Dăm un exemplu pentru a aprecia ordinul de mărime al fluxului de energie al unei surse. Un om, vorbind normal, emite un flux de 10^{-5} W, iar dacă strigă emite un flux de $3 \cdot 10^{-2}$ W. Dacă toți oamenii dintr-un oraș ca Bucureștiul ar vorbi simultan, puterea emisă, considerînd populația capitalei noastre de 2 000 000 locuitori, ar fi de $2 \cdot 10^6 \cdot 10^{-5}$ W $= 20$ W, putere necesară pentru funcționarea a două becuri de pom de iarnă!

Energia emisă de sursă se transferă în întreg mediul. Puterea transferată printr-o suprafață oarecare așezată la o anumită depărtare de sursă descrie procesul de transfer energetic prin acea suprafață. Puterea transferată poartă, în acest caz, același nume — de *flux de energie* prin acea suprafață. Cîtul între fluxul de energie P și aria A a suprafeței perpendiculare pe direcția de propagare prin care este transferată energia,

$$I = \frac{P}{A} \qquad (3.6)$$

definește *densitatea de flux de energie*, sau *intensitatea* I, măsurată în watt/m^2. Intensitatea minimă necesară perceperii unui sunet este de 10^{-12} $\frac{W}{m^2}$. Raportate la această intensitate, în tabelul următor sînt date cîteva intensități relative:

Pragul de audibilitate	1	
Respirația normală	10	
Conversație normală	10^6	
Traficul unui bulevard	10^7	
Aspiratorul de praf	10^8	
Avion clasic la decolare	10^{12}	Senzație dureroasă și, începînd cu 10^{13}, periculoasă
Avion cu reacție la decolare	10^{15}	
Racheta la lansare	10^{17}	

Întrucît energia transferată printr-o porțiune a unei suprafețe de undă este o însumare a energiei tuturor oscilatorilor de pe această suprafață de undă, rezultă ținînd seama de (3.6) că densitatea de energie este direct proporțională cu pătratul amplitudinii oscilatorilor de pe această porțiune

$$I \sim A^2 \qquad (3.7)$$

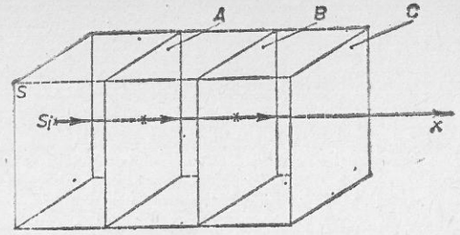


Fig. 3.21. Intensitatea undei plane este aceeași pe suprafețele A, B, C.

Vom analiza modul cum se face transferul energetic în două cazuri.

1) *Unda plană.* Dat fiind faptul că unda este plană, considerăm suprafața plană S, conținînd surse care oscilează toate permanent, în fază, cu aceeași frecvență și amplitudine (fig. 3.21).

Pe o dreaptă perpendiculară pe frontul de undă oscilația este determinată de izvorul corespunzător din planul sursei. Sursa este deci alcătuită din mulțimea tuturor acestor surse elementare punctiforme. Fie S_ix o rază care pornește din sursa elementară S_i unul din oscilatorii componenți ai sursei care oscilează armonic și care își păstrează constantă energia (relația (1.12))

$$E_i = 2\pi^2 m A^2 \nu^2.$$

Sursa transferă încontinuu energie șirului de oscilatori de pe semidreapta S_ix, primind în schimb energie de la un alt sistem. Întrucît mediul este considerat nedisipativ și omogen, fiecare oscilator din șir are aceeași amplitudine ca S_i. Amplitudinea tuturor oscilatorilor de-a lungul lui S_ix este egală. Aceasta justifică reprezentarea undei ca în figura 3.22 în care toate punctele care la momentul reprezentării și-au atins amplitudinea, au amplitudini egale. Acest proces se produce identic pe oricare din dreptele de propagare S_ix. Dacă energia sursei ar fi mai mare și amplitudinea fiecărui oscilator de pe direcția S_ix ar fi mai mare.

În cazul undei plane, transferul energetic se face numai pe direcția perpendiculară pe sursă, într-un paralelipiped drept cu baza în planul sursei. Din aceste motive intensitatea este $I = \frac{P}{A}$, aceeași pe suprafețele A, B, C, de arie A perpendiculare pe raza S_ix (fig. 3.21).

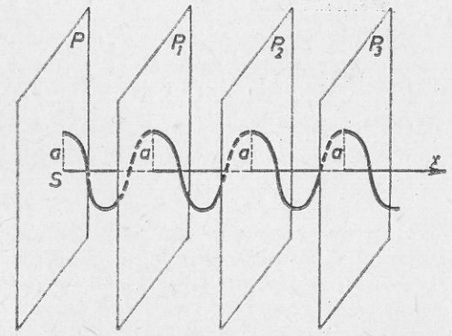


Fig. 3.22. În cazul ideal, amplitudinea oscilatorilor de pe diferite suprafețe de undă este aceeași în cazul undei plane.

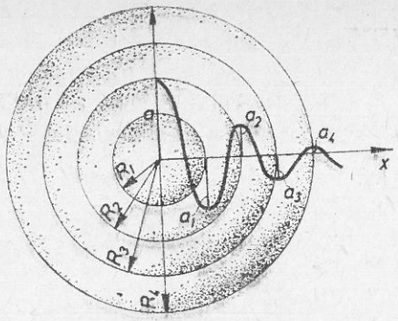


Fig. 3.23. Amplitudinea oscilatorilor de pe o rază a unei unde sferice descreşte cu distanţa.

2. *Unda sferică*. Sursa punctiformă transferă energie în toate direcţiile. Mediul fiind omogen şi izotrop, suprafeţele de undă sînt sfere cu centrul în sursă (fig. 3.23). Fluxul de energie constant emis de sursă este transmis prin suprafeţe de rază din ce în ce mai mare. Astfel, chiar într-un mediu nedisipativ densitatea de energie este la distanţe mai mari din ce în ce mai mică. Să considerăm două sfere de raze R_1 şi R_2 ($R_2 > R_1$) şi fie P fluxul de energie emis de sursă. Intensităţile vor fi:

$I_1 = \frac{P}{4\pi R_1^2}$ şi $I_2 = \frac{P}{4\pi R_2^2}$. Deci $I_1 > I_2$. Sau, făcînd raportul lor:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2}. \qquad (3.8)$$

Exemplu. Într-o sală de formă semisferică, avînd raza de 20 m, pentru o bună audiţie pînă la pereţi se consideră necesară o intensitate de 10^{-6}W/m^2. Pentru aceasta un conferenţiar aflat în centru trebuie să emită o putere

$$P = I \cdot S = \frac{I \cdot 4\pi r^2}{2} = 2\pi r^2 I = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 4\,10^2 \cdot 10^{-6} = 25{,}12 \cdot 10^{-4}\ \text{W}$$

adică de 2,5 ori mai mult decît fluxul de energie emis într-o conversaţie normală. Dacă sala ar avea raza de două ori mai mare, intensitatea la marginea ei ar fi de patru ori mai mică şi ar fi necesară o instalaţie de amplificare.

Ţinînd seama de relaţia (3.7) $I \sim A^2$, egalitatea 3.8 se poate scrie:

$$\frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} \quad \text{sau}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{R_2}{R_1} \qquad (3.9)$$

Se observă că amplitudinea oscilaţiilor de-a lungul unei raze scade cu distanţa. Dacă s-ar reprezenta la un moment dat unda, pe raza Sx imaginea s-ar prezenta ca în figura 3.23 unde se observă descreşterea amplitudinii în funcţie de distanţă, după relaţia (3.9). Pe o rază oarecare unda se amortizează cu distanţa, la început destul de rapid apoi mai lent. Această constatare nu trebuie să ne mire, deoarece cu cît raza suprafeţei de undă e mai mare, cu atît mai mult ea poate fi asimilată, pe porţiuni mici cu un plan.

Descreşterea amplitudinii este vizibilă la undele de pe suprafaţa apei, unde valurile concentrice mai îndepărtate de sursă au creste mai mici (fig. 3.2).

În paragrafele precedente s-a studiat propagarea unei perturbaţii într-un mediu omogen. În următoarele două paragrafe se cercetează procesul de propagare în locuri de discontinuitate adică în locuri în care proprietăţile mediului se schimbă brusc.

3.7.1. Reflexia şi transmiterea unei perturbaţii pe un fir şi pe un resort.

Experiment. a) În figura 3.24 este prezentată — la momente diferite — o perturbaţie care se propagă într-un mediu alcătuit din două corzi: una subţire, iar alta groasă înnodate în N. Producem o oscilaţie transversală la capătul S din stînga (fig. 3.24, *a*). Perturbaţia se propagă de la izvorul S spre dreapta pînă la nod, de unde se observă o perturbaţie care se deplasează înapoi spre stînga şi alta care se *transmite* în continuare spre dreapta (fig. 3.24, *b*).

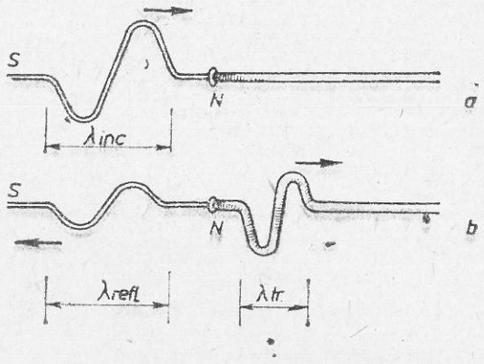


Fig. 3.24. Reflexia şi transmisia unei perturbaţii pe un fir la trecerea printr-un punct de discontinuitate a densităţii.

Întoarcerea perturbaţiei în mediul în care s-a propagat la întîlnirea unui alt mediu se numeşte *reflexie*.

b) În figura 3.25 sînt prezentate două resoarte de construcţie diferită legate între ele în N. Perturbaţia longitudinală produsă la unul din capete (S) care avansează pînă la punctul N se desparte în două perturbaţii, una care se *reflectă*, iar alta care se *transmite*.

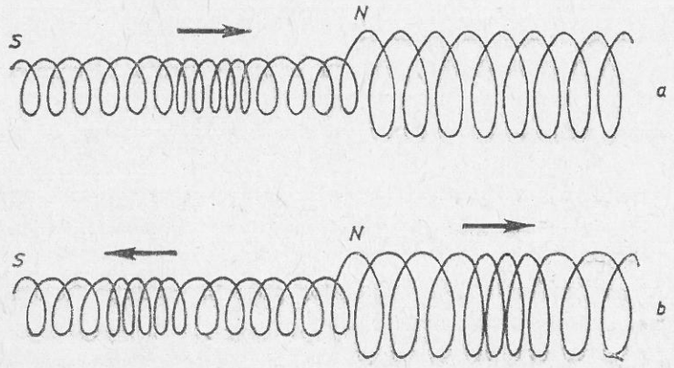


Fig. 3.25. Reflexia şi transmisia pe un resort.

Perturbația care avansează de la izvorul S spre punctul N se numește *incidentă*, iar cea care se deplasează de la nodul N spre izvor se numește *reflectată*.

Reluăm experiențele provocînd oscilația la capătul din dreapta. Se observă că exact în același loc N are loc separarea semnalului incident în două perturbații, una reflectată, cealaltă transmisă. *Fenomenul observat este deci caracteristic propagării undei în locul de separare dintre cele două corzi sau dintre cele două resoarte.*

Ne fixăm atenția asupra acestui proces observînd: 1) amplitudinile, 2) lungimile de undă și 3) aspectul perturbației incidente, reflectate și transmise. Experimentăm cu unde transversale, deoarece în acest caz fenomenul este mai ușor de urmărit. Reluăm experimentul din figura 3.24. Se observă că:

1) *Amplitudinea* undei reflectate sau a celei transmise este mai mică decît amplitudinea undei incidente.

2) *Lungimea de undă* a perturbației reflectate este egală cu lungimea de undă a perturbației incidente; lungimea de undă a perturbației transmise este mai mică decît ale acestora.

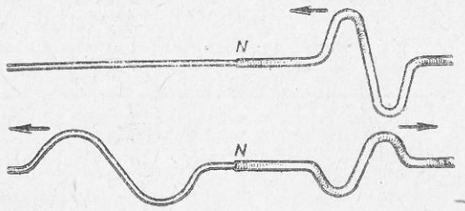


Fig. 3.26. Același proces ca în figura 3.24 în cazul în care sensul de propagare este invers.

3) Perturbația incidentă care *avansează cu o buclă în sus se întoarce cu o buclă în jos.*

Refacem experimentul producînd perturbația la capătul din dreapta (fig. 3.26). Se observă că:

1) *Amplitudinile* undei reflectate și transmise sînt mai mici decît amplitudinile undei incidente.

2) *Lungimea de undă* a undei transmise în coarda subțire este mai mare decît lungimea de undă a perturbației incidente și reflectate.

3) Perturbația reflectată avansează cu o buclă în sus ca și cea incidentă.

Ce explicație dăm celor observate?

1. Perturbația incidentă pune în oscilație nodul N care constituie o sursă de oscilație pentru punctele ambelor medii. Exceptînd pierderile, și aplicînd legea conservării energiei, suma energiilor transmise prin perturbațiile care pornesc din N, cea reflectată și cea transmisă, este egală cu energia perturbației incidente. Din acest motiv amplitudinile perturbațiilor reflectate sau ale celor transmise sînt mai mici decît amplitudinea perturbației incidente.

2. Întrucît perioada T a punctelor puse în oscilație în ambele medii este aceeași, putem scrie, notînd cu λ_1, v_1 și λ_2, v_2 lungimile de undă și vitezele perturbațiilor în coarda subțire, respectiv coarda groasă,

$$\lambda_1 = v_1 T \quad \text{și} \quad \lambda_2 = v_2 T.$$

Făcînd raportul, se obține:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} \tag{3.10}$$

și deoarece $v_1 > v_2$, rezultă $\lambda_1 > \lambda_2$.

3. Pentru a explica modul diferit de reflexie observat în cazul în care unda ajunge la punctul care desparte mediul în care s-a propagat de un mediu mai dens (fig. 3.24, *b*) sau de unul mai puțin dens (fig. 3.26, *b*) vom recurge la două experimente care simplifică lucrurile eliminînd transmisia.

În figura 3.27 este desenat un fir fixat la un capăt de un suport *perfect rigid*. Perturbația care ajunge la suport exercită o forță asupra acestuia încercînd să-l ridice. La rîndu-i suportul fiind fix exercită o forță opusă (conform legii a III-a a dinamicii) și produce o perturbație în jos care începe să se propage înapoi. Semnalul venit cu o buclă în sus se întoarce cu o buclă în jos. Un punct oarecare A la care ajunge frontul undei reflectate își începe mișcarea într-un sens contrar sensului în care a început să se miște cînd a fost atins de frontul undei incidente (momentele *a* și *f*). Se spune că reflexia pe suportul perfect rigid s-a făcut cu o schimbare de fază de π radiani (180°).

În figura 3.28 este desenată aceeași coardă prinsă de o culisă mică putînd aluneca fără frecare pe o vergea. Unda avansează în același mod ca

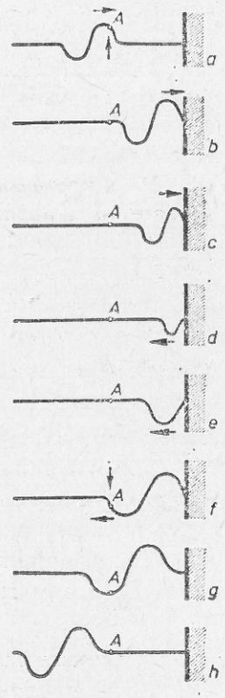


Fig. 3.27. Reflexia pe un perete perfect rigid.

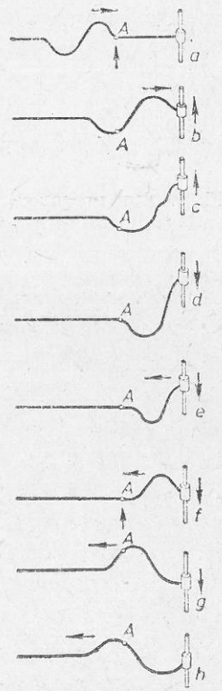


Fig. 3.28. Reflexia pe un mediu perfect mobil.

în figura 3.27. Cînd perturbația ajunge la culisă, aceasta este ridicată fără restricții într-o mișcare oscilatorie ceea ce produce o perturbație de același tip, care se propagă ca undă reflectată începînd cu o buclă în sus, ca și unda incidentă, oricare punct A își începe oscilația în același sens cînd frontul incident sau reflectat a ajuns în acel loc (momentele *a* și *f*).

3.7.2. Reflexia și refracția undelor. Vom studia experimental aceste procese la undele superficiale transversale.

a) Reflexia. În cuva din figura 3.14 se produc unde cu un front liniar. Punînd un obstacol în calea undelor se obține fenomenul de reflexie, undele emise de izvor revenind în mediul în care s-au propagat la incidența cu peretele P care constituie un mediu cu alte caracteristici decît apa (fig. 3.29). Se observă că direcția de propagare SI a undei incidente se schimbă devenind IR. Se poate studia experimental modul cum se schimbă direcția frontului de undă după reflexie (vezi exercițiul 7). Se construiește perpendiculara NI pe peretele P în punctul de incidență. Unghiul $\widehat{SIN} = \hat{i}$ se numește *unghi de incidență*, iar $\widehat{NIR} = \hat{r}$ se numește *unghi de reflexie* (fig. 3.29, *b*).

b) Refracția. La același aparat, modificînd adîncimea unei părți prin așezarea pe fundul cuvei a unei plăci, schimbăm caracteristicile mediului, deoarece viteza undelor în regiunea mai puțin adîncă este mai mică. Fotografia 3.30, *a*, arată rezultatul efectuării unui astfel de experiment. Direcția undelor incidente SI se modifică la trecerea liniei care marchează separarea celor două regiuni. Noua direcție este IR (fig. 3.30, *b*).

Schimbarea direcției de propagare a undei la suprafața de separație între două regiuni în care viteza de propagare este diferită se numește

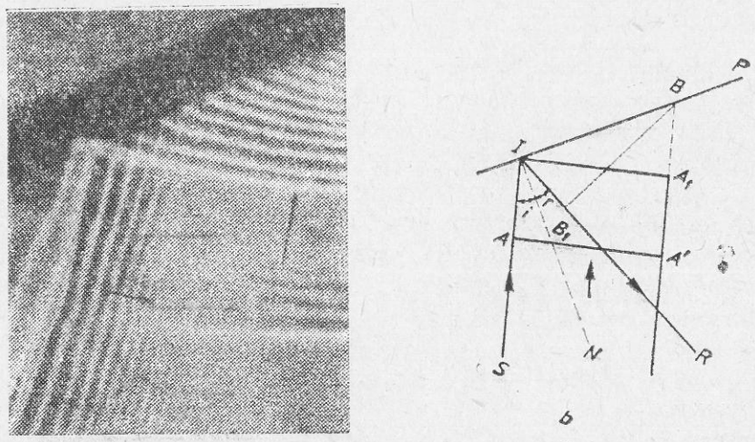
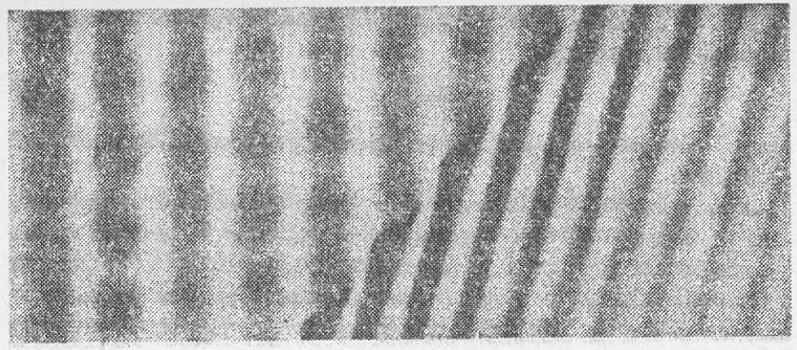


Fig. 3.29. Reflexia undelor superficiale liniare:
a) fotografie în cuvă; *b)* schema corespunzătoare situației din *a)*.


a

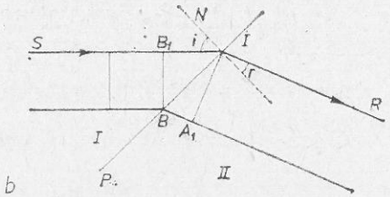


Fig. 3.30. Refracția undelor superficiale liniare:
a) fotografie în cuvă; *b)* schema corespunzătoare situației din *a)*.

refracție. Unghiul $\hat{r}$ se numește *unghi de refracție.* Se observă că unghiul de refracție este mai mic decît unghiul de incidență $\widehat{SIN}$. Concomitent se constată micșorarea lungimii de undă.

Observație. Cele două fenomene, reflexia și refracția, se produc simultan. Acest fapt poate fi observat privind cu multă atenție figura 3.30, *a* pe care în mediul undei incidente se observă, mai slab, și suprafețele undei reflectate.

3.7.3. Legile reflexiei și refracției. Vom demonstra legile reflexiei și refracției pentru cazul undei plane pornind de la principiul lui Huygens.

a) Legea reflexiei. Considerăm o porțiune a frontului de undă plan AA' care avansează cu viteza v pe direcția SI către suprafața de separație P pe care o atinge la un moment dat t_1 (fig. 3.29, *b*). În acest moment poziția frontului este IA_1 și de la fiecare punct al frontului care va atinge suprafața P vor porni unde secundare care se vor propaga înapoi în același mediu. În intervalul de timp, începînd cu momentul t_1 și sfîrșind cu t_2 în care ultimele puncte ale frontului IA_1 au luat contact cu peretele, undele secundare produse succesiv de toate punctele dintre I și B se propagă de la perete înapoi în mediul din care au venit.

Suprafața tangentă fronturilor de undă ale tuturor acestor unde secundare formează noul front de undă B_1B care se deplasează pe direcția IR.

Se observă că triunghiurile dreptunghice IA_1B și BB_1I sînt egale avînd IB comună, iar $A_1B = IB_1 = v(t_2 - t_1)$. Rezultă $\sphericalangle A_1IB = \sphericalangle B_1BI$, sau

observînd că $\sphericalangle A_1IB = i$, iar $\sphericalangle B_1BI = r$, rezultă egalitatea unghiurilor de reflexie și de incidență:

$$\hat{i} = \hat{r}. \tag{3.11}$$

Este tocmai ceea ce se constată experimental pe figura 3.29, *a*, măsurînd aceste unghiuri.

b) *Legea refracției.* Porțiunea BB_1 a frontului incident avansează cu viteza v_1 pe direcția SI spre suprafața de separație P, pe care o atinge în B la momentul t_1 și în I la momentul t_2 (fig. 3.30, *b*). În intervalul $t_2 - t_1$, succesiv din toate punctele situate între B și I se propagă unde secundare cu viteza v_2. Tangenta tuturor fronturilor acestor unde formează frontul undei refractate care la momentul t_2 ocupă poziția A_1I. Din triunghiurile BB_1I și BA_1I calculăm $\sin B_1BI = \frac{B_1I}{BI} = \frac{v_1(t_2 - t_1)}{BI}$ și $\sin BIA_1 = \frac{BA_1}{BI} = \frac{v_2(t_2 - t_1)}{BI}$. Făcînd raportul, simplificînd și observînd că $\sphericalangle B_1BI = \sphericalangle i$ (unghiul de incidență), iar $\sphericalangle BIA_1 = \sphericalangle r$ (unghiul de refracție) se obține legea refracției

$$n_{21} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} \tag{3.10'}$$

unde n_{21} se numește *indice de refracție* al mediului 2 față de 1. Direcția de propagare se apropie de normală dacă $v_2 < v_1$ și se depărtează de ea dacă $v_2 > v_1$. Să observăm că folosind relația între lungimea de undă, viteză și perioadă, legea (3.10') se scrie:

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}. \tag{3.10''}$$

Observăm că relațiile (3.10) și (3.10') sînt identice (a se vedea exemplul de calcul următor).

Dacă unda trece din mediul II în mediul I există o valoare i_l a unghiului de incidență pentru care avem $\sin r = \sin \frac{\pi}{2} = 1$ (fig. 3.31). În acest caz relația (3.10') se scrie:

$$n_{12} = \frac{\sin i_l}{1} = \frac{v_1}{v_2}$$

3.11?

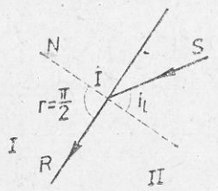


Fig. 3.31. Reflexia totală.

iar i_l se numește *unghi limită*. Toată energia undei incidente trece în unda reflectată; nu există refracție. Fenomenul se numește *reflexie totală*.

Exemplu de calcul. Undele produse într-o cuvă cu apă trec dintr-o regiune mai puțin adîncă în una mai adîncă și se refractă. Unghiul de incidență este de 19°, iar cel de refracție este de 30°.

a) Care este raportul vitezelor în cele două regiuni (medii)?

b) Care este raportul lungimilor de undă în cele două medii?

c) Sub ce unghi de incidență trebuie trimise undele din mediul mai puțin adînc pentru ca să aibă loc reflexia totală?

Rezolvare:

a) Refracția se face după legea (3.10')

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}$$

sau, înlocuind cu datele din enunț, și notînd cu v_P și v_A vitezele în regiunea puțin adîncă, respectiv adîncă se obține:

$$\frac{\sin 19°}{\sin 30°} = \frac{v_P}{v_A} = \frac{2}{3}.$$

b) Folosind (3.10'') se obține raportul dintre lungimile de undă în regiunile puțin adîncă și adîncă:

$$\frac{v_P}{v_A} = \frac{\lambda_P}{\lambda_A} = \frac{2}{3}.$$

c) Condiția de reflexie totală este:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin 90°} = \frac{2}{3} \quad \text{de unde} \quad \alpha = 42°$$

unghiul α este *unghi limită*.

EXTINDERE ÎN FIZICĂ

3.8. INTERFERENȚA UNDELOR

3.8.1. Interferența undelor transmise pe un fir elastic. De-a lungul firului AB din figura 3.32,*a* începe la un moment dat să se propage o perturbație armonică transversală provocată de oscilația lamei electrice a vibratorului electric V. Frontul de undă ajuns la capătul B se reflectă întorcîndu-se către A. Cele două unde, cea directă și cea reflectată se suprapun în fiecare punct a firului. Aceste unde au într-un punct aceeași frecvență și diferența de fază constantă în timp. Prima afirmație este evidentă, deoarece cele două unde provin de la același izvor. A doua afirmație trebuie demonstrată.

Pînă în punctul P, unda incidentă și cea reflectată, care se suprapun la momentul t au parcurs drumul $AP = x_1$ și, respectiv, $AB + BP = x_2$ (fig. 3.32,*b*). Diferența de drum este:

$$x_2 - x_1 = AP + PB + BP - AP = 2PB = 2x.$$

x fiind distanța PB.

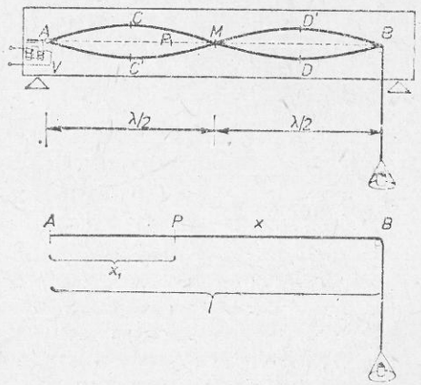


Fig. 3.32. Unde staționare pe un fir: *a)* aparatul de laborator; *b)* desen pentru demonstrație cantitativă.

La această diferență de drum trebuie adăugată *o jumătate de lungime de undă, echivalentă schimbării de fază cu* π, pe care o introduce reflexia în punctul B (vezi paragraful 3.7.1). Întrucît diferența de drum nu depinde de timp, ci numai de punctul considerat, diferența de fază corespunzătoare diferenței de drum $2x + \frac{\lambda}{2}$ este constantă în timp.

Două unde care sosesc într-un punct avînd aceeași frecvență și diferența de fază constantă în timp se numesc *unde coerente*. Unda directă și cea reflectată sînt, așadar, coerente în orice punct al firului AB. Astfel, aparatul din figura 3.32,*a* realizează condiția de coerență pentru orice punct. Experimental se observă că toată lungimea firului AB se împarte într-un număr întreg de fuse (fig. 3.32,*a*) cu punctele (C, D) în care amplitudinea e maximă și punctul (M) în care amplitudinea este zero. Punctul A are o mișcare de amplitudine foarte mică în comparație cu punctele C și D. El este un nod. În punctele din prima categorie, numite *ventre* undele coerente sosesc în concordanță de fază, iar în punctele din a doua categorie, numite *noduri*, undele sosesc în opoziție de fază.

Imaginea undei staționare prezentată în figura 3.32,*a* este rezultatul suprapunerii pe retină a mai multor imagini ale firului care se succed cu viteză. În realitate, firul arată la intervale de un sfert de perioadă ca în figura 3.33.

Calculăm elongația punctului P aflat la distanța x_1 de vibrator. Dacă vibratorul oscilează după legea $y = A \sin 2\pi \frac{t}{T}$ ecuația undei incidente este conform relației (3.4)

$$y_i = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right). \qquad (3.12)$$

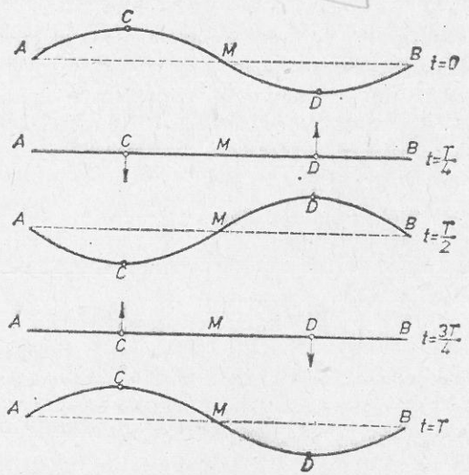


Fig. 3.33. Aspectul firului din figura 3.32, la intervale de timp egale cu $T/4$.

Ecuația undei reflectate este conform aceleiași relații (3.4) în care se înlocuiește x_1 cu $l + x + \frac{\lambda}{2}$:

$$y_r = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{l + x + \frac{\lambda}{2}}{\lambda} \right). \qquad (3.12')$$

Întrucît atît unda directă cît și cea reflectată sînt polarizate în același plan, P este supus la o mișcare rezultantă compusă din două oscilații paralele (3.12) și (3.1'2). Deci elongația y a mișcării este

$$y = y_i + y_r = A \left[\sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) + \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{l + x + \frac{\lambda}{2}}{\lambda} \right) \right].$$

Transformăm suma în produs prin aplicarea relației $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$. Se obține:

$$y = 2A \cos 2\pi \left(\frac{x + l + \frac{\lambda}{2} - x_1}{2\lambda} \right) \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{2l + \frac{\lambda}{2}}{2\lambda} \right)$$

Dar se observă că $l + x + \frac{\lambda}{2} - x_1 = 2x + \frac{\lambda}{2}$. Deci:

$$y_2 = \underbrace{2A \cos 2\pi \frac{2x + \frac{\lambda}{2}}{2\lambda}}_{\text{amplitudinea}} \underbrace{\sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{2l + \frac{\lambda}{2}}{2\lambda} \right)}_{\text{faza}}.$$

Întrucît x este variabil această relație dă: *a)* configurația firului la un moment dat t, prin variația lui x ($0 \leqslant x \leqslant l$) și *b)* mișcarea unui punct oarecare (pentru un x dat). Aceasta este ecuația unei unde de un alt tip decît *unda progresivă* prin care se transferă energia izvorului de la un punct la altul și în care fiecare punct oscilează cu aceeași amplitudine. În acest nou tip de undă, numit *undă staționară* amplitudinea fiecărui punct variază în funcție de poziția lui pe fir. Punctele pentru care amplitudinea este maximă sînt găsite prin condiția

$$2\pi \frac{2x + \frac{\lambda}{2}}{2\lambda} = k\pi$$

de unde: $$4x + \lambda = 2k\lambda$$

sau: $$x_{max} = (2k - 1) \frac{\lambda}{4}, \text{ unde } k = 1, 2, \ldots$$

Toate punctele situate la distanță egală cu un număr impar de sferturi de lungime de undă de capătul din dreapta oscilează cu amplitudine maximă, sînt ventre. Pentru ca amplitudinea să fie zero este necesar ca

$$2\pi \frac{2x + \frac{\lambda}{2}}{2\lambda} = (2k + 1) \frac{\pi}{2}$$

sau

$$2x + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}; \quad 2x = 2k\frac{\lambda}{2},$$

$x_{min} = k\frac{\lambda}{2}$, unde $k = 0, 1, 2, \ldots$, deoarece punctul B este tot un nod.

Toate punctele situate la o distanță egală cu un număr întreg de semilungimi de undă începînd cu capătul din dreapta nu oscilează, sînt noduri.

Distanța dintre un nod și un ventru este

$$x_{min} - x_{max} = k\frac{\lambda}{2} - (2k-1)\frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{4}.$$

Modificînd tensiunea din fir prin adăugarea sau ridicarea de pe platan a unor corpuri suplimentare, se poate varia numărul umflăturilor de la 2 la 5. Această schimbare se explică prin faptul că modificînd tensiunea în fir se schimbă viteza de propagare conform relației (3.2) $v_t = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ și, în consecință, lungimea de undă care se calculează după relația (3.1) $\lambda = v_t T$. Astfel, mărind tensiunea, viteza crește și lungimea de undă crește. Cum întreaga lungime a firului trebuie să fie un număr întreg de semilungimi de undă, numărul de umflături scade cînd tensiunea crește. Într-o undă staționară energia izvorului nu se mai transferă, dovadă fiind existența nodurilor care nu oscilează. Energia fiecărui punct se schimbă din energie cinetică în energie potențială, dar pe ansamblul firului energia rămîne aceeași. Acest lucru este ilustrat pe figura 3.33. La momentul inițial, cînd punctele C și D, care sînt ventre, își ating amplitudinea, energia pe coardă este exclusiv potențială. Punctele C și D încep să se întoarcă către pozițiile de echilibru. După un sfert de perioadă C și D se află în pozițiile lor de echilibru, mișcîndu-se în sensul săgeților. Energia corzii este exclusiv cinetică, coarda nefiind deformată. După încă un sfert de perioadă coarda e deformată la maximum, C și D atingîndu-și amplitudinea în poziții simetrice față de cele ocupate la $t = 0$. Energia corzii este numai potențială. La momentul $t = \frac{3T}{4}$, C și D, revenite în poziția de echilibru, au viteza maximă ca de altfel toate punctele corzii. Energia sistemului este exclusiv cinetică, coarda nefiind deformată. După încă un sfert de perioadă, se încheie ciclul transformărilor, situația redevenind identică aceleia din momentul inițial.

În absența pierderilor energia se conservă, firul fiind un sistem care poate oscila după ce a fost excitat de sistemul exterior (vibratorul). În realitate sistemul disipă o parte din energia primită în procesul de excitare, funcționarea vibratorului fiind necesară tocmai pentru suplimentarea energiei disipate prin frecări. În caz contrar unda se amortizează repede și dispare.

3.8.2. Armonici. Rezonanță. Pe firul de lungime l al aparatului din figura 3.32 se formează unde staționare. Deoarece la ambele capete trebuie să fie noduri, întregul fir se fragmentează sub forma unui număr întreg de umflături, adică lungimea firului este un multiplu de semilungimi de undă.

Deci:

$$l = k\frac{\lambda}{2}, \text{ unde } k = 1, 2, \ldots \tag{3.13}$$

Dar $\lambda = \frac{v_t}{\nu} = \sqrt{\frac{T}{\mu}}\frac{1}{\nu}$. Cu aceasta condiția de mai sus se scrie

$$l = k\sqrt{\frac{T}{\mu}}\frac{1}{2\nu}$$

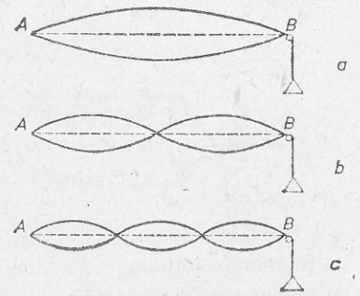
sau

$$\nu_{pr} = k\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\mu}}. \tag{3.14}$$

Deci firul are *un șir de frecvențe proprii* care se obțin punînd $k = 1, 2, \ldots$

Frecvența proprie cea mai joasă ν_1 a corzii este dată de $k = 1$. În acest caz se obține o undă staționară cu aspectul din figura 3.34,*a*. Această frecvență se numește *fundamentală* sau armonică de ordinul 1. Următoarele frecvențe $\nu_2, \nu_3, \ldots$ se obțin pentru valorile $k = 2, 3, \ldots$ și se numesc *armonici superioare*, purtînd și denumirile de armonica de ordinul 2,3, ... (fig. 3.34,*b,c*). Este clar că

$$\nu_2 = 2\nu_1;$$
$$\nu_3 = 3\nu_1$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$



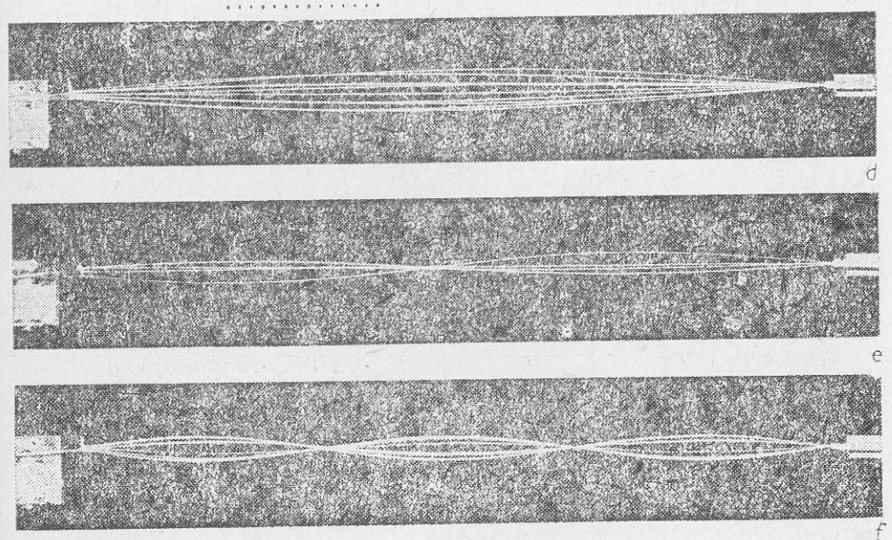


Fig. 3.34. Aspectul firului din figura 3.32 pentru prima, a doua și a treia armonică (*a,b,c*) și fotografiile stroboscopice ale corzii corespunzătoare.

În figura 3.34, *d*, *e* și *f* sînt ilustrate experimental aspectele corzii pentru armonicele 1, 2 și 3.

Privind cu atenție firul și modificînd tensiunea prin adăugarea de alice pe platan, observăm că amplitudinea oscilațiilor variază existînd valori ale tensiunii pentru care amplitudinea devine mare. Vom măsura tensiunea T a firului, cîntărind alicele aflate pe platan în momentul în care sesizăm că amplitudinea este maximă. Vom observa că lungimea de undă corespunzătoare

$$= \sqrt{\frac{T}{\mu}} \cdot \frac{1}{\nu_{vibrator}}$$

are valoarea pentru care lungimea corzii este un multiplu al semilungimii de undă, cu alte cuvinte frecvența proprie este egală cu una din valorile din șirul (3.14). **În aceste situații energia primită de la vibrator este maximă, este deci un fenomen de rezonanță.**

3.8.3. Unde staționare longitudinale. În tubul Kundt (fig. 3.35) se pot forma și studia undele staționare formate într-o coloană de gaz prin reflexie.

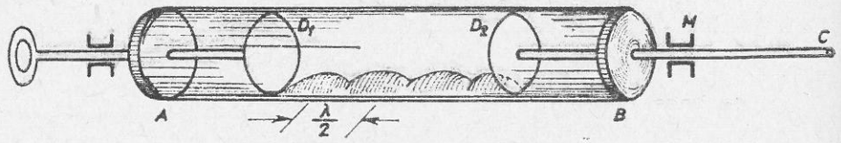


Fig. 3.35. Tubul Kundt.

Răzătura de plută din tub este o pulbere ușoară care se deplasează la mișcarea gazului cu care este în contact. Prin frecarea vergelei D_2C, se formează unde longitudinale. Vergeaua devine locul unor unde staționare cu cîte un ventru la capete și un nod în mijlocul M fixat. Discul D_2 transmite oscilația coloanei de gaz. Unda longitudinală se propagă și se reflectă pe discul D_1. Se produce interferența și, pentru o anumită lungime D_1D_2 (reglabilă) a coloanei, se staționarizează o undă formîndu-se un număr întreg de grămăjoare de forma arătată. Pulberea se strînge la noduri, deoarece acolo aerul nu se mișcă și este împrăștiată la ventre unde amplitudinile oscilației straturilor de aer sînt maxime. La staționarizare se formează un număr întreg de grămăjoare. Deci

$$D_1D_2 = k\frac{\lambda}{2}.$$

Măsurînd cu o riglă distanța dintre două ventre determinăm lungimea de undă λ în gazul din tub. Cu ajutorul tubului Kundt se poate determina viteza de propagare a undei longitudinale în aer sau într-un mediu solid.

a) *Determinarea vitezei de propagare a undei longitudinale într-un gaz.* Lungimea de undă a undei care se deplasează în coloana de gaz introdus în tub este $\lambda = vT$, unde λ, v și T sînt, respectiv, lungimea de undă, viteza de propagare și perioada. Perioada oscilației discului D_2 care generează oscilațiile este greu de determinat, însă se poate evita această operație, efectuînd experimentul descris pentru alt gaz pentru care se cunoaște viteza de pro-

pagare v_1. În acest caz $\lambda_1 = v_1T$, perioada fiind aceeași, deoarece nu se schimbă condițiile de producere a undelor în vergeaua D_2C. Rezultă prin împărțire

$$\frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{v}{v_1}$$

sau

$$v = \frac{\lambda}{\lambda_1} v_1,$$

lungimile de undă fiind măsurate așa cum s-a arătat.

b) *Determinarea vitezei v de propagare a undei longitudinale într-un solid.* Pentru unda staționară din bara D_2C, $D_2C = \frac{\lambda}{2}$, deoarece în D_2 și în C este cîte un ventru, iar în M un nod. Măsurînd d distanța dintre două noduri ale formației de grămăjoare de pulbere din tub, determinăm lungimea de undă $\lambda_1 = 2d$ pentru unda staționară a cărei viteză v_1 o cunoaștem. Se poate scrie:

$$\lambda_1 = v_1T \text{ și } \lambda = vT,$$

sau împărțind,

$$\frac{\lambda_1}{\lambda} = \frac{v_1}{v} = \frac{2d}{2D_2C}$$

de unde obținem viteza v:

$$v = \frac{D_2C}{d} v_1.$$

În tabelul următor se dau vitezele de propagare ale undelor longitudinale și transversale în cîteva substanțe aflate la temperatură și presiune normală:

Substanța	Viteza (m/s)	Observații
Aer	332	
Apă	1460	
Oțel	5050	longitudinale
	3300	transversale
Plumb	1200	longitudinale
	700	transversale

Exemple de calcul.

1) Un fir orizontal de 1,2 m lungime are o masă $m = 562 \cdot 10^{-6}$ kg. Una dintre ramurile unui diapazon așezat orizontal este prinsă la unul din capetele firului. Diapazonul are o frecvență de 100 Hz. Celălalt capăt al firului trecut peste un scripete susține un mic taler foarte ușor. Ce masă m_x trebuie să aibă corpul pus pe taler astfel încît pe corardă să se formeze 4 ventre?

Rezolvare:

Cu condiția pusă, lungimea firului l este:

$$l = 4\frac{\lambda}{2} = 2\lambda.$$

Viteza undei este, conform relației 3.2,

$$v_t = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{Tl}{m}} \ .$$

unde $\lambda = \frac{v_t}{\nu}$, iar $T = m_x g$. Înlocuind și făcînd operațiile se obține:

$$\nu^2\lambda^2 = \frac{m_x g l}{m}$$

sau

$$m_x = \frac{m\nu^2\lambda^2}{gl} = \frac{m\nu^2 l}{4g} = \frac{562 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot 10^4(\text{Hz})^2 \ 1{,}2 \text{ m}}{4 \cdot 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0{,}172 \text{ kg}.$$

Să arătăm că efectuînd operațiile indicate cu unitățile de măsură se obține rezultatul în kilograme. Se știe conform relației 1.1 că $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$. Deci

$$\frac{\text{kg(Hz}^2)\text{m}}{\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2}{\text{m}} = \text{kg}.$$

2) Într-o experiență cu tubul Kundt distanța între două noduri se găsește egală cu $6 \cdot 10^{-2}$ m. Care este viteza v a undelor în bara de alamă D_2C (fig. 3.35) dacă lungimea ei este de $60 \cdot 10^{-2}$ m? Se ia viteza v_1 a undelor longitudinale în aerul din tub egală cu 340 m/s.

Rezolvare:

Conform relației finale din 3.8.3, (pct. *b*), se obține:

$$v = \frac{D_2C}{d} v_1 = \frac{60 \cdot 10^{-2} \text{m}}{6 \cdot 10^{-2} \text{ m}} \ 340 \ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3\,400 \ \frac{\text{m}}{\text{s}} \ .$$

EXTINDERE ÎN FIZICĂ

3.9. SUNETUL

Noțiunea de sunet este înțeleasă în legătură cu senzația de auz a omului. Organul auditiv uman recepționează sub formă de *sunet* orice oscilație mecanică a cărei frecvență ν este inclusă în intervalul (20 Hz — 20 000 Hz). Dacă frecvența este inferioară limitei de 20 Hz sau superioară celei de 20 000 Hz oscilația se numește *infrasunet* și, respectiv, *ultrasunet*. Întrucît limitele de frecvență depind de mai mulți factori care le fac variabile, clasificarea are parțial un caracter de convenție.

Oscilația produsă într-un loc se propagă sub formă de *undă sonoră* în orice mediu: stînd cu capul în apă se poate auzi motorul unei bărci, punînd urechea la pămînt auzim trepidația traficului. Sunetul nu se propagă în vid. Unda sonoră este o undă mecanică longitudinală. Corpul care produce sunetul se numește *sursă sonoră*.

Toate procesele de propagare observate și studiate pentru undele mecanice, în general, se observă și la undele sonore. În cele ce urmează vom studia cîteva probleme specifice legate de producerea, propagarea și perceperea undelor sonore.

3.9.1. Procese de propagare a undelor sonore. a) *Reflexia* se face după legea cunoscută (3.11). Un experiment simplu de reflexie este cel descris în figura 3.36.

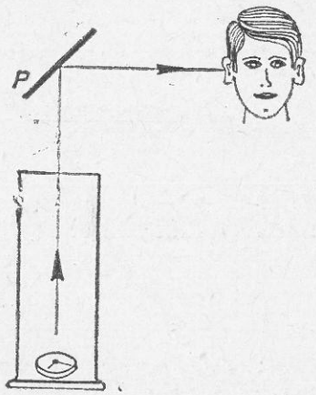


Fig. 3.36. Sunetul ceasornicului se reflectă pe placa P.

Reflectarea sunetelor în aer liber pe obstacole de dimensiuni mari poate duce la formarea *ecoului* care constă în auzirea sunetului reflectat, distinct de cel emis de sursă. Condiția de realizare a ecoului este ca sunetul reflectat să sosească la urechea noastră la un interval mai mare de $t = 0{,}1$s, timp necesar formării a două senzații distincte. Deci (fig. 3.37,*a*) $2x = vt$ sau $x = \frac{vt}{2}$ și, înlocuind pe t cu valoarea dată de condiția arătată, iar pe v cu 340 m/s, se obține $x = \frac{0{,}1 \cdot 340}{2} = 17$ m. Condiția se realizează pentru $x > 17$ m. Acest fenomen este observat de obicei în aer liber, dar și în mari spații închise cum sînt unele încăperi din peșteri sau din palate mari. Uneori ecoul este multiplu. În cazurile în care $x < 17$ m, sunetul recepționat direct este întărit de cel reflectat, acesta nemaifiind perceput distinct. Acest fenomen se produce mai ales în încăperi și se numește *reverberație*. Reverberația se măsoară prin *timpul de reverberație*, adică timpul în care se stinge un sunet de intensitate normală $10^{-5} - 10^{-6} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$. Figura 3.37,*b* ilustrează foarte schematic modul cum se produce reverberația.

Sunetul reflectat pe pereții încăperii sosește la observatorul O după perceperea sunetului direct provenit de la sursa S într-un interval mai

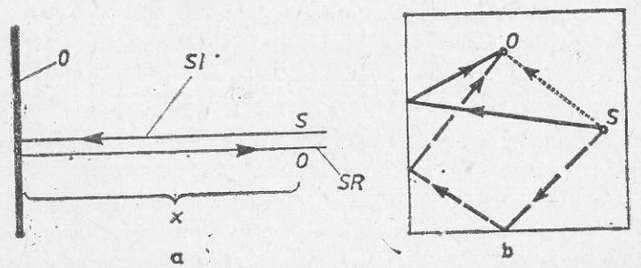


Fig. 3.37. Pentru calcularea condiției de ecou (*a*) și înțelegerea reverberației (*b*).

mic de 0,1 s. Efectul este o prelungire a duratei lui. De obicei observatorul percepe în intervalul amintit mai multe sunete, toate provenite de la aceeași sursă prin reflexii pe mai multe căi.

b) *Refracția.* În atmosferă, unde straturile de aer au temperaturi diferite și în care unda sonoră are viteze de propagare diferite, se produce o refracție continuă (fig. 3.38).

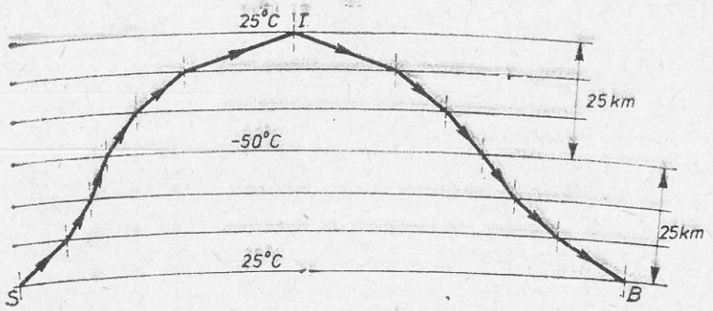


Fig. 3.38. Refracția sunetului în atmosferă.

Presupunem aerul stratificat în pături omogene. Cercetările au arătat că temperatura atmosferei este în scădere pînă la aproximativ 25 km și în urcare între 25 km și 50 km, așa cum arată figura 3.38. Unda sonoră, pornită de la sursa S, se refractă apropiindu-se mereu de normală pînă la limita primilor 25 km; apoi se refractă îndepărtîndu-se de normala la suprafața de separație dintre două straturi adiacente cu temperaturi diferite în care unda sonoră are viteze diferite. Fenomenul se repetă pînă cînd unghiul de incidență depășește unghiul limită și sunetul se reflectă total, înapoindu-se către sol. Pe acest drum refracția succesivă se produce la fel, dar în sens invers. Acest proces explică auzirea sunetelor la mari depărtări. Se relatează, de exemplu, că în timpul celui de-al doilea război mondial locuitorii Craiovei auzeau uneori exploziile bombardamentelor din București, la o distanță de 200 km, în timp ce în orașe mai apropiate cum sînt Giurgiu, Oltenița, Ploiești (50 — 60 km) nu se auzeau aceste explozii.

Tot refracția atmosferică a sunetului explică faptul că uneori vedem fulgerul dar nu auzim sunetul.

c) *Absorbția sunetului.* La incidența undei sonore cu o suprafață, energia undei produce comprimarea sau destinderea substanței. Energia primită la comprimarea materialului nu este cedată în întregime la relaxarea lui. O parte din energia incidentă este absorbită. Absorbția energiei este descrisă de un *coeficient de absorbție* acustică, definit prin raportul:

$$\alpha = \frac{\Phi_i - \Phi_r}{\Phi_i}$$

dintre diferența între fluxul de energie incidentă Φ_i și cel reflectat Φ_r, pe de o parte, și fluxul incident. Coeficientul de absorbție este un număr.

Coeficientul de absorbție depinde de frecvența sunetului incident și de materialul a cărui suprafață este expusă sunetului. Chiar pentru același material absorbția depinde, la aceeași frecvență, de caracteristicile lui mecanice și geometrice (formă).

În tabelul următor este dat coeficientul de absorbție a sunetului cu frecvența de 512 Hz pentru diferite materiale:

Materialul	Coeficientul de absorbție
Marmură	0,01
Sticlă	0,03
Perete tencuit cu var	0,06
Linoleum	0,06
Draperie de pluș aplicată pe perete	0,35
Vată minerală (10 cm grosime)	0,73
Vată de sticlă (10 cm grosime)	0,56
Mochetă	0,22

Materialele care au un coeficient de absorbție mare se numesc *fonoabsorbante*. Aceste materiale sînt utilizate în construcții pentru izolarea fonică (sonoră) a încăperilor, în săli de spectacol pentru a împiedica reflexia undelor care ar produce ecou sau reverberație nepotrivită. Astfel, se explică utilizarea draperiilor în săli de spectacol sau a pereților capitonați cu vată minerală în construcția studiourilor de înregistrări, în care reverberația este desființată.

d) *Rezonanța sonoră.* Descriem două experimente în care se realizează fenomenul de rezonanță.

1. Coloana de aer din tubul *A* este excitată de oscilațiile diapazonului (fig. 3.39). Undele longitudinale avansează către baza tubului și se reflectă pe suprafața liberă a lichidului. Lungimea *l* a coloanei poate fi variată prin ridicarea sau coborîrea vasului *B*, comunicant cu *A*. Pentru o anumită lungime l_r sunetul diapazonului este întărit. Coloana de aer este sediul undei sonore staționare, iar lungimea ei cea mai mică în condiția arătată realizează cerința de rezonanță pentru frecvența fundamentală. La gura tubului se formează un ventru, iar la suprafața lichidului un nod.

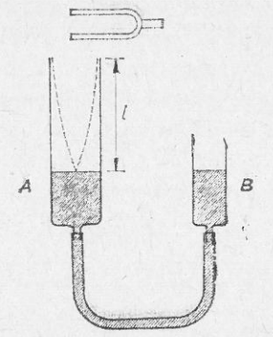


Fig. 3.39. Rezonanța sunetului.

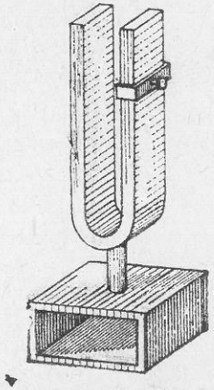


Fig. 3.40. Diapazonul.

Pe baza acestui fenomen se realizează cutia de rezonanță la unele instrumente folosite în muzică. În figura 3.40 este desenat un diapazon de laborator. Cutia, deschisă la un

capăt, pe care este fixat instrumentul delimitează o coloană de aer care intră în rezonanță pentru frecvența diapazonului care dă sunetul fundamental (el poate fi ușor variat cu ajutorul inelului).

2. Așezînd două diapazoane identice cu partea deschisă a cutiilor față în față și provocînd oscilația unuia, cel de-al doilea intră în oscilație.

3.9.2. Proprietăți caracteristice ale unui sunet. Un sunet perceput de ureche are anumite proprietăți care, parțial se explică prin mărimile fizice caracteristice sunetului, parțial prin particularitățile organului auditiv. Se disting trei proprietăți fizice: înălțimea, intensitatea și timbrul. Toate acestea pot fi exprimate în termeni fizici prin mărimi care permit caracterizarea unui sunet și pot fi reprezentate grafic printr-un spectru specific (vezi § 1.2.5).

1. *Înălțimea.* Senzația fiziologică de sunete ascuțite (înalte) și grave (joase) se datorește exclusiv frecvenței. În paragraful 3.8.2 s-a văzut că orice sunet emis este însoțit de sunete de frecvențe mai înalte. Vorbind despre înălțime se are în vedere numai frecvența fundamentală, adică sunetul numit *pur*.

În muzică sunetele sînt ordonate într-un șir (scară), criteriul fiind frecvența. Fiecare sunet are o denumire care îl situează într-un anumit loc în șir. Se începe cu sunetul cu frecvența de 16,5 Hz care se numește Do_{-1}, considerat ca limită inferioară a auzului uman și se stabilește un interval de o octavă care este apoi repetat. Prin interval se înțelege raportul între frecvențele a două sunete, iar octava este intervalul dintre două sunete pentru care raportul este 2. Astfel, șirul (scara muzicală) apare ca în tabloul următor, unde sînt trecute intervalele celor 10 octave:

Nota	Frecvența (Hz)	Observații
Do_{-1}	16,5	Limita inferioară de jos a auzului omului
(La_{-1})	(27)	Sunetul cel mai pofund al pianului
Do_0	33	
Do_1	66	
Do_2	132	
Do_3	264	Claviatura pianului
Do_4	528	
Do_5	1056	
Do_6	2112	
Do_7	4224	Sunetul cel mai ascuțit al pianului
Do_8	8448	
Do_9	16896	

Înăuntrul unei octave împărțirea în intervale este foarte diversificată dar, începînd cu Johann Sebastian Bach* s-a introdus *gama temperată* care împarte orice octavă în 12 intervale egale, denumite semitonuri, definite prin

* Johann Sebastian Bach (1685—1750), compozitor german, unul dintre cei mai mari creatori din istoria muzicii.

raportul frecvențelor între două sunete alăturate egal cu 1,05946. Astăzi, considerarea acestei subdiviziuni ordonate a condus la posibilitatea descrierii matematice a formelor și teoriei muzicale.

2. *Intensitatea auditivă.* Senzația fiziologică de intensitate a sunetului se măsoară prin *intensitatea auditivă* (tăria sunetului). Auzul nu dă pentru două sunete diferite senzații în același raport de tărie ca raportul intensităților lor sonore.

Dacă se ia ca intensitate de referință I_0, intensitatea unui sunet abia perceptibil $\left(I_0 = 10^{-12}\ \frac{W}{m^2}\right)$ atunci se definește *L nivelul de intensitate sonoră* al unui sunet de intensitate I prin relația

$$L = \lg \frac{I}{I_0} \tag{3.15}$$

Nivelul de intensitate sonoră se măsoară în belli (B)*.

Dar nivelul sonor, care este definit prin măsurarea unor mărimi fizice, (I și I_0) nu poate fi utilizat pentru descrierea senzației de sunet, deoarece două sunete de același nivel nu produc aceleași senzații auditive dacă au frecvențe diferite. De exemplu, dintre două sunete avînd amîndouă nivelul de 0,4 belli, unul cu frecvența de 50 Hz, iar altul cu frecvența de 1 000 Hz primul nu dă nici o senzație de sunet, iar al doilea este bine perceput.

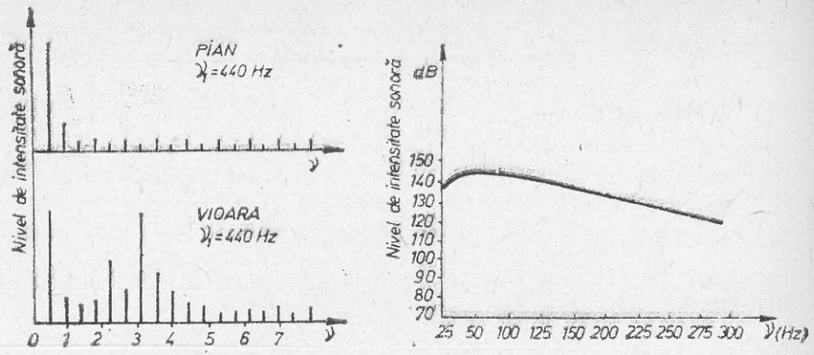
Pentru a lua în considerare senzația, se ia ca referință un sunet fundamental cu frecvența egală cu 1 000 Hz. *Nivelul de intensitate auditivă* (de tărie) al unui sunet de o frecvență oarecare este nivelul intensității sonore al unui sunet de frecvența egală cu 1 000 Hz care este apreciat de un auz normal ca avînd aceeași tărie cu sunetul analizat.

3. *Timbrul.* Un sunet emis are un caracter complex. Alături de sunete fundamentale sînt emise simultan și cîteva din armonicele lui; toate acestea sînt numite *componentele* sunetului.

Un sunet poate fi reprezentat complet printr-un spectru (vezi fig. 1.21,*b*). Într-o diagramă în care pe orizontală sînt trecute frecvențele, iar pe ordonată este pus nivelul de intensitate sonoră componentele sînt notate prin bare situate în dreptul frecvențelor corespunzătoare. Aceste bare au lungimea proporțională cu nivelul de intensitate sonoră. În figura 3.41,*a* sînt arătate aspectele a două sunete de aceeași frecvență a componentei fundamentale $\nu = 440$ Hz emise de două instrumente diferite. Diferența grafică este evidentă. Urechea exersată are posibilitatea de a distinge cele două sunete. Chiar un nespecialist poate distinge între două sunete de aceeași înălțime emise de instrumente diferite.

Caracteristica unui sunet care se exprimă prin componentele și nivelul lor de intensitate sonoră se numește *timbru*.

* În onoarea lui Alexander Graham Bell (1847—1922), inginer american, inventatorul telefonului.



a b

Fig. 3.41. Spectre ale notei de 440 Hz emisă de pian și de vioară (*a*) Spectrul unui zgomot (*b*).

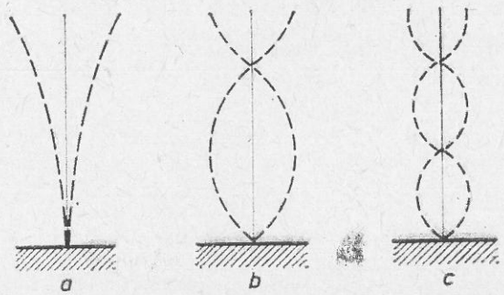
Zgomotul este un sunet complex cu atît de numeroase componente și cu intervale atît de mici încît spectrul lui apare continuu avînd o bandă de frecvență largă (fig. 3.41, *b*).

3.9.3. Surse sonore. Există un mare număr de corpuri care pot oscila cu frecvențe din domeniul sonor și care generează unde sonore. Toate aceste corpuri sînt *surse sonore*. În cele ce urmează ne referim pe scurt la cîteva categorii de surse sonore care au importanță în construcția instrumentelor muzicale.

1. *Lame sonore.* Lama elastică din figura 3.42 este fixată la unul din capete. Scoasă din poziția de echilibru, lama poate oscila sau longitudinal sau transversal. Vom considera oscilația transversală, fiind mai des utilizată.

Unda se reflectă la capătul prins și se formează o undă staționară care poate avea pentru primele trei frecvențe aspectul redat în figura 3.42. În *a*, frecvența fiind cea mai mică, sunetul emis este fundamental. Studiul teoretic și experimental arată că în cazul lamelor frecvențele superioare nu sînt multipli întregi ai frecvenței sunetului fundamental.

Un exemplu de undă staționară într-o astfel de lamă este unda diapazonului, prezentat în figura 3.40, care poate fi considerat ca fiind alcătuit din două



a b c

Fig. 3.42. Primele trei armonici ale unei lame.

bare încastrate la bază. Lovit ușor, diapozitivul oscilează, formîndu-se unde staționare. Partea mediană a diapazonului oscilează transmițînd mișcarea piciorului care este fixat în cutia de rezonanță. Din sunetele transmise cutiei numai cel fundamental este întărit cu ajutorul cutiei de rezonanță. Sunetul emis de diapazon este difuzat pe două căi: prin contactul între brațele lui și aerul înconjurator, sau indirect, prin cutia de rezonanță.

Lamele sonore sînt utilizate la construirea *anciei* (fig. 3.43) care este sursă sonoră pentru clarinet, oboi, saxofon și armonica de gură.

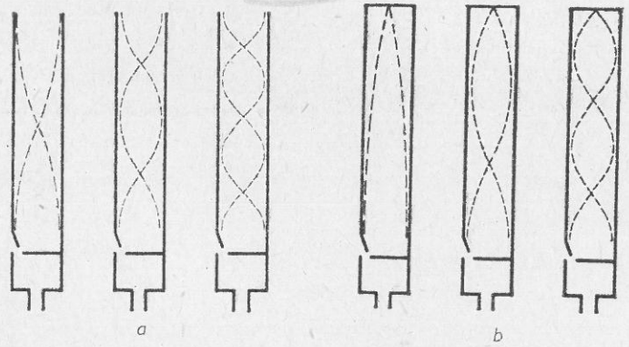
Fig. 3.43. O ancie cu două lame.

2. *Coarde sonore.* Coarda poate fi pusă în oscilație în mod diferit, atît longitudinal, cît și transversal. Frecvențele componentelor pot fi găsite cu ajutorul relației (3.14). Timbrul unui sunet depinde mult de felul cum este excitată coarda. Dacă este ciupită sau lovită sunetul corzii se amortizează după un timp; frecată cu un arcuș, oscilația este întreținută și poate dura oricît dorim.

Coarda sonoră este sursa sonoră pentru toate instrumentele de corzi. Toate aceste instrumente emit sunete atît direct cît și prin cutia de rezonanță care are o importanță esențială pentru timbrul sunetului.

3. *Tuburi sonore.* Tuburile constituie o parte principală pentru instrumentele de suflat, avînd rolul rezonatorului. Sursa sonoră propriu-zisă o constituie ancia sau mușticul* prin care se produce oscilația aerului care formează unde staționare în tubul sonor. Modul cum se formează componentele sunetului în tuburile deschise sau închise este redat în figurile 3.44,*a* și 3.44,*b*. Centrul se formează întotdeauna la ancie sau la mușticuc. Componentele sunetului se obțin pentru tubul deschis din relația.

$$\nu_n = \frac{n}{2l} v \qquad (3.16)$$



a b

Fig. 3.44. *a)* Unde staționare în tuburi deschise; *b)* unde staționare în tuburi închise.

* Buzele suflătorului au, în cazul utilizării mușticului, un rol asemănător anciei.

care se poate induce prin generalizare, din figura 3.44, *a*. În adevăr, se observă că lungimea l a tubului este un număr întreg de semilungimi de undă

$$l = n\frac{\lambda}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

și exprimînd pe λ, avem:

$$\lambda_n = \frac{v}{\nu_n} \text{ sau } \nu_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{2l}n.$$

Pentru tubul închis, se observă că (fig. 3.44, *b*) $l = (2n-1)\frac{\lambda}{4}$ ($n = 1, 2, 3, \ldots$). Deci:

$$\nu_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{4l}(2n-1). \tag{3.17}$$

Exemple de calcul:

1) Un tub deschis cu lungimea $L = 0{,}5$ m emite oscilații cu lungimea de undă $\lambda = 1$ m. Să se calculeze: *a)* Ce armonică produce tubul și ce frecvență are sunetul? *b)* Se astupă tubul și se cere lungimea de undă a aceleiași armonici a sunetului emis. Viteza sunetului în aer este $v = 340$ m/s.

Rezolvare:

a) În acest caz condiția (3.16) dă

$$L = n\frac{\lambda}{2}$$

sau

$$n = \frac{2L}{\lambda} = 1.$$

Este deci prima armonică sau sunetul fundamental cu frecvența ν,

$$\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{340 \text{ m/s}}{1 \text{ m}} = 340 \text{ Hz}.$$

b) Astupînd tubul, condiția (3.17) dă:

$$L = (2n-1)\frac{\lambda_1}{4}$$

sau, punînd $n = 1$, $L = \frac{\lambda_1}{4}$ și $\lambda_1 = 4L = 2(\text{m})$.

Rezultă:

$$\nu = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{340 \text{ m/s}}{2 \text{ m}} = 170 \text{ Hz}.$$

Sunetul devine mai grav. Acest fenomen este cunoscut de muzicienii care pun surdină la instrumentele de suflat.

2) O coardă de violoncel are o lungime $l = 1$ m. Masa corzii este de 50 g. La ce tensiune este supusă coarda prin înfășurare pe cuiul de strîngere, dacă ea trebuie să vibreze la frecvența fundamentală de 66 Hz?

Rezolvare:

În cazul sunetului fundamental trebuie îndeplinită condiția

$$l = \frac{\lambda}{2} \text{ sau } \lambda = 2 \text{ m}.$$

Deoarece

$$\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{\sqrt{\frac{T}{\mu}}}{\lambda},$$

unde $\mu = \frac{m}{l}$. Rezultă tensiunea:

$$T = \mu\nu^2\lambda^2 = 50 \cdot 10^{-3}\frac{\text{kg}}{\text{m}} \cdot 66^2\text{Hz}^2 \cdot 4\text{m}^2 = 871{,}2 \text{ N}.$$

Se observă din expresia frecvenței că dacă se modifică tensiunea se poate aduce o ușoară modificare a înălțimii sunetului, adică se poate face operația de acordare a instrumentului. De asemenea, prin schimbarea poziției degetului care apasă pe coardă se poate varia lungimea de undă și, în consecință, frecvența sunetului emis, așa cum, de fapt, se și procedează.

EXTINDERE ÎN TEHNOLOGIE

4. *Generator de ultrasunete.* Cînd pe fețele 1 și 2 ale unei plăci de cuarț tăiată într-un anumit fel dintr-un cristal (fig. 3.45, *a*) se aplică o tensiune alternativă cu o frecvență oarecare, placa oscilează pe direcția xx' cu o frecvență proprie ν_0. Există o frecvență $\nu_r \approx \nu_0$ a unei surse de tensiune alternativă care produce în placă, la rezonanță unde staționare. Pentru frecvența fundamentală ν_0 se obține (fig. 3.45, *b*)

$$e = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2\nu_0} \tag{3.18}$$

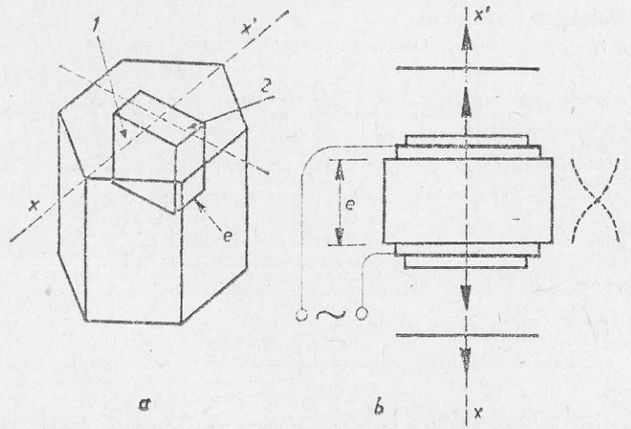


Fig. 3.45. Un cristal piezoelectric tăiat dintr-un cristal de cuarț (*a*) și undă staționară ultrasonoră într-un astfel de cristal (frecvența fundamentală) (*b*).

v fiind viteza de propagare a undelor în placă, iar e grosimea plăcii. Placa este o sursă de oscilații. Dacă dorim ca placa să emită ultrasunete $\nu \geq \nu_0 = 20\,000$ Hz cu frecvența ν, grosimea plăcii trebuie să

$$e \leq \frac{v}{2\nu_0}.$$

Exemplu de calcul. Să se găsească grosimea unei lame de cuarț necesară pentru a fi utilizată la o sursă de ultrasunete cu frecvența de 40 000 Hz, dacă viteza v a undelor în cuarț este de 5 600 m/s.

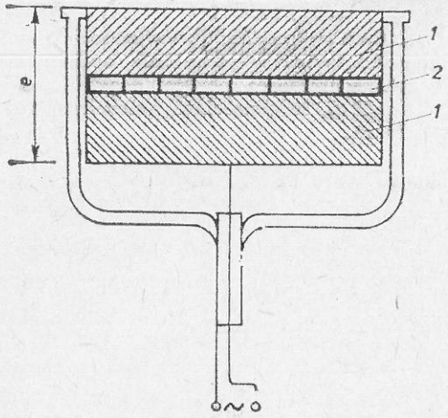


Fig. 3.46. O capsulă cu cuarț piezoelectric(2) și lame de oțel. (1).

Rezolvare:

Aplicînd relația (3.18) se observă că:

$$e = \frac{v}{2\nu} = \frac{5\,600}{2 \cdot 4 \cdot 10^4} = 7 \cdot 10^{-2}\ (\text{m}),$$

o grosime foarte mare, extrem de greu de realizat, deoarece nu există, de regulă, cristale din care să se poată confecționa astfel de plăci. În acest caz se folosește un dispozitiv în care placa de cuarț se închide ca un sandviș între două plăci de oțel (fig. 3.46). Deoarece viteza de propagare în oțel este aproximativ aceeași cu viteza în cuarț, se formează un sistem care respectă condiția de mai sus.

EXTINDERE ÎN FIZICĂ

3.9.4. Efectul Doppler. 1. În figura 3.47 *a* și *b* sînt reproduse fotografiile undelor superficiale emise de un izvor punctiform în două cazuri, cînd sursa este în repaus și cînd sursa este în mișcare spre dreapta. Se observă (fig. 3.47, *b*) că numărul lungimilor de undă pe unitatea de lungime este mai mare în sensul de deplasare a sursei și mai mic în sens contrar, comparativ cu situația din figura 3.47,*a*.

În cele ce urmează vrem să calculăm care vor fi lungimile de undă determinate de doi observatori O_1 și O_2 aflați în repaus pe o dreaptă pe care se deplasează cu viteza v_s sursa S care emite unde plane (fig. 3.48). La momentul $t = 0$ (fig. 3.48,*a*) sursa S emite o undă al cărei front se deplasează cu viteza v atît către O_1 cît și spre O_2. La momentul $t = T$ sursa, care între timp s-a deplasat, emite cea de-a doua undă al cărei front în concordanță de fază cu frontul emis la $t = 0$ se deplasează tot cu viteza v.

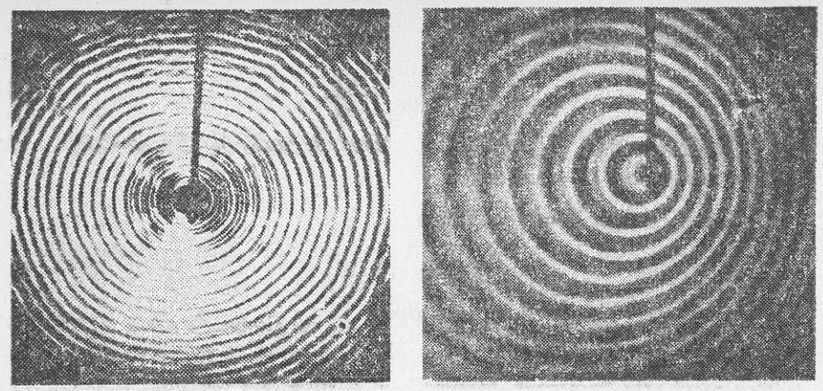


Fig. 3.47. O sursă punctiformă în repaus (*a*) și în mișcare (*b*) emite unde superficiale circulare.

a) *Observatorul O_1 determină lungimea de undă* λ_1, care este distanța pe Sx între fronturile emise la $t = 0$ și la $t = T$. Dacă sursa nu s-ar fi deplasat, cea de-a doua suprafață de undă ar fi fost emisă tot din O, iar lungimea de undă măsurată ar fi fost λ. Problema pe care ne-o punem este să găsim o relație între λ_1 și λ. Pe figura 3.48, *a* se observă că

$$\lambda_1 = \lambda - v_s T$$

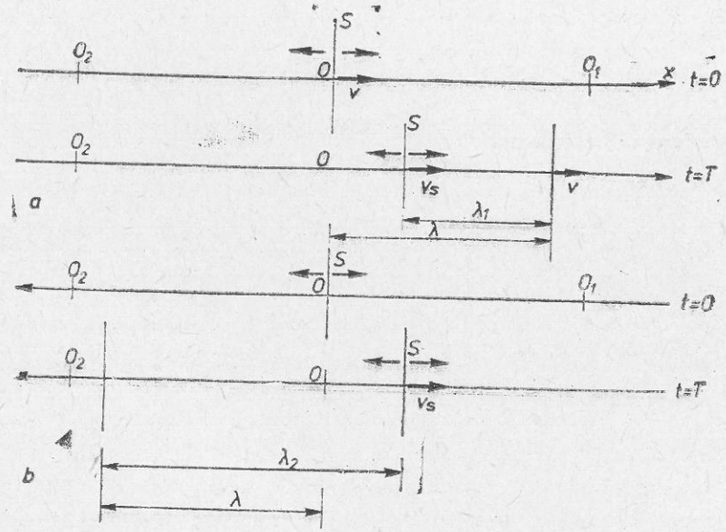


Fig. 3.48. Sursa S emite două fronturi de undă plane succesive. Doi observatori O_1(*a*) și O_2 (*b*) măsoară lungimi de unde diferite.

și folosind relația (3.1) $T = \frac{\lambda}{v}$, obținem

$$\lambda_1 = \lambda\left(1 - \frac{v_s}{v}\right). \tag{3.19}$$

b) *Observatorul O_2 măsoară lungimea de undă λ_2* (fig. 3.48,*b*). Se observă că: $\lambda_2 = \lambda + v_s T$

în care înlocuind $T = \frac{\lambda}{v}$ obținem:

$$\lambda_2 = \lambda\left(1 + \frac{v_s}{v}\right) \tag{3.20}$$

Deoarece pentru observatorii O_1 și O_2 lungimile de undă măsurate cînd sursa este în mișcare sînt diferite de lungimea de undă măsurată în cazul în care sursa este în repaus, frecvența ν_p a sunetului perceput este diferită de frecvența ν recepționată cînd sursa este în repaus Această afirmație rezultă după ce facem transformarea (3.1). Se obține din (3.19) și (3.20) respectiv:

$$\nu_{P_1} = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{\lambda\left(1 - \frac{v_s}{v}\right)} = \frac{\nu}{1 - \frac{v_s}{v}}$$

și

$$\nu_{P_2} = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{v}{\lambda\left(1 + \frac{v_s}{v}\right)} = \frac{\nu}{1 + \frac{v_s}{v}}.$$

Cele două relații se pot scrie concentrat sub forma:

$$\nu_p = \frac{\nu}{1 \pm \frac{v_s}{v}}, \tag{3.21}$$

în care se ia semnul minus pentru cazul în care sursa se apropie de observator și semnul plus pentru cazul în care sursa se îndepărtează. În primul caz observatorul aude un sunet mai ascuțit, iar în al doilea un sunet mai grav decît cel perceput dacă sursa ar fi în repaus.

Această consecință poate fi verificată cel mai bine dacă fiind într-un tren garat sau aflîndu-ne pe peron ascultăm sunetul locomotivei unui alt tren care vine în gară sau se îndepărtează de ea. (Vezi exemplul de calcul următor.)

Exemplu de calcul: Un tren accelerat se apropie de o gară cu viteza constantă $v' = 20$ m/s. Locomotiva emite un sunet de avertizare prelung cu frecvența $\nu = 392$ Hz. Apoi el se îndepărtează emițînd același sunet. Care sînt frecvențele sunetelor percepute de un observator care se află pe peronul gării? Viteza sunetului în aer este de 340 m/s.

Rezolvare:

Sîntem în cazul unui fenomen Doppler. Cînd sursa se apropie, frecvența sunetului recepționat este:

$$\nu_1 = \nu \frac{v}{v - v'} = 392 \cdot \frac{340}{320} \approx 416 \text{ (Hz)},$$

iar cînd trenul se îndepărtează,

$$\nu_2 = \nu \frac{v}{v + v'} = 392 \cdot \frac{340}{360} \approx 370 \text{ (Hz)}.$$

Observatorul aude la îndepărtarea trenului un sunet mai grav cu 46 Hz decît la apropierea acceleratului.

2. Analizăm acum cazul în care sursa este în repaus față de sistemul de referință, iar observatorul se apropie *(a)* sau se îndepărtează *(b)* de sursa care emite unde care se propagă cu viteza v.

a) Cînd observatorul O se apropie cu viteza v_{ob} numărul lungimilor de undă recepționate într-un interval de timp t se modifică de la $n = \frac{vt}{\lambda}$ (cînd e în repaus) la $n_1 = \frac{(v + v_{ob})t}{\lambda}$. În acest caz frecvența percepută de observator se schimbă de la $\nu = \frac{n}{t} = \frac{v}{\lambda}$ la $\nu_{P_1} = \frac{n_1}{t} = \frac{v + v_{ob}}{\lambda}$. Prin comparație deducem

$$\nu_{P_1} = \frac{v + v_{ob}}{v}\nu = \left(1 + \frac{v_{ob}}{v}\right)\nu.$$

b) Cînd observatorul se îndepărtează, el percepe o frecvență ν_{P_2}

$$\nu_{P_2} = \left(1 - \frac{v_{ob}}{v}\right)\nu$$

(justificați).

În general, cînd observatorul se deplasează față de sursa care se află în repaus, frecvența recepționată este deci

$$\nu_P = \left(1 \pm \frac{v_{ob}}{v}\right)\nu \tag{3.22}$$

în care se ia semnul + pentru apropierea de sursă iar semnul — pentru îndepărtare.

Fenomenul indicat mai sus a fost descris și explicat în 1842 de Christian Johann Doppler, fizician austriac, motiv pentru care și poartă numele de *fenomen Doppler. Fenomenul Doppler rămîne valabil și pentru undele electromagnetice,* [A se vedea problema 10, cap. IV.] *domeniu în care importanța lui depășește cu mult importanța din domeniul undelor mecanice.*

EXTINDERE ÎN TEHNOLOGIE

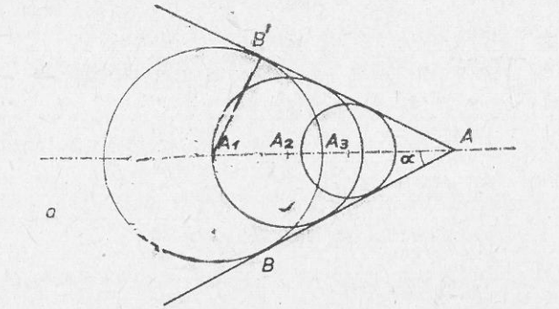
3.9.5. Poluarea sonoră. Sunetul are efecte fiziologice importante. Cercetările au arătat atît efectul binefăcător, cît și cel contrar. Acest ultim caz constituie în special obiectul unui studiu atent, datorită faptului că nivelul sonor al zgomotului este în continuă creștere.

Întrucît efectul neplăcut și dăunător al zgomotului este evident, s-a introdus termenul de *poluare sonoră*, care denumește acțiunea prin care se perturbă liniștea.

Există nenumărate izvoare de poluare sonoră; printre cele mai importante notăm mijloacele de transport, unele mașini și procedee industriale etc. Dar există numeroase surse de zgomot chiar în locuințe și birouri.

În cele ce urmează dăm un exemplu de sursă de poluare sonoră: *zborul supersonic*. Prin aceasta se înțelege zborul avioanelor, rachetelor sau proiectilelor cu viteză mai mare decît aceea a propagării sunetului în aer (≈ 340 m/s*).

Avionul A care zboară cu viteza supersonică v_A depășește continuu frontul de undă pe care îl emite datorită motoarelor sale sau vibrației prin frecarea cu aerul. Din fiecare punct A_1, A_2, A_3, ... al traiectoriei A_1A (fig. 3.49, *a*), cînd avionul se află acolo, se emit sunete care apoi se propagă cu viteza c. Frontul tuturor undelor, considerate sferice în mediu omogen, este tangent în



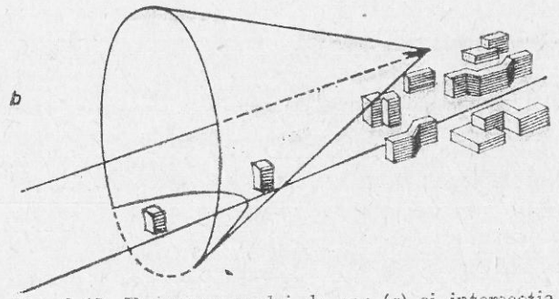


Fig. 3.49. Formarea undei de șoc (*a*) și intersecția ei cu solul (*b*).

* Raportul între viteza v a unui mobil și viteza c a sunetului în aer se numește *numărul lui Mach* (M). Deci $M = \frac{v}{c}$. În cazul vitezelor supersonice $M > 1$.

spațiu conului cu vîrful în A. Pentru un observator, frontul undei este un con cu deschiderea 2α (se observă că $\sin \alpha = \frac{c}{v_A}$) care se deplasează cu viteza sunetului c. Observatorul primește frontul sub forma unui zgomot puternic însoțit de o undă de presiune. Locuitorii zonei perturbate de *unda de șoc*, aflați deci sub coridorul aerian (fig. 3.49, *b*) suportă greu nivelul de intensitate sonoră al acestei unde. De asemenea, clădirile suportă vibrațiile care produc pagube importante.

Pentru a se micșora efectele nocive, pe avioanele de transport supersonice se montează *atenuatoare de zgomot*.

Tot atenuatoare de zgomot sînt și *tobele de evacuare* instalate la motoarele cu ardere internă. De rolul atenuator de zgomot al tobei ne dăm seama cînd pe lîngă noi trece o mașină cu toba de evacuare spartă, caz în care zgomotul este foarte mare.

Problema poluării sonore are importanță deosebită pentru om, deoarece zgomotul produce nu numai o senzație neplăcută, ci chiar epuizarea nervoasă urmată de scăderea capacității de muncă și îmbolnăvire. Nu punem în discuție cazurile de pierdere a auzului sau de agravare generală a stării fizice și fiziologice.

În tabelul următor se dau cîteva nivele de intensitate sonoră pentru cîteva surse de zgomot și două nivele de comparație:

Sursa	Nivelul (în dB)
Senzația de durere	120
Tren	90
Traficul unei străzi aglomerate	70
Automobil	50
Aparat de radio	40
Șoapta	20
Foșnetul frunzelor	10
Pragul auzului	0

EXTINDERE ÎN TEHNOLOGIE

3.9.6. Defectoscopie ultrasonoră

Comportarea sunetului în procesele de propagare depinde de frecvență. Ultrasunetele, avînd o frecvență foarte mare au proprietăți importante cu aplicații practice interesante. În acest paragraf vom descrie principiul defectoscopiei cu ultrasunete.

Prin acest termen se înțelege descoperirea prin utilizarea ultrasunetelor a defectelor de turnare sau a fisurilor rezultate din utilizare, la piesele metalice.

Metoda controlului ultrasonor pune în valoare următoarele proprietăți ale ultrasunetelor: a) posibilitatea obținerii unui fascicul îngust; b) absorbție mai mică decît în cazul altor radiații; c) difracție nein-

semnată pe obstacole mici. Există două procedee tehnice pentru control ultrasonor, unul prin transmisie (mai puțin precis), al doilea prin reflexie. Vom descrie construcția și funcționarea defectoscopului prin reflexie (fig. 3.50). Generatorul *G* comandă sursei *S* emiterea

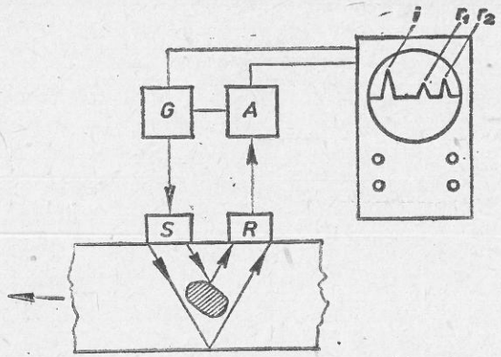


Fig. 3.50. Principiul defectoscopiei prin reflexie.

unui semnal la intervale de timp egale. Semnalul se propagă într-un fascicul îngust pe direcția arătată și se reflectă pe fața opusă și pe eventualele goluri sau fisuri. Impulsul incident și cele reflectate, captate de receptorul *R* sînt amplificate în amplificatorul *A* și trimise în osciloscopul electronic pe ecranul căruia apar, decalate în timp, impulsul incident (*i*) și cele reflectate pe un defect (r_1) sau pe fața opusă (r_2). După poziția lui (r_1) în raport cu (*i*) și (r_2) se poate afla adîncimea la care se găsește defectul.

Primul defectoscop cu ultrasunete românesc a fost construit la Cluj-Napoca, de prof. Aurel Ionescu*, în 1950.

EXTINDERE ÎN ALTE DOMENII

3.10 Unde seismice. În interiorul globului pămîntesc, la adîncimi variabile de pînă la aproximativ 700 km, se acumulează cu timpul tensiuni imense datorită cărora se produc brusc și neașteptat rupturi și deplasări care constituie uneori perturbații violente (*cutremure*). Locul sau regiunea în care se produce mișcarea se numește *focar* sau *hipocentru*, iar locul de pe suprafața Pămîntului aflat pe verticala acelui loc sau regiune se numește *epicentru*.

Datorită caracterului relativ elastic al rocilor perturbația se transmite din aproape în aproape sub forma unei unde *(unda seismică)*. Locul unde ajunge unda seismică resimte mișcarea sub forma unei zguduituri.

* Aurel Ionescu (1902—1954) profesor universitar la universitățile din București și Cluj-Napoca. Experimentator de mare talent. A construit prin mijloace proprii aparatură și dispozitive extrem de ingenioase.

La noi în țară, cutremurele de la 10 XI 1940 și 4 III 1977 au avut focarul într-o regiune la o adîncime de 130 km, respectiv 95 km sub lanțul munților Vrancea, epicentrul fiind la curbura Carpaților, aproximativ în regiunea orașului Focșani.

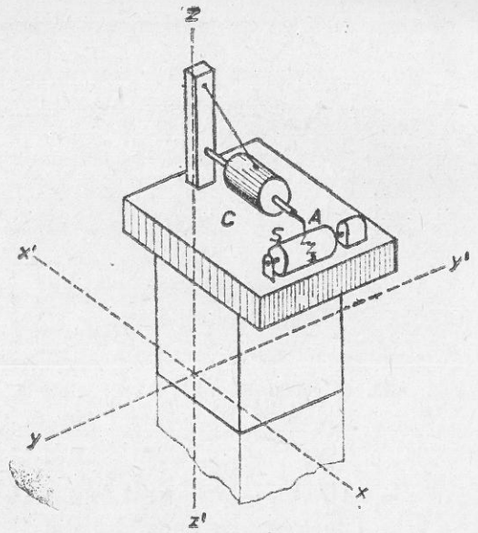


Fig. 3.51. Principiul de construcție a unui seismograf.

Inregistrarea mișcării seismice se face la suprafața Pămîntului cu ajutorul unui seismograf (fig. 3.51). Aparatul este incastrat în sol. Cînd solul începe să se miște sub acțiunea undei seismice, corpul *C* fiind masiv și putîndu-se roti cu o foarte mică frecare în jurul axei *ZZ'*, poziția relativă a suportului și a corpului *C* se modifică, acul inscriptor *A* înregistrînd mișcarea relativă pe hîrtia înfășurată pe sulul *S* care se rotește uniform. Rezultatul unei înregistrări se poate observa pe fotografia 3.52, în care se reproduce o *seismogramă* a cutremurului de

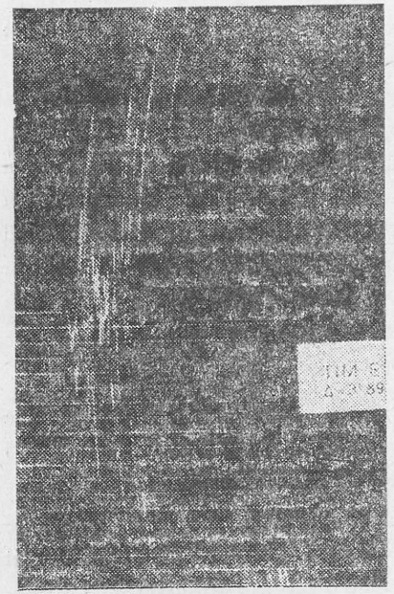


Fig. 3.52. Seismogramă a cutremurului din 4 III 1977 înregistrată la Timișoara.

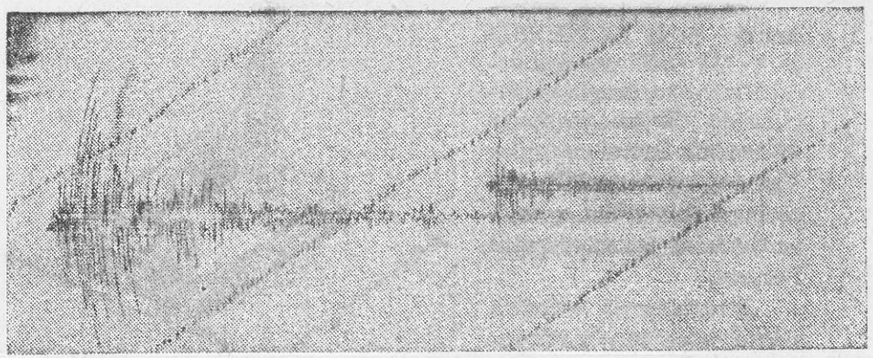


Fig. 3.53. O seismogramă în care undele longitudinale și transversale sînt decalate în timp.

la 4 III 1977 înregistrat la ora 21 și 21 min pe un seismograf instalat la Timișoara. Seismograful din figura 3.51 poate înregistra oscilațiile pe direcția yy'. Un alt seismograf așezat perpendicular poate înregistra oscilațiile pe o direcție perpendiculară xx' și completează informațiile cu privire la oscilațiile în plan orizontal. Dacă se lasă corpului C posibilitatea de mișcare pe verticală, seismograful poate înregistra oscilațiile verticale ale solului. Astfel, cu un sistem de trei seismografe instalate într-un loc se poate obține o informație completă cu privire la mișcarea solului în acel loc.

De la focar undele seismice se propagă în toate direcțiile, pe toate căile, atît sub formă de unde transversale, cît și sub formă de unde longitudinale. În procesul de propagare undele seismice se reflectă, se refractă și sînt absorbite. Analiza propagării undelor se face cu ajutorul unui sistem de stații seismice răspîndite pe tot globul. Înregistrarea aceluiași cutremur de către toate stațiile seismice dă posibilitatea ca prin compararea înregistrărilor să se traseze cu o oarecare precizie drumul undei seismice și să se obțină informații cu privire la structura internă a Pămîntului. Exemplificăm sumar cîteva raționamente care stau la baza unor metode pentru determinarea focarului și pentru cercetarea interiorului globului pămîntesc.

a. *Determinarea focarului.* O parte din undele longitudinale și transversale se propagă prin scoarța terestră. Se știe că într-un mediu solid viteza celor dintîi este mai mare de aproximativ 1,5 ori.

În seismograma din figura 3.53 se observă cele două grupe de unde înregistrate la București la 20 IV 1977. Cunoscîndu-se intervalul de timp Δt între primul și al doilea front, plecate simultan din focar,

și vitezele v_l și v_t se poate determina depărtarea x între stație și focar $x=\Delta t \frac{v_l \cdot v_t}{v_l - v_t}$. Această operație efectuată la stații diferit plasate conduce la determinarea focarului.

b. *Determinarea structurii interne a Pămîntului.* Se știe că mediile lichide sau vîscoase nu permit transmiterea undelor transversale. Pe figura 3.54 este desenat globul pămîntesc. Din focarul F se propagă unde seismice transversale și longitudinale. Stațiile seismice din regiunea hașurată nu înregistrează nici un fel de undă transversală și foarte slab unde longitudinale. În schimb, regiunea de la antipodul epicentrului E înregistrează puternice seisme, toate cauzate de unde longitudinale. Acest fapt nu poate fi explicat decît făcînd ipoteza că interiorul Pămîntului este lichid, miezul sferei lichide avînd o rază de aproximativ 0,6 r, unde r este raza Pămîntului. Acest miez lichid oprește propagarea undelor transversale avînd și rolul unei lentile care refractă undele seismice longitudinale, focalizîndu-se pe o întinsă regiune de la antipodul epicentrului.

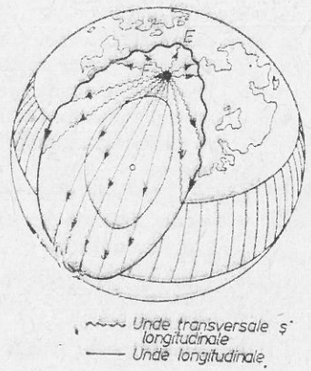


Fig. 3.54. Schema propagării perturbațiilor seismice în interiorul globului pămîntesc.

Cunoscînd dependența vitezei de propagare a undei longitudinale de elasticitatea și de densitatea mediului, compararea timpului la care diferite stații înregistrează seismul permite să să se deducă structura mediului de propagare.

Lungimea de undă și frecvența undelor seismice se găsesc într-o bandă foarte largă, uneori frecvența lor este din domeniul undelor sonore ($\nu = 10 - 25$ Hz).

Deși deplasările scoarței nu sînt de obicei foarte însemnate totuși accelerațiile sînt foarte mari atingînd valori de aproximativ $0{,}1g \div 0{,}2g$. Această accelerație produce suprasolicitări pe care uneori structurile construcțiilor nu le pot prelua, clădirile fiind avariate sau prăbușindu-se. Din acest motiv în regiunile cu un grad mai ridicat de seismicitate orice construcție nouă este proiectată astfel încît să reziste cît mai bine unor cutremure de o intensitate obșnuită în acea regiune.

1. Ce fel de perturbație se propagă în bara din figura 3.55? Explicați ce rol are în această demonstrație bila de la capătul din dreapta.

2. Cu aparatul din figura 3.56 aflat în laboratorul școlar se demonstrează experimental propagarea unei perturbații într-un mediu, reflexia și transmiterea ei pe o suprafață de separație între două medii.
Barele orizontale pot oscila într-un plan orizontal, forța de revenire provenind din răsucirea sistemului de două fire verticale care cuplează toți oscilatorii. Perioada fiecărei bare poate fi modificată între anumite limite prin deplasarea inelelor-cursoare.
   a. Cum trebuie montate inelele pentru a avea un singur mediu omogen?
   b. Provocați o undă pe acest sistem de bare și privindu-l din lateral încercați să verificați modul cum se face o propagare.
   c. Cum trebuie montate inelele pentru a studia reflexia pe un mediu mai dens sau pe unul mai puțin dens?
   d. Cum ați putea măsura viteza de propagare a unei unde în mediul omogen de la punctul 1?
   b. Cum se poate studia transmisia la suprafața de separație între două medii? Verificați relația 3.10″. Există mai multe moduri de a face acest lucru?

   (Temă experimentală)

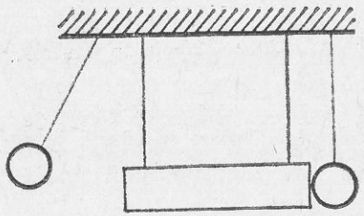


Fig. 3.55. Pentru întrebarea 1.

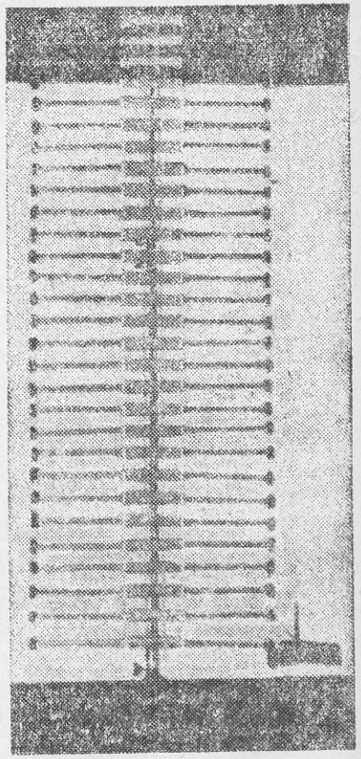


Fig. 3.56. Pentru tema experimentală.

3. Figura 3.57 arată la $t = 0$ o perturbație care se propagă pe o coardă. Deplasarea se face spre dreapta cu viteza $v = 2{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

   a) Desenați poziția și forma perturbației la momentul $t = 0{,}6$ s.
   b) Care este elongația punctului A de pe coardă la acel moment și pe ce distanță s-a deplasat el în intervalul $t \in [0;\ 0{,}6]$ (s)?
   c) Care este viteza medie de deplasare a acestui punct?

   R: *a)* Se face o translație a curbei spre dreapta cu 1,5 m (la scară); *b)* $\approx 13 \cdot 10^{-2}$ m; $\approx 5 \cdot 10^{-2}$ m; *c)* $8{,}3 \cdot 10^{-2}$ m/s.

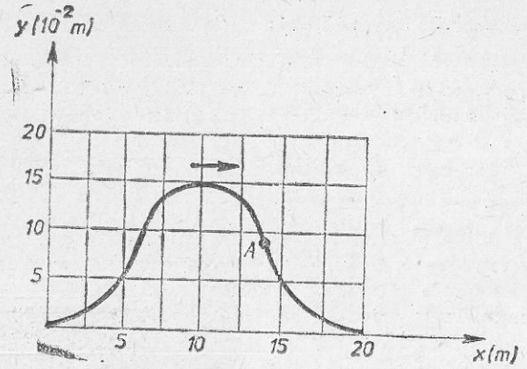


Fig. 3.57. Pentru întrebarea 3.

4. Figura 3.58 arată două perturbații la momentul inițial ($t = 0$). Perturbațiile se mișcă în sens contrar, iar vitezele lor sînt egale cu $4 \cdot 10^{-1}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Desenați forma corzii la momentele 0,15; 0,25 și 0,30 secunde.

5. Dacă mediul este omogen și izotrop, iar izvorul punctiform, unda este sferică. Dar dacă mediul este izotrop dar nu este omogen? Dar dacă este omogen, dar nu și izotrop? Se pun aceleași probleme și pentru undele plane?

6. Se propagă sunetul în vid? Cunoașteți sau puteți imagina un experiment care să dovedească răspunsul pe care îl dați?

7. Verificați cu un raportor legea reflexiei pe fotografia 3.29, *a*.

8. Stabiliți indicele de refracție pentru mediile din figura 3.30, *a*. În cîte feluri puteți face aceasta?

   R: $n \approx 1{,}4$. În două feluri.

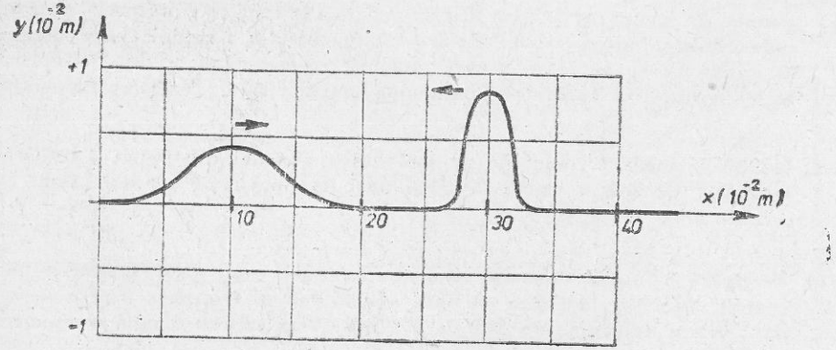


Fig. 3.58. Pentru întrebarea 4.

9. Se atașază cuvei din figura 3.14 două piese de forma dată în figura 3.59 care se așază pe fundul cuvei astfel încît să fie acoperite de apă. Undele liniare se refractă deasupra contururilor. Incercați să schițați cum se modifică suprafețele de undă. Se pot numi acestea lentile mecanice?

10. Fotografia 3.60 arată valuri la malul mării. Se observă paralelismul cu țărmul. Cum se explică acest fenomen, știind că direcția propagării undelor în larg nu este, în general, perpendiculară pe linia țărmului?

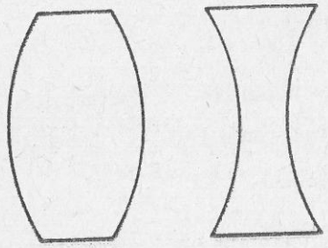


Fig. 3.59. Pentru întrebarea 9.

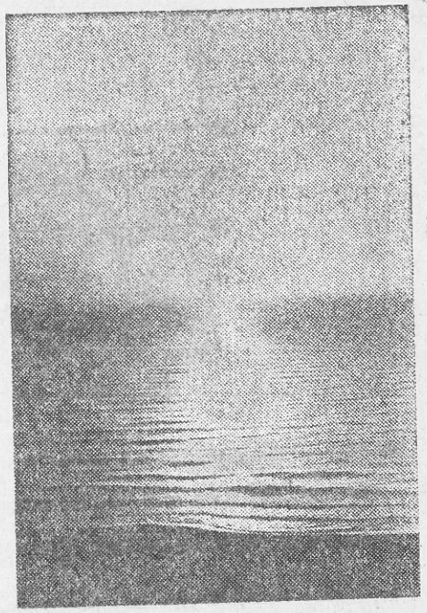


Fig. 3.60. Valurile mării ajung la mal paralele cu țărmul (întrebarea 10).

11. Așezați după tanta F din figura 3.5 o altă tantă sub un alt unghi și provocați perturbații de același fel. Ce se constată? Puteți opri propagarea? Cum? (Temă experimentală.)

12 E. Treceți firul AB al aparatului din figura 3.32 peste un creion (în locul scripetelui B) menținînd poziția firului orizontală în timp ce vibratorul V funcționează. Mutați poziția creionului mărind lungimea AB a firului. Ce se observă? Discuție. Cu ce operație a unui violonist se aseamănă aceasta? Explicați astfel modificarea sunetului în cazul unei corzi de vioară. (Temă experimentală).

13 E. Modificați masa corpului de pe platanul aparatului din figura 3.32. Ce se întîmplă? Ce analog există în cazul unei instrument de coarde? (Temă experimentală).

14. Pe figura 3.61 sînt desenate la un moment dat trei unde transmise pe o coardă. Măsurați lungimea de undă și determinați frecvența pentru fiecare, dacă viteza de propagare este de 250 m/s. Verificați cu o riglă compunerea celor trei unde.

R: 260 Hz; 153 Hz, 50 Hz.

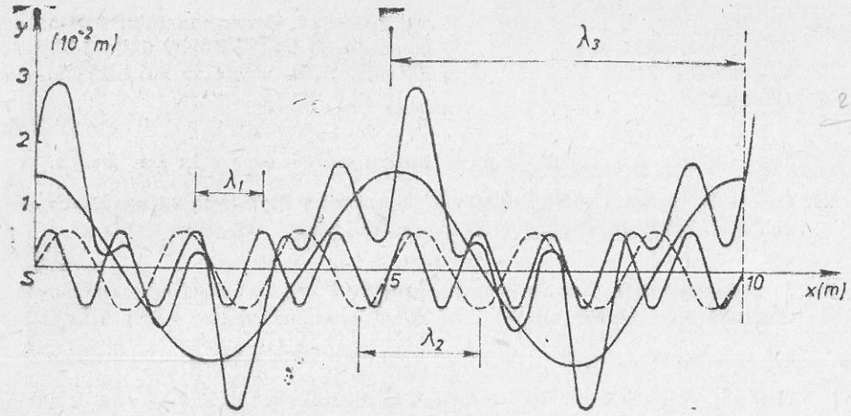


Fig. 3.61. Pentru întrebarea 14.

15.E Pe figura 3.62 se dă spectrul unui sunet. Care sînt frecvențele componentelor și ce nivele de intensitate sonoră au dacă 10 mm pe ordonată corespund la 30 dB?

16. Pe figura 3.63 se văd două plane înclinate suprapuse cu unghiurile α_1 și α_2. Dacă ansamblul celor două roți este lăsat pe planul de unghi α_1 după o dreaptă diferită de cea care determină unghiul de cea mai mare pantă la trecerea peste linia de separare a celor două plane, direcția axului celor două roți se modifică. Se afirmă că acest model este un analog pentru refracție. Stabiliți și justificați asemănările.

17. Viteza de propagare a undelor longitudinele este dată de (3.3). Aplicați această relație în cazul oțelului $\left(E_1 = 19 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{N}{m^2} \quad \rho_1 = 7\,800 \text{ kg/m}^2\right)$ și plumbului $\left(E_2 = 1{,}7 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{N}{m^3};\ \rho_2 = 11.340 \text{ kg/m}^3.\right)$ Ce explicație dați diferenței găsite?

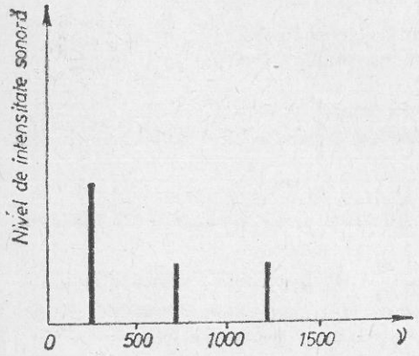


Fig. 3.62. Pentru întrebarea 15.

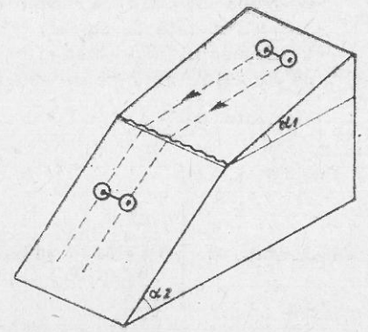


Fig. 3.63. Pentru problema 16.

18. Un fragment de metal este analizat măsurînd viteza sunetului într-o bară făcută din acest metal. Bara are masa de 30 kg, și volumul de $2 \cdot 10^{-3}$ m³. Viteza sunetului în bară este de 4 000 m/s. Să se calculeze modulul de elasticitate.

R: $28 \cdot 10^{10}$ N/m².

19 E. Dați limitele lungimilor de undă pentru undele sonore în aer. Dar în oțel?

20. Care este distanța între două regiuni rarefiate dintr-o undă sonoră cu frecvența $\nu = 120$ Hz a cărei viteză este 360 m/s?

R: 3m.

21. Prin suprapunerea a două unde provocate de doi oscilatori armonici care oscilează cu aceeași amplitudine A_1, aceeași frecvență $\nu = 1$ kHz și care sosesc defazate cu $\varphi = \frac{\pi}{3}$ într-un punct, rezultă o undă de amplitudine $A = 5$ cm. Știind că undele se propagă în mediul elastic cu viteza $v = 2\,000$ m/s se cere să se scrie ecuația de propagare și diferența de drum în punctul considerat. Mai există și alte puncte în care undele sosesc cu aceeași diferență de fază?

R: $y = 8{,}33 \cdot 10^{-2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{10^{-3}} - \frac{x}{2} \right)$; $x_2 - x_1 = \frac{\lambda}{6}$.

22 E*. Două surse emit unde plane descrise de ecuațiile

$$y_1 = 3 \sin \frac{2\pi}{4} t \text{ și } y_2 = 3 \sin \frac{2\pi}{4} t \text{ (în } 10^{-2} \text{ m)}$$

a) Să se calculeze amplitudinea undei rezultante într-un punct în care diferența între drumul parcurs de cele două unde este de $5 \cdot 10^{-3}$ m. Vitezele de propagare ale celor două unde sînt egale $\left(v = 10^{-1} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$.

b) Cît ar trebui să fie diferențele între drumurile parcurse de cele două unde pînă la punctul considerat pentru ca: 1) mișcarea să se stingă; 2) amplitudinea să fie maximă.

R: $5{,}9 \cdot 10^{-2}$ m; $(2k + 1)\frac{\lambda}{2}$; $2k \frac{\lambda}{2}$.

23 E. O sursă O aflată într-un mediu elastic emite unde plane de forma

$$y = 0{,}25 \sin 100 \pi t \text{ (în } 10^{-2} \text{ m)}.$$

Lungimea de undă a undelor longitudinale generate este de 10 m.

a) După cît timp va începe să oscileze un punct M situat la distanța $x = 8$ m față de sursă?

b) Defazajul între sursă și punctul M (în grade).

c) La ce distanță pe dreapta OM se află două puncte ale căror oscilații sînt defazate cu $\frac{\pi}{6}$?

R: *a)* $16 \cdot 10^{-2}$ s; *b)* $\varphi = 288°$; *c)* 0,833 m.

24. Arătați că $\sqrt{\frac{\frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$ și că $\sqrt{\frac{\frac{\text{N}}{\text{kg}}}{\text{m}}} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Prin aceasta verificați că unitatea cu care se exprimă membrii II ai relațiilor (3.3) și (3.2) este în adevăr o unitate de viteză.

25 E. O coardă de pian de 50 cm lungime și de masă egală cu $5 \cdot 10^{-3}$ kg este întinsă cu o tensiune de 400 N. *a)* Care este frecvența sunetului fundamental; *b)* Care este numărul armonicii superioare care mai poate fi auzită de un om capabil să audă sunete pînă la 10 000 Hz.

R: 800 Hz; 50.

26 E. O plăcuță de cuarț este utilizată pentru controlul frecvenței într-un circuit oscilant. În acest fel se stabilesc în cristal unde staționare longitudinale cu ventre pe fețele lui opuse. Frecvența fundamentală este dată de

$$\nu_0 = \frac{2{,}87 \cdot 10^5}{10^{-2} \cdot e},$$

unde e este grosimea lamei. a) Să se calculeze modulul lui Young pentru cristal. b) Calculați grosimea pentru frecvența de 1 200 Hz. $\left(\text{Se dă } \rho_{\text{cuarț}} = 2{,}66 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$.

R: $87 \cdot 10^{11}$ N/m².

27. Descnați reflexia unei perturbații pe o coardă legată de un perete sau de un fir mai subțire. Se poate măsura raportul vitezelor în cele două medii în cel de-al doilea caz? (Temă experimentală.)

28 E. Două surse S_1 și S_2 generează oscilații de ampiltudini $A_1 = 1$ mm și, respectiv, $A_2 = 2$ mm. Să se calculeze amplitudinea unui punct situat pe mediatoarea segmentului S_1S_2.

R: 3mm.

29 E. Un automobil se deplasează cu viteza de 108 km/h. Claxonul emite un sunet de frecvență $\nu = 300$ Hz. Să se calculeze frecvența sunetelor recepționate de doi observatori aflați în repaus pe marginea șoselei rectilinii unul situat în fața iar celălalt în spatele automobiluiui. Se dă viteza sunetului în aer $v = 330$ m/s.

R: 329,7 Hz; 275,2 Hz.

30 E. Viteza de propagare a undelor mecanice într-o placă de cuarț este $v_1 = 5\,000$ m/s. Placa emite ultrasunete de frecvență fundamentală $\nu = 40\,000$ Hz. Să se calculeze:

a) grosimea lamei; *b)* energia emisă de placă timp de un minut ($\Phi = 10$W).

R: $6{,}2 \cdot 10^{-2}$ m 600 J.

31 E. Ce lungime are un fluier care emite sunetul fundamental cu frecvența $\nu = 500$ Hz. Viteza sunetului în aer este de 340 m/s.

R: 34 cm.

32 E. În fața unui perete pe care se reflectă o undă se mișcă o membrană în care se sprijină o mică bilă de soc. Membrana vibrează cu maximum de amplitudine la distanța de 1m, măsurarea începînd de la perete. Care este frecvența sunetului reflectat?

R: 85 Hz.

33. *O undă sonoră plană care se propagă într-un singur sens poate fi reprezentată prin următoarea ecuație:

$$y = 0{,}05 \sin (1980\, t - 6\, x) \text{ (cm)},$$

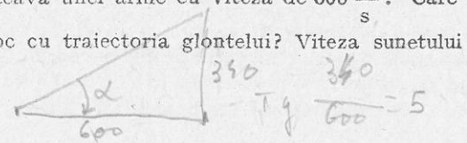
unde y, t și x sînt, respectiv, elongația, timpul și distanța pe direcția de propagare. Să se afle:
a) frecvența oscilațiilor; *b)* lungimea de undă; *c)* viteza de propagare a undei; *d)* viteza maximă de oscilație a unei particulei.

R: ≈ 315,10 Hz; 1,1 cm; 331,7 cm/s; 99 cm/s.

34 E. Cum trebuie variată tensiunea unei corzi pentru ca ea să emită un sunet de două ori mai înalt?

R: Trebuie mărită de 4 ori.

35. Un glonte iese din țeava unei arme cu viteza de $600 \frac{m}{s}$. Care este unghiul făcut de unda de șoc cu traiectoria glontelui? Viteza sunetului în aer este $340 \frac{m}{s}$.



R: 35°31'.

36. Să se calculeze viteza proiectilului din figura 3.64. Viteza sunetului în mediul în care a fost făcută fotografia este de $360 \frac{m}{s}$.

R: $680 \frac{m}{s}$.

37. Două corzi identice de pian au o frecvență fundamentală de 600 Hz dacă sînt la fel de tensionate. Ce creștere relativă a tensiunii uneia va duce la apariția a șase bătăi pe secundă atunci cînd ambele strune virbează simultan?

R: $\frac{T_2}{T_1} \approx 1{,}02$.

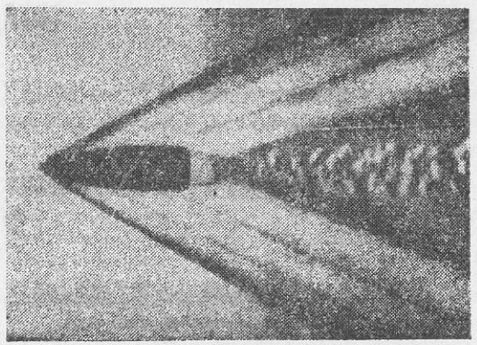


Fig. 3.64. Pentru problema 36.

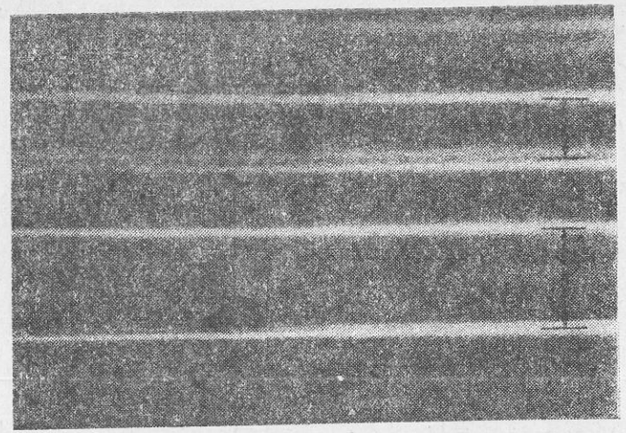


Fig. 3.65. Pentru problema 39.

38. O coardă de chitară de 0,75 m lungime are frecvența fundamentală 440 Hz: *a)* Ce viteză are unda în coardă? *b)* Pentru a produce alte sunete lungimea efectivă este scurtată prin așezarea degetului la o distanță oarecare sub capătul dinspre cui al corzii. Ce lungime este necesară pentru a produce o frecvență de 660 Hz.

R: $660 \frac{m}{s}$; 0,50 m.

39. Fotografia 3.65 reprezintă transmisia undelor într-o cuvă la linia care desparte două regiuni de adîncimi diferite.
Determinați prin măsurare directă raportul vitezelor de propagare în cele două regiuni.

R: $\frac{v \text{ sus}}{v \text{ jos}} = 0{,}6$.

22.04.80

4.

UNDE ELECTROMAGNETICE

4.1. CÎMPUL ELECTROMAGNETIC

Experiențele lui Oersted, Ampère, Henry și Faraday au condus la stabilirea a două principii de bază ale electromagnetismului:

1) un curent electric care trece printr-un conductor produce un cîmp magnetic cu linii închise în jurul conductorului;

2) într-un conductor care intersectează linii de cîmp magnetic se induce o tensiune electromotoare, deci și un cîmp electric.

În 1864, JAMES CLERK MAXWELL (1831—1879) a generalizat aceste două principii prin sistemul de ecuații care-i poartă numele.

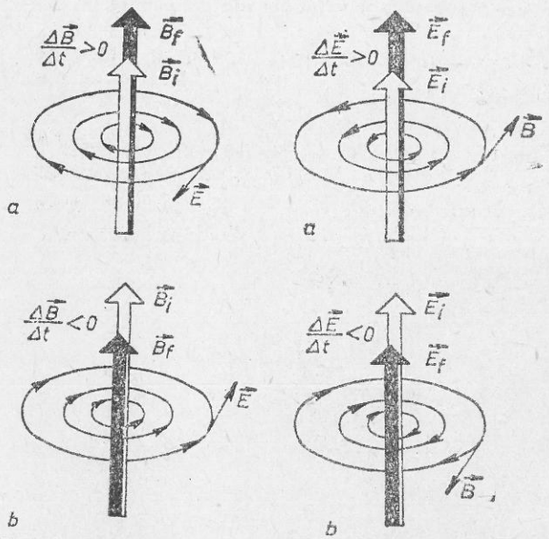


Fig. 4.1. Cîmpul electric produs de un cîmp magnetic variabil în timp.

Fig. 4.2. Cîmpul magnetic produs de un cîmp electric variabil în timp.

La baza teoriei lui Maxwell stau două afirmații:

— în jurul unui cîmp magnetic variabil în timp ia naștere un cîmp electric ale cărui linii sînt închise. Intensitatea cîmpului electric este cu atît mai mare cu cît cîmpul magnetic variază mai rapid (fig. 4.1, *a*, *b*);

— în jurul unui cîmp electric variabil în timp ia naștere un cîmp magnetic ale cărui linii sînt închise. Intensitatea cîmpului magnetic este cu atît mai mare, cu cît cîmpul electric variază mai rapid (fig. 4.2, *a*, *b*).

James Clerk Maxwell (1831—1879), fizician englez. S-a născut în Edinburg, Scoția, în anul în care Faraday descoperă fenomenul inducției electromagnetice. Are importante contribuții în domeniul teoriei cinetice a gazelor și electromagnetismului. Generalizînd legile experimentale ale fenomenelor electrice și magnetice, Maxwell a pus bazele teoriei cîmpului electromagnetic. A alcătuit un sistem de ecuații care exprimă legile cîmpului electromagnetic. Pe baza acestor ecuații a dedus existența undelor electromagnetice, descoperite experimental de Heinrich Hertz.

A organizat în 1870 Laboratorul Cavendish de la Universitatea din Cambridge, devenit un centru mondial al cercetărilor în domeniul fizicii.

Este considerat, alături de Isaac Newton și Albert Einstein, drept unul din cei mai profunzi și productivi fizicieni din toate timpurile.

Conform teoriei lui Maxwell, porțiunea dintr-un circuit de curent alternativ întreruptă de un condensator, participă la crearea cîmpului magnetic exterior prin cîmpul electric variabil dintre armăturile condensatorului (fig. 4.3). Prin urmare, *spațiul ocupat de un cîmp electric variabil este simultan ocupat și de un cîmp magnetic variabil.* Coexistența lor se manifestă prin generarea unuia din ele datorită variației celuilalt.

Ansamblul cîmpurilor electric și magnetic, care oscilează și se generează reciproc, se numește cîmp electromagnetic.

Teoria cîmpului electromagnetic elaborată de Maxwell a fost deplin confirmată de experiență. Predicția lui Maxwell privind propagarea cu viteză finită (cea a luminii) a cîmpului electromagnetic, a devenit realitate prin ingenioasele experiențe ale lui Heinrich Hertz (1857—1894), în anul 1887.

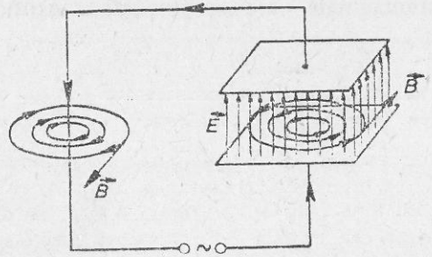


Fig. 4.3. Cîmpul electric variabil din condensator generează un cîmp magnetic.

Heinrich Hertz (1857–1894), fizician german, născut în Hamburg, Germania. În tinerețe l-au preocupat limbile străine și științele umanistice. Diverse aparate primite de la bunicul său îi determină atracția spre fizică. După ce studiază fizica și matematica la Universitatea din Berlin, se dedică cercetărilor experimentale în domeniul electromagnetismului, dovedind existența undelor electromagnetice prezise de teoria lui Maxwell. A stabilit (1887) influența luminii ultraviolete asupra descărcărilor electrice, inițiind studiul efectului fotoelectric extern. Interpretarea acestui efect a fost dată de Albert Einstein în anul 1905.

4.2. PROPAGAREA CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC

O proprietate fundamentală a cîmpului electromagnetic este capacitatea lui de a se propaga în spațiu. Dacă printr-un conductor circulă un curent alternativ de frecvență înaltă, în jurul conductorului apar cîmpuri alternative, unul electric și altul magnetic. Interdependența (generarea reciprocă) dintre cîmpul electric variabil și cîmpul magnetic variabil explică cauza propagării cîmpului electromagnetic în spațiu. Variațiile cîmpului electric produc în spațiul înconjurător un cîmp magnetic, care nu rămîne constant deoarece variază cîmpul electric care l-a generat. Dar variațiile cîmpului magnetic produc la rîndul lor din nou un cîmp electric, care de asemenea variază, generînd din nou un cîmp magnetic ș.a.m.d. Astfel, cîmpul electromagnetic este un proces oscilatoriu care se propagă din aproape în aproape, cuprinzînd mereu porțiuni noi în spațiu. Într-un cîmp electromagnetic ce se propagă, ambele cîmpuri variază periodic în timp; pe scurt, ambele cîmpuri au o variație spațio-temporală.

Un cîmp electromagnetic care se propagă constituie o undă electromagnetică.

Pentru a descrie, apelînd la o construcție grafică, mecanismul propagării undei electromagnetice prin vid, să considerăm un cîmp electromagnetic ca cel din figura 4.4, *a*. Presupunem că numai cîmpul de inducție magnetică $\vec{B}$ este variabil în timp. După un interval foarte scurt de timp Δt el are forma de variație spațială reprezentată cu linie punctată în figura 4 4, *b*. Se observă că noua curbă se obține deplasînd-o pe cea inițială pe o distanță foarte mică în sensul pozitiv al axei *Oy*.

Să stabilim efectul produs asupra cîmpului electric de această variație a cîmpului magnetic.

În regiunea din stînga, cîmpul magnetic a scăzut ca intensitate $\left(\frac{\Delta B}{\Delta t} < 0\right)$. Prin inducție electromagnetică ia naștere un cîmp electric care se adună vectorial cu cel existent. Cîmpul electric indus fiind orientat de-a lungul semiaxei negative $-Oz$, cîmpul electric rezultant din această regiune va scădea în valoare. În regiunea din dreapta cîmpul magnetic a crescut și cîmpul electric indus va fi orientat de-a lungul semiaxei pozitive $+Oz$. Cîmpul electric din această regiune crește în valoare. Noua distribuție a cîmpului electric se obține deci din cea inițială, dacă o deplasăm puțin spre dreapta cu aceeași distanță cu care se deplasează cîmpul magnetic. Pe de altă parte, conform teoriei lui Maxwell, un cîmp electric variabil în timp determină apariția unui cîmp magnetic. Repetînd raționamentul anterior, se observă că noul cîmp rezultant este mai slab în regiunea din stînga și mai puternic în regiunea din dreapta, avînd loc de asemenea o deplasare a întregii distribuții, cu o mică distanță în sensul pozitiv al axei *Oy* (fig 4.4, *c*). Fenomenele se repetă apoi în mod identic. Se formează deci o undă electromagnetică care se propagă de-a lungul direcției *Oy* în sensul ei pozitiv.

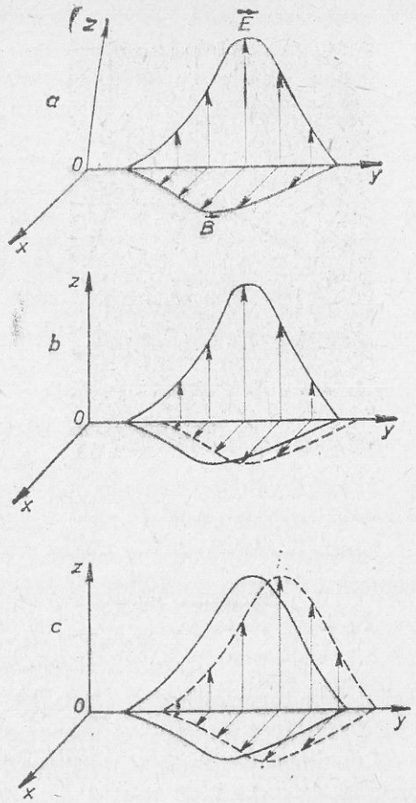


Fig. 4.4. Propagarea undei electromagnetice.

Propagîndu-se în spațiu, cîmpul electromagnetic pierde legătura cu conductorul în vecinătatea căruia a fost produs inițial. Se poate întrerupe oscilația curentului în conductor, dar unda electromagnetică își va continua deplasarea. Teoria lui Maxwell arată și experiențele lui H. Hertz confirmă că, într-o undă electromagnetică vectorii $\vec{E}$, $\vec{B}$ oscilează în fază în plane perpendiculare între ele și perpendiculare pe viteza de propagare a undei (fig. 4.5).

Viteza de propagare a undelor electromagnetice în vid a fost stabilită de Maxwell:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}},$$

ε_0 și μ_0 fiind permitivitatea electrică și respectiv permeabilitatea magnetică a vidului. Înlocuind cu valorile numerice corespunzătoare, se obține

$$c = \frac{1}{\sqrt{8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m} \; 12{,}56 \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}}} = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}.$$

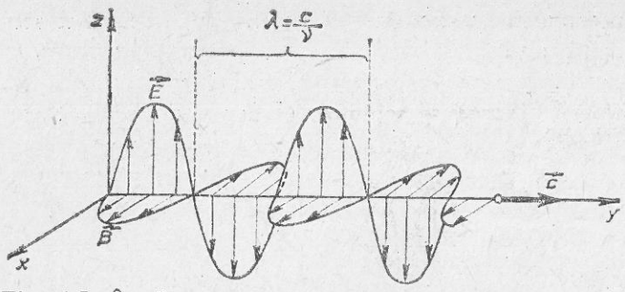


Fig. 4.5. În fiecare punct al spațiului atins de o undă electromagnetică, vectorii $\vec{E}$, $\vec{B}$ oscilează în fază, în direcții normale Ox, Oz pe direcția de propagare Oy. Ansamblul $\vec{E}$, $\vec{B}$ formează o undă electromagnetică transversală care se propagă în vid cu viteza $\vec{c}$ a luminii.

Această valoare coincide cu cea a vitezei luminii în vid, valoare prezisă de teoria lui Maxwell.

Într-un mediu omogen oarecare, viteza v de propagare a undelor electromagnetice este mai mică decît în vid și are expresia

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}},$$

ε_r și μ_r fiind permitivitatea relativă și respectiv permeabilitatea relativă a mediului în care are loc propagarea.

Lungimea de undă a undelor electromagnetice într-un mediu omogen oarecare este dată de relația

$$\lambda = \frac{v}{\nu}.$$

În experiențele lui Hertz lungimea de undă era $\lambda = (0{,}6 \pm 0{,}01)$ m.

4.2.1. Considerații electronice. Într-un conductor conectat la o sursă de t.e.m. alternativă, sub acțiunea cîmpului electric alternativ întreținut de t.e.m., electronii de conducție oscilează. Oscilația lor se propagă din aproape în aproape în conductor cu viteza luminii în vid, sub forma unei unde electronice longitudinale numită și undă de curent. Pentru un circuit alimentat sub o tensiune cu frecvență industrială $\nu = 50$ Hz, lungimea de undă λ a undei electronice este

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{50 \text{ Hz}} = 6\,000 \text{ km}.$$

Pentru circuitele obișnuite această valoare pentru λ este cu mult mai mare decît lungimea lor. În aceste circuite, dacă nu au derivații, electronii de conducție care formează gazul electronic vor oscila în fază în orice punct

al circuitului. Intensitatea instantanee a curentului va fi deci aceeași în orice punct al circuitului.

Pentru conductorii în care se stabilesc curenți de foarte înaltă frecvență starea electrică a conductorului se schimbă. Pentru o frecvență foarte înaltă a tensiunii de alimentare, de exemplu 10^9 Hz, se obține

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10^9 \text{ Hz}} = 0{,}3 \text{ m}.$$

În acest caz, electronii de conducție nu mai oscilează în fază în orice punct al conductorului. *Pentru frecvențe mari intensitatea instantanee a curentului nu mai este aceeași în toate punctele conductorului.* În acest caz pot apărea reflexii ale undei de curent la capetele conductorului care să producă o undă staționară.

4.3. PRODUCEREA UNDELOR ELECTROMAGNETICE

Pentru obținerea unei unde electromagnetice este necesar un generator de oscilații electromagnetice, așa cum pentru producerea undelor acustice trebuie folosit un vibrator. Unul din cele mai cunoscute circuite folosite pentru a radia în spațiu unde electromagnetice este *circuitul oscilant deschis* alimentat de un generator de oscilații electromagnetice.

Circuitul oscilant închis nu radiază practic unde electromagnetice. De exemplu, în cazul circuitului oscilant închis din figura 4.6, *a*, curenții din laturile opuse sînt de sensuri opuse și de aceea undele radiate de acești curenți au faze opuse. Perpendicular pe planul circuitului aceste unde se anulează reciproc. De-a lungul planului circuitului LC, defazajul între aceste unde este dat de latura δ a circuitului LC. Cum, în majoritatea cazurilor, $\delta \ll \lambda$, defazajul introdus de latura δ este practic nul și undele care pleacă în aceste direcții se anihilează reciproc.

Se poate schimba însă construcția circuitului oscilant, în așa fel încît în elementele lui separate curenții să aibă același sens. Pentru aceasta se îndepărtează armăturile condensatorului și se întind conductorii care leagă bobina cu condensatorul, într-o linie dreaptă (fig. 4.6, *c*).

Un circuit oscilant deschis se numește *dipol*.

Cel mai simplu circuit oscilant deschis este un fir conductor drept, străbătut de un curent alternativ de frecvență mare (fig. 4.6, *d*). În mijlocul conductorului liniar se intercalează o bobină pentru inducerea curentului oscilant de frecvență înaltă.

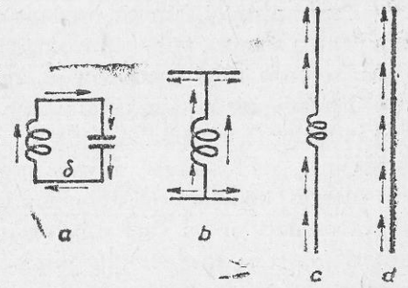


Fig. 4.6. Transformarea unui circuit oscilant închis într-un circuit oscilant deschis (dipol).

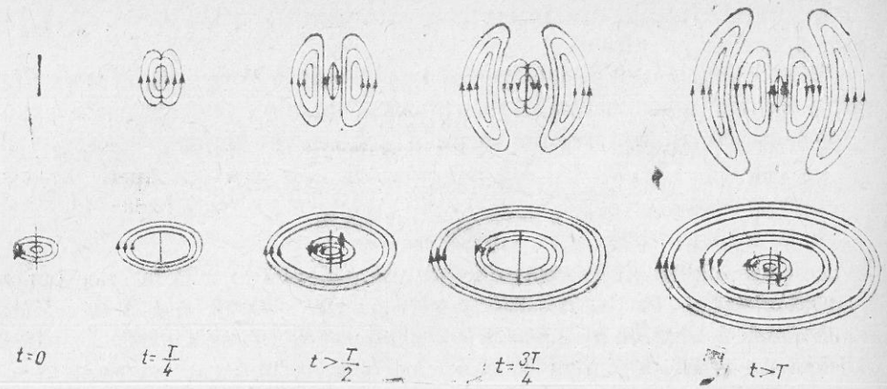


Fig. 4.7. Cîmpul electromagnetic radiat de un dipol electric. În apropierea dipolului excitator, componenta magnetică și cea electrică se deplasează cu o diferență de drum $\Delta\lambda = \frac{\lambda}{4}$. După ce s-au detașat, ele se propagă fără diferență de drum.

În spațiul din jurul dipolului există deci un cîmp electromagnetic care oscilează periodic, cu frecvența curentului alternativ din dipol.

Sarcinile de pe dipol (fig. 4.7) produc un cîmp electric peste care se suprapune cîmpul generat de variația în timp a cîmpului magnetic produs de curentul din dipol. Prin suprapunerea acestor două cîmpuri, rezultă în momentul cînd intensitatea curentului în conductor este zero, un cîmp electric cu linii de cîmp închise. Cîmpul electric cu linii închise se desprinde de dipol $\left(\text{momentul } t > \frac{T}{2}, \text{ fig. 4.7}\right)$ și începe să se propage. În semiperioada următoare, procesul se repetă dar sensul cîmpurilor electric și magnetic este invers. Oscilațiile cîmpului electromagnetic se propagă în spațiu după mecanismul cunoscut.

4.4. ANTENA

Este un dipol (circuit oscilant deschis), folosit pentru a radia în spațiu, sau pentru a capta unde electromagnetice de o anumită frecvență. Inductanța și capacitatea unui conductor de antenă sînt uniform distribuite de-a lungul lui. Fiecare metru de conductor are, aproximativ, o capacitate de 5 pF și o inductanță de 2μH. Antena, ca orice circuit oscilant, va avea o frecvență proprie ν_0 de oscilație, invers proporțională cu lungimea firului. Pentru ca energia undelor electromagnetice să aibă valori mari, trebuie ca frecvența oscilațiilor cu care este excitată antena să fie egală cu frecvența ei proprie ν_0. Cea mai simplă antenă constă dintr-un fir conductor izolat de pămînt, lungimea firului fiind egală cu jumătate din lungimea de undă proprie λ_0 (numită și lungime de undă fundamentală), adică $l = \frac{\lambda_0}{2}$.

O asemenea antenă se denumește *dipol semiundă*. Acest tip de antenă este analog unui tub sonor de lungime $\frac{\lambda}{2}$ închis la capete. La mijloc, tubul are un orificiu unde, cu ajutorul unui sistem oscilant se produce oscilația care provoacă rezonanța coloanei de aer. Oscilațiile mecanice ale coloanei de aer din tub dau naștere unei unde staționare cu noduri la capete. Analog, la capetele antenei unda electronică staționară prezintă noduri (de curent), iar la mijlocul antenei un ventru (de curent).

În timpul unei semiperioade curentul circulă într-un singur sens în lungul firului, iar în semiperioada următoare sensul se schimbă. Curentul prezintă o distribuție neuniformă a intensității efective, zero la capete și maximă la mijlocul antenei.

Astfel:

$$\lambda_0 = 2l,$$

se spune în acest caz că antena lucrează pe frecvența fundamentală (sau *modul fundamental*).

Și tensiunea este de asemenea neuniform distribuită de-a lungul antenei. S-a convenit să se numească tensiune într-un punct oarecare al antenei, diferența de potențial dintre punctul dat și punctul simetric de pe jumătatea a doua a firului.

Cu ajutorul unui instrument de măsură adecvat (milivoltmetru electronic) se poate stabili variația tensiunii efective U de-a lungul antenei. Măsurătorile arată că valoarea maximă a tensiunii efective, adică ventrul de tensiune, este totdeauna la capetele firului (de unde și necesitatea de a izola perfect antena). La mijloc, unde se află bobina de cuplaj cu generatorul, tensiunea este nulă (nod de tensiune).

În cazul undei electronice staționare din antena semiundă, valorile efective ale intensității curentului și tensiunii diferă în diversele puncte ale firului, dar distribuția lor în timp de-a lungul firului rămîne constantă. Variază doar valorile instantanee i și u.

După cum se observă și în figura 4.8, a și b ventrului de intensitate îi corespunde un nod de tensiune (de potențial, prin raportare la potențialul punctului O, considerat zero).

Între tensiunea și intensitatea curentului din antenă există un de-

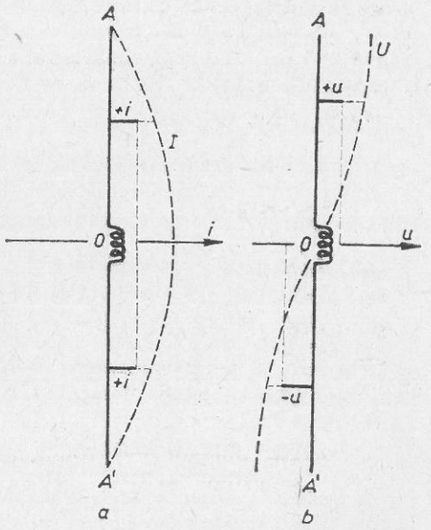


Fig. 4.8. *a)* Distribuția intensității efective a curentului și *b)* a potențialului de-a lungul unei antene $\frac{\lambda}{2}$.

23.04.80

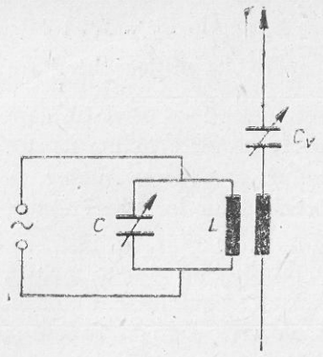


Fig. 4.9. Antenă acordată cu condensator variabil.

fazaj de $\frac{\pi}{2}$ rad, la fel ca la circuitul oscilant închis.

Dacă antena trebuie să funcționeze pe diferite lungimi de undă, este necesară acordarea ei, adică să fie modificată corespunzător lungimea de undă proprie. În practică, antena este acordată prin aceleași metode ca și un circuit oscilant închis:

— pentru a mări lungimea de undă proprie a unei antene, se introduce în circuitul ei o bobină care are același efect ca și mărirea lungimii ei;

— dacă se conectează în serie cu antena un condensator, lungimea de undă proprie a antenei se va micșora. Condensatorul fiind conectat în serie cu capacitatea C_A a antenei, capacitatea totală a circuitului de antenă va scădea, ceea ce este echivalent cu scurtarea antenei.

De obicei se introduce în circuitul antenei un condensator variabil (fig. 4.9) pentru a acorda antena pe frecvența dorită.

Problemă rezolvată. Un conductor vertical izolat la capete formează o antenă având o lungime $l = 30$ m și o capacitate proprie $C_A = 100$ pF. *a)* Să se calculeze inductanța proprie a antenei. *b)* Care ar fi lungimea de undă fundamentală a antenei, dacă un capăt al ei s-ar pune la pământ? *c)* Ca la orice sistem oscilant (oscilator) și în cazul funcționării antenei trebuie să aibă loc o oscilație a valorilor energiei. Să se explice mecanismul acestui proces. *d)* Se presupune că intensitatea efectivă a curentului este aceeași în ambele cazuri (*a*) și (*b*). Să se arate în ce caz energia transportată de undele electromagnetice este mai mare.

Rezolvare:

a) La funcționare pe modul fundamental $\lambda_0 = 2l = 60$ m și $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0} = 5 \cdot 10^6$ Hz.

Din condiția de rezonanță a circuitului acordat $\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, se obține $L = 10^{-5}$ H.

b) La capătul legat la pământ al antenei se formează un nod pentru potențial, deoarece potențialul pământului este nul și un ventru de curent, deoarece electronii se pot scurge din (sau în) pământ. La capătul opus se formează un nod pentru curent $I = 0$ la orice moment, deoarece electronii nu mai au unde să se scurgă și un ventru de tensiune. Antena este acum analoagă unui tub sonor închis la un capăt și deschis la celălalt. Lungimea de undă fundamentală este în acest caz $\lambda_0 = 4l = 120$ m.

c) Antena este un oscilator de tip electromagnetic. Energia cîmpului electric creat de sarcinile de la capetele antenei (la momentele pentru care $i = 0$) se transformă periodic în energie a cîmpului magnetic al curentului alternativ (momentele pentru care i este maxim în centrul conductorului). Și invers.

d) La aceeași intensitate efectivă a curentului din antenă, energia undelor electromagnetice radiate este cu atît mai mare, cu cît frecvența de oscilație este mai mare. Explicația constă în faptul că intensitatea cîmpului electric (magnetic)

generat prin variațiile cîmpului magnetic (electric) — deci energia transportată de undele electromagnetice — este cu atît mai mare, cu cît variațiile respective sînt mai rapide. Puterea antenei semiundă este deci mai mare decît cea a antenei sfert de undă.

EXTINDERE ÎN FIZICĂ

4.5. MIȘCAREA ACCELERATĂ A PURTĂTORILOR DE SARCINĂ, SURSĂ DE UNDĂ ELECTROMAGNETICĂ

Undele electromagnetice radiate de o antenă iau naștere din mișcarea accelerată a electronilor de conducție. Aceștia efectuează o mișcare oscilatorie de-a lungul antenei.

Să analizăm procesul de radiație a undelor electromagnetice pornind de la proprietățile cîmpurilor electric și magnetic a purtătorilor de sarcină electrică.

Într-un sistem de referință în care o particulă cu sarcină se află în repaus, aceasta creează un cîmp electric coulombian în care liniile de cîmp sînt uniform distribuite (fig. 4.10,*a*). Dacă particula se află în mișcare rectilinie uniformă, structura cîmpului electric se modifică. În direcția deplasării, liniile de cîmp se răresc, iar în cea perpendiculară se îndesesc, fenomen cu atît mai pronunțat cu cît viteza particulei este mai mare.

În același timp, deplasarea particulei cu sarcină fiind echivalentă cu un curent electric, rezultă că liniile cîmpului magnetic sînt cercuri situate într-un plan perpendicular pe direcția mișcării (fig. 4.10,*b*).

Dacă aceste considerații sînt valabile în cazul deplasării particulei într-un dielectric, să zicem aer sau vid, situația se modifică pentru deplasarea printr-un conductor. Deoarece într-un fir metalic se află purtători de sarcină atît

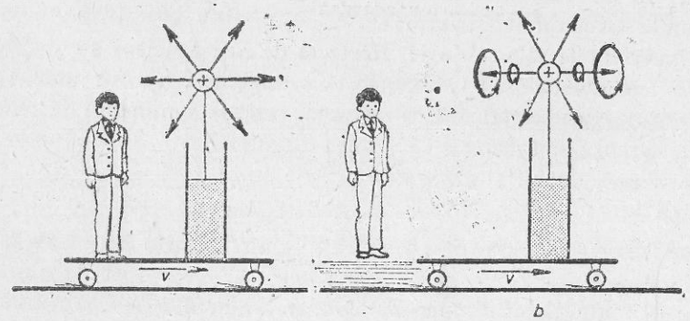


Fig. 4.10. *a)* Dacă particula cu sarcină electrică q se află în repaus constatăm numai acțiunea cîmpului ei coulombian.
b) Dacă particula cu sarcina electrică q se mișcă față de noi, constatăm și acțiunea unui cîmp magnetic.

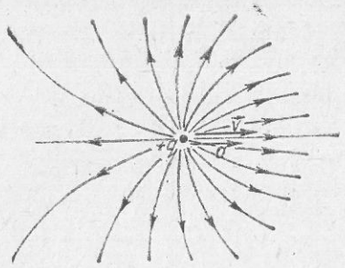


Fig. 4.11. Modificarea structurii liniilor de cîmp electric a unei particule cu sarcină electrică, în mișcare rectilinie accelerată.

pozitivi cît și negativi, cîmpul electric din exteriorul conductorului este practic nul. Curentul electric care parcurge un conductor creează deci practic numai un cîmp magnetic.

Modificarea de structură a cîmpului electric a particulei cu sarcină nu este însoțită și de o variație a energiei electromagnetice. Rezultă că nu apare în nici un fel un transfer de energie de la particulă la cîmpul ei. Aceasta înseamnă că particula cu sarcină nu va radia unde electromagnetice. Așadar, **o particulă cu sarcină electrică în mișcare rectilinie și uniformă nu radiază unde electromagnetice.**

În cazul în care particula are o mișcare accelerată, liniile cîmpului electric nu mai sînt drepte, devin curbe (fig. 4.11). Pentru a produce această variație, particula cu sarcină trebuie să radieze unde electromagnetice. În concluzie, **o particulă cu sarcină electrică, în mișcare accelerată radiază unde electromagnetice.**

4.6. LUMINA, UNDĂ ELECTROMAGNETICĂ

Receptorii vizuali din retina ochiului uman sînt sensibili la radiația electromagnetică cu lungimea de undă cuprinsă în intervalul $7{,}6 \cdot 10^{-7}$ și $4 \cdot 10^{-7}$ m. Radiația cu aceste lungimi de undă este denumită lumină.

În lucrarea sa clasică „Teoria electromagnetică a luminii" (1867), Maxwell a calculat viteza de propagare a luminii în vid*: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

El a găsit această viteză aproximativ egală cu aceea determinată experimental de fizicianul francez H. Fizeau (1819—1896) pentru propagarea luminii în aer. De aici Maxwell ajunge la concluzia că undele luminoase sînt unde electromagnetice.

Experiențele făcute de H. Hertz și de alți fizicieni au confirmat previziunile teoretice ale lui Maxwell. Aceste experiențe au arătat că undele electromagnetice se reflectă, se refractă, produc fenomenul de reflexie totală, de interferență și difracție.

Atît teoretic, cît și experimental, s-a stabilit că acțiunea luminii (impresionarea straturilor fotosensibile, efectul fotoelectric**, efectele fiziologice etc.) se datorează oscilațiilor vectorului cîmp electric $\vec{E}$ din unda luminoasă.

Lumina în care vectorul cîmp electric (vectorul luminos) oscilează haotic în toate direcțiile într-un plan perpendicular pe direcția de propagare

* În prezent, valoarea exactă, pentru viteza luminii în vid, acceptată, oficial prin convenție este $c = 2{,}99792458 \cdot 10^8$ m/s.

** *Efect fotoelectric* (extern), fenomen ce constă în punerea în libertate a electronilor din substanțe sub acțiunea luminii. A fost descoperit în 1887 de H. Hertz.

constituie *lumina naturală* (reprezentată schematic ca în figura 4.12, *a*). Lumina în care vectorul luminos are o singură direcție de oscilație este denumită *total polarizată* sau *liniar polarizată* (fig. 4.12, *b*).

Lumina dată de o sursă este rezultatul emisiei simultane a miliarde de atomi care emit lumină polarizată cu orientări diferite. Putem considera că lumina provenită de la o asemenea sursă va conține unde de polarizații diferite, în toate direcțiile perpendiculare pe direcția de propagare, deci este *lumină naturală*.

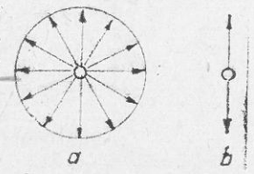


Fig. 4.12. *a)* Lumină naturală; *b)* lumină total polarizată (sau liniar polarizată).

Lumina alcătuită din radiații de o singură lungime de undă se numește *monocromatică*. Senzația unei anumite culori poate fi obținută nu numai cu o radiație monocromatică, ci și cu un amestec de mai multe radiații monocromatice.

Lumina care conține toate radiațiile spectrului vizibil (toate culorile spectrale) corespunzînd luminii solare de la mijlocul zilei, poartă numele de *lumină albă*.

4.7. CLASIFICAREA UNDELOR ELECTROMAGNETICE

Undele (radiațiile) electromagnetice pot fi grupate după fenomenul care stă la baza producerii lor. Astfel, radiațiile numite *herțiene* se datoresc oscilației electronilor în circuitele oscilante LC sau în circuitele electronice speciale („cu cavități rezonante").

Prin transformarea energiei interne a oricărui corp în energie electromagnetică rezultă *radiațiile termice*. Radiațiile electromagnetice numite *radiații de frînare* apar la frînarea bruscă a electronilor în cîmpul nucleului atomic. *Radiațiile de sincroton** își au originea în mișcarea electronilor într-un cîmp magnetic.

Acestor grupe de radiații le corespund anumite domenii de frecvențe (fig. 4.13).

Cea mai uzuală împărțire a radiațiilor electromagnetice se face însă după frecvență și lungimea lor de undă în vid. Această împărțire cuprinde, așa cum se arată în diagrama din figura 4.13, grupele:

1. *Undele radio*. Domeniul de frecvență a acestor unde este cuprins între zeci de hertz pînă la un gigahertz (1 GHz = 10^9 Hz), adică au lungimea de undă cuprinsă între cîțiva km pînă la 30 cm. Se utilizează în special în transmisiile radio și TV. După lungimea de undă se subîmpart în unde lungi (30 km — 750 km), unde medii (750 — 50 m), unde scurte (50—10 m) și unde ultrascurte (10 — 30 cm).

* Denumirea se datorește faptului că acest fenomen a fost pus în evidență la o instalație de accelerare a electronilor în cîmp magnetic numită sincrotron.

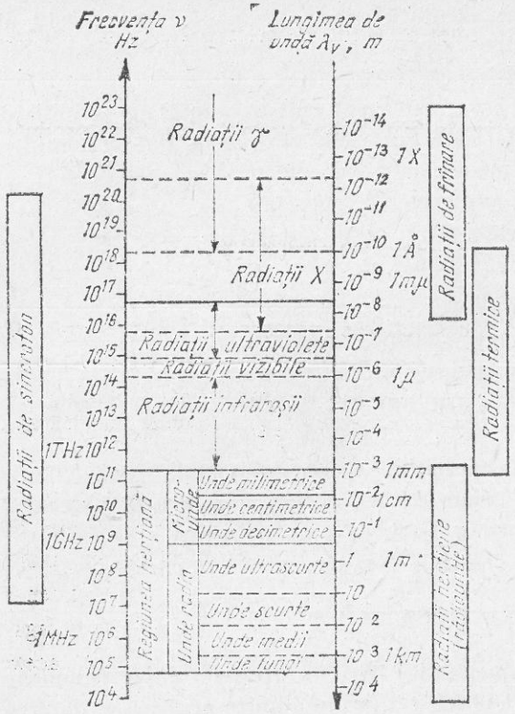


Fig. 4.13. Clasificarea undelor (radiațiilor) electromagnetice, în raport de frecvența ν și lungimea de undă în vid λ_ν. În interiorul scalei ν-λ_ν sînt date denumirile uzuale pentru diferite intervale de frecvențe (lungimi de undă). În afara scalei sînt indicate cele patru moduri de producere a radiațiilor electromagnetice.

2. *Microundele.* Sînt generate ca și undele radio de instalații electronice. Lungimea de undă este cuprinsă între 30 cm și 1 mm. În mod corespunzător frecvența variază între 10^9 — 3.10^{11} Hz. Se folosesc în sistemele de telecomunicații, în radar și în cercetarea științifică la studiul proprietăților atomilor și moleculelor, a plasmei în sistem gaz ionizat. Se subîmpart în unde decimetrice, centimetrice și milimetrice.

3. *Radiația infraroșie.* Cuprinde domeniul de lungimi de undă situat între 10^{-3} și $7{,}8 \cdot 10^{-7}$ m (3.10^{11} — 4.10^{14} Hz). În general sînt produse de corpurile încălzite. În ultimul timp s-au realizat instalații electronice care emit unde infraroșii cu lungimea de undă submilimetrică.

4. *Radiația vizibilă.* Este radiația cu lungimea de undă cuprinsă între aproximativ $7{,}6 \cdot 10^{-7}$ m și 4.10^{-7} m.

5. *Radiația ultravioletă.* Lungimea de undă a acestei radiații este cuprinsă în domeniul $3{,}8 \cdot 10^{-7}$ m și 6.10^{-10} m (8.10^{14} — 3.10^{17} Hz). Este generată de către moleculele și atomii dintr-o descărcare electrică în gaze. Soarele este o sursă puternică de radiații ultraviolete.

6. *Radiația X* (sau Roentgen). Au fost descoperite în 1895 de fizicianul german W. Roentgen. Sînt produse în tuburi speciale în care un fascicul

de electroni accelerat cu ajutorul unei tensiuni electrice mari bombardează un electrod.

7. *Radiația* γ constituie regiunea superioară (3.10^{18} — 3.10^{22} Hz) în clasificarea undelor electromagnetice în raport cu frecvența lor. Sînt produse de către nucleele atomilor.

4.8. REFLEXIA ȘI REFRACȚIA UNDELOR ELECTROMAGNETICE. REFLEXIA TOTALĂ

Procesele de propagare studiate la undele mecanice pot fi observate în general și la undele electromagnetice. Dar, deoarece undele electromagnetice se întind pe un domeniu de frecvențe foarte larg, aceste procese au aspecte specifice domeniului, motiv pentru care procesele se studiază cu mijloace potrivite.

În cele ce urmează, se vor verifica în cazul undelor electromagnetice cu lungimea de undă din domeniul centimetrilor (microunde) și al luminii vizibile legile reflexiei și refracției demonstrate experimental și teoretic pentru unde mecanice la paragraful 3.7. Așa cum s-a arătat la pagina 135 cele două fenomene, reflexia și refracția se produc simultan, energia undei incidente regăsindu-se parțial în unda reflectată, parțial în unda refractată. Și acest aspect va fi evidențiat de experimentele care urmează.

a) Reflexia și refracția microundelor. Microundele pot fi bine direcționate, adică pot fi dirijate într-un fascicul relativ îngust pe o anumită direcție.

Folosim dispozitivul pentru producerea și studiul undelor electromagnetice* adaptat pentru acest experiment. Receptorul (*a*) și emițătorul (*b*) au antene în formă de dipol (fig. 4.14). Pentru direcționare, dipolul

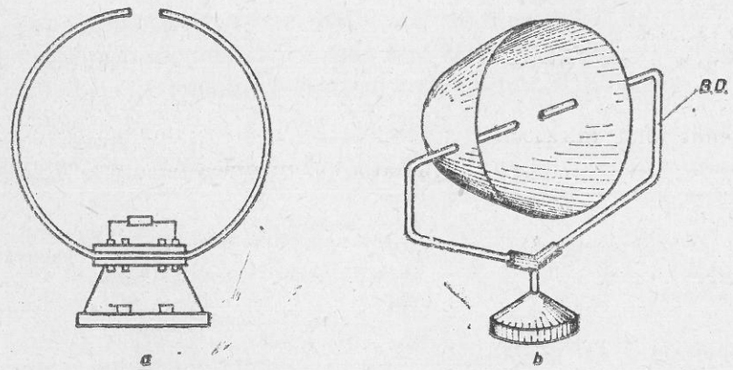


Fig. 4.14. Antena receptorului (*a*) și emițătorului (*b*) de microunde.

* Produs de „Didactica" în 1971.

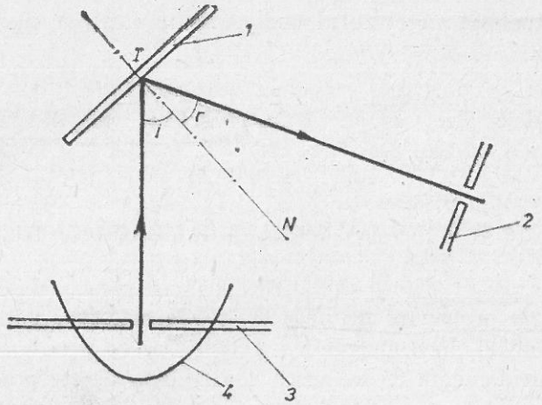


Fig. 4.15. Dispozitivul pentru studierea reflexiei microundelor.

emițătorului este așezat în focarul unei oglinzi metalice parabolice. Schema dispozitivului este desenată în figura 4.15.

Dipolul emițătorului (3) pus în legătură cu oscilatorul de microunde emite unde electromagnetice care sînt dirijate cu ajutorul oglinzii parabolice (4) către placa metalică (1) așezată sub un unghi oarecare. Dipolul receptor (2) primește un semnal care este cules de diodă și măsurat de un voltmetru de curent continuu. Semnalul emis a ajuns la dipolul antenei receptorului prin reflexie. Placa metalică este o oglindă pentru undele electromagnetice. Pentru două poziții fixe ale emițătorului și receptorului, semnalul măsurat este maxim pentru acea poziție a oglinzii metalice plane pentru care $\hat{i} = \hat{r}$ (relația 3.11).

De acest lucru ne dăm seama observînd indicația voltmetrului, care e variabilă, aceasta fiind maximă însă numai în cazul în care $\hat{i} = \hat{r}$.

Plasăm un detector în spatele plăcii încercînd să vedem dacă există transmisie prin metal. Nu detectăm nimic. Refacem experiențele cu diferite „oglinzi". Rezultatele sînt trecute în tabelul următor:

Materialul	Reflexie	Transmisie
metal	bună	nu se observă
ecran de fire metalice	bună	slabă
hîrtie	nu se observă	bună
mîna experimentatorului	slabă	nu se observă
sticlă	slabă	slabă
parafină	slabă	slabă

Se observă că microundele străbat anumite substanțe. Suprafețele metalice chiar necompacte reflectă foarte bine aceste unde, fapt care explică utilizarea unor antene de acest fel pentru captare și emisie direcționată.

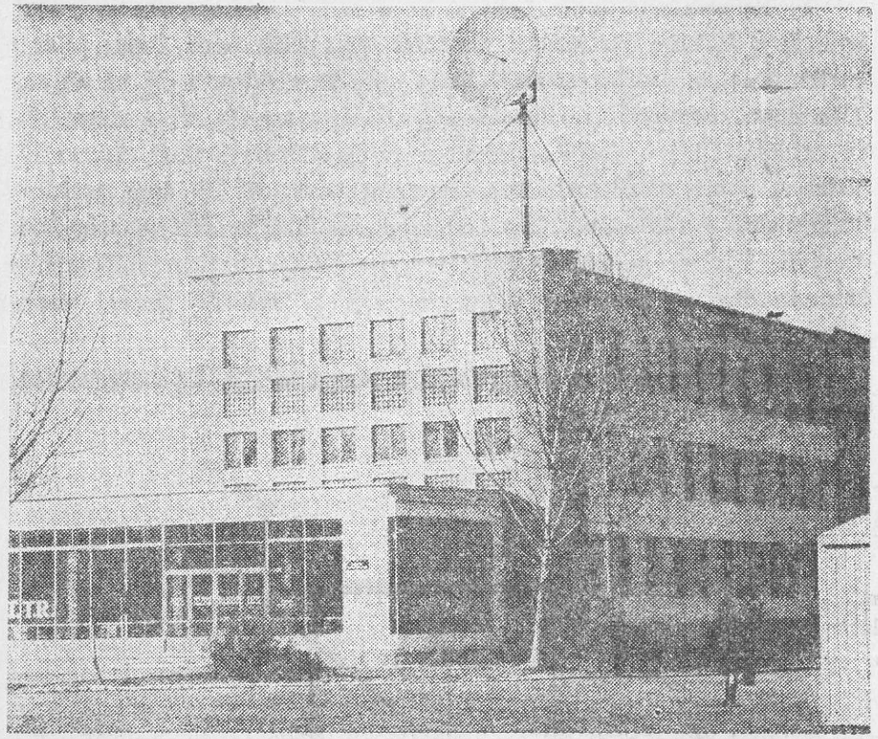


Fig. 4.16. Antenă de microunde pentru comunicații telefonice interurbane.

Astfel de antene se observă la releele de retransmisie pentru televiziune sau pentru telefonie interurbană automată (fig. 4.16), cazuri în care se utilizează microunde.

Dirijînd un fascicul de microunde pe o lentilă de parafină L se poate realiza focalizarea fasciculului paralel în focarul lentilei în care este plasat detectorul D (fig. 4.17), ceea ce dovedește refracția microundelor.

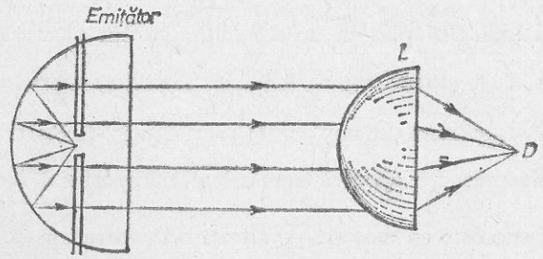


Fig. 4.17. Refracția microundelor.

b) Reflexia și refracția luminii. Pe o foaie de carton alb se așază o oglindă O fixînd-o vertical cu plastilină (fig. 4.18). Acul A este prins în carton în A_1 în poziție verticală. Lîngă oglindă se înfige în B_1 un alt ac B. Din planul cartonului, se vizează acul A care apare în A' imaginea lui A în oglindă. Dintr-o poziție oarecare se vede atît B cît și A'. Se modifică locul de vizare pînă cînd B se suprapune peste A'. În acea poziție C_1 înfigem un al treilea ac C. În acest mod, A', B, C se află pe aceeași rază vizuală. Trasăm pe carton dreptele A_1B_1 și B_1C_1, desenăm linia oglinzii, normala B_1N și măsurăm unghiurile i și r. Valorile găsite, verifică relația 3.11.

Dacă lumina cade pe o suprafață cu neregularități, după reflexie fasciculul paralel va fi *difuzat*.

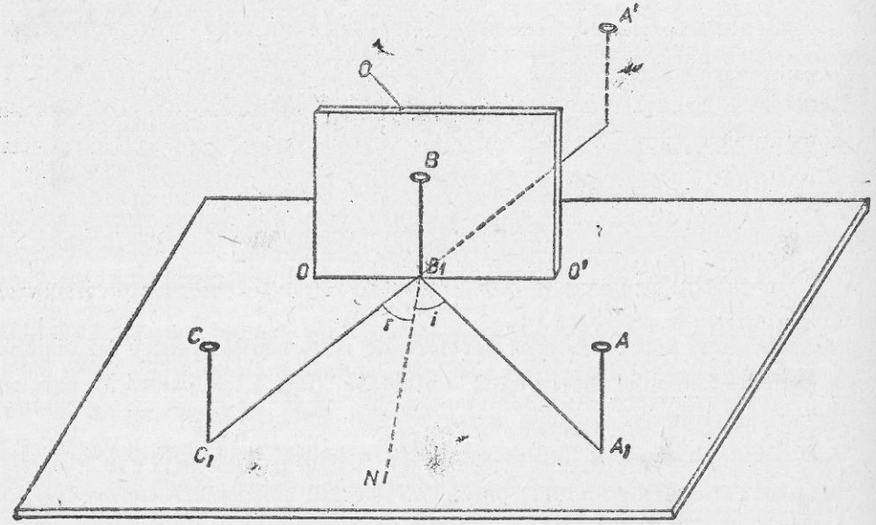


Fig. 4.18. Un procedeu de măsurarea unghiurilor de incidență și de reflexie.

Pe aceeași linie OO' plasăm un semicilindru din plastic sau de sticlă și procedăm așa cum arată figura 4.19, *a*. Calculăm raportul $\frac{\sin i_1}{\sin r_1}$. Fixăm acul A în alt loc și potrivim din nou acul (C) astfel încît A, B și C să se suprapună prin vizare. Măsurăm pe i_2 și r_2; apoi calculăm raportul $\frac{\sin i_2}{\sin r_2}$.

Procedînd succesiv ca mai sus de cîteva ori constatăm egalitatea rapoartelor, ceea ce ne dă dreptul să considerăm valoarea constantei ca o carac-

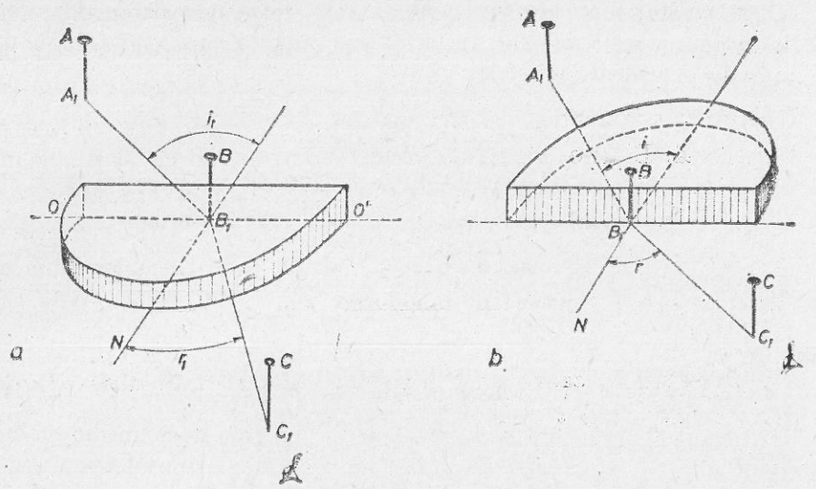


Fig. 4.19. Un procedeu pentru măsurarea unghiurilor de incidență și de refracție: *a)* din aer în sticlă; *b)* din sticlă de aer.

teristică a trecerii luminii din aer (mediul 1) în sticlă (mediul 2). Valoarea constantei n_{21} numită *indice de refracție al mediului 2 față de 1* (vezi relația 3.10') este

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{21}. \qquad (4.1).$$

În tabelul următor se dau indicii de refracție pentru cîteva substanțe și materiale, în raport cu vidul:

Materialul	Indicele de refracție	Observații
aerul	1,0003	la $10^5 \frac{N}{m^2}$, 20°C (condiții normale)
apa	1,33	
diamantul	2,42	
alcoolul etilic	1,36	
gheața	1,31	
plexiglasul	1,50	
sticlă „crown"	1,52	67% SiO_2, 12% Na_2O, 11% BaO, 10% diferite
sticlă „flint"	1,65	39% SiO_2, 3% Na_2O, 49% PbO, 9% diferite

Determinarea cu precizie a vitezei luminii a permis să se verifice și în cazul undelor electromagnetice valabilitatea completă a relației (3.10'):

$$n_{21} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2},$$

Dacă mediul din care vine lumina este vidul indicele de refracție al mediului se numește *absolut*. În acest caz, notînd cu c viteza luminii în vid, relația precedentă se scrie:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_2 = \frac{c}{v_2}.$$

Cu această notație, relația 3.10′ între două medii oarecare 1 și 2 se scrie:

$$n_{21} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\frac{c}{v_2}}{\frac{c}{v_1}} = \frac{n_2}{n_1};$$

sau

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r. \qquad (4.2).$$

Se observă că la suprafața de separație dintre două medii produsul între indicele de refracție absolut al unui mediu și sinusul unghiului pe care îl face în acel mediu raza de lumină cu normala este constant. Se spune că acest produs este un *invariant*. Expresia $n \sin \alpha$ se numește invariantul lui Descartes.

René Descartes (1596—1650). Mare matematician, fizician și filozof francez. A pus bazele geometriei analitice, a descoperit, independent de olandezul Snell Van Royen (1591—1626), legea refracției luminii.

Studiul său *„Discurs asupra metodei"* scris ca o introducere la o lucrare care cuprindea, între altele, „Dioptrica" și „Geometria" expune căile urmate de el pentru cunoașterea adevărului. Ideile conținute în acest studiu au avut o importanță deosebită pentru promovarea rațiunii împotriva dogmelor evului mediu, în general, și pentru dezvoltarea gîndirii științifice în special.

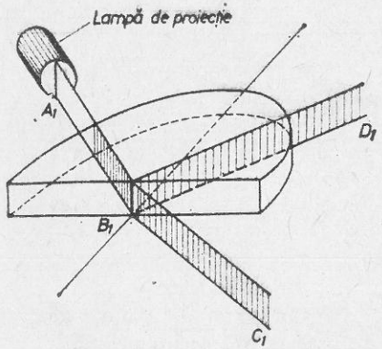


Fig. 4.20. Observarea simultană a reflexiei și refracției luminii

Refăcînd experimentele, dar privind invers (fig. 4.19, *b*)*, se constată că:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{12} = \frac{1}{n_{21}}.$$

Pentru o anumită valoare a unghiului de incidență (unghi limită) $i = l$, unghiul de refracție r atinge valoarea $\frac{\pi}{2}$, adică raza B_1C_1 este razantă suprafeței de separație. Pentru orice $i > l$ lumina se reflectă total. Acest proces se observă spectaculos dacă se trimite pe direcția A_1B_1 un fascicul de lumină îngust (fig. 4.20). Se va observa că pe măsură

* Observăm că la trecerea razei din sticlă în aer și invers (pe suprafața cilindrică) raza nu-și schimbă direcția deoarece acul B_1 fiind în centru raza este perpendiculară pe suprafață.

23.05.90

ce unghiul i crește de la zero, cînd raza transmisă este la fel de intensă ca incidenta, are loc simultan o refracție și o reflexie în punctul B_1, intensitatea razei reflectate B_1D_1 crescînd, iar a razei refractate B_1C_1 slăbind. După ce $i > l$ raza B_1C_1 dispare, iar B_1D_1 devine la fel de luminoasă ca A_1B_1.

Fenomenul de reflexie totală se produce în general pentru orice undă electromagnetică în procesul de propagare printr-un tub metalic cu secțiunea dreptunghiulară sau cilindrică. În acest fel tubul devine un *ghid al undei* deoarece întreaga energie a fasciculului intrat rămîne în interior; unda propagîndu-se de-a lungul tubului. În particular, un exemplu de ghid de undă este o fibră optică (fig. 4.21). Lumina intrată printr-un capăt iese prin

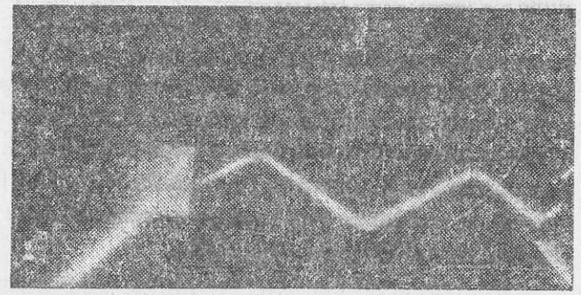


Fig. 4.21. Fibra optică este un ghid de undă pentru lumină

capătul celălalt fără pierderi de intensitate deoarece fasciculul incident este trimis sub un unghi mai mare decît unghiul limită. O aplicație a acestui proces este *endoscopul*, cunoscut și din manualul de clasa a VIII-a.

4.9. DISPERSIA
SPECTRE DE EMISIE ÎN DOMENIUL VIZIBIL

Determinarea precisă a indicelului de refracție arată că valoarea lui depinde de frecvența (lungimea de undă) a fasciculului incident. Acest fenomen se numește *dispersie*.

În tabelul următor se dă indicele de refracție al sticlei „crown" față de vid în funcție de lungimea de undă în vid.

Lungimea de undă (Å)	Indice de refracție	Observație
7 600—6 300	1,514	roșu (6 560 Å; $4{,}57 \cdot 10^{14}$ Hz)
6 300—5 900		portocaliu
5 900—5 600	1,517	galben (5 890 Å; $5{,}10 \cdot 10^{14}$ Hz)
5 600—4 900		verde
4 900—4 500	1,523	albastru-verde (4 860 Å; $6{,}18 \cdot 10^{14}$ Hz)
4 500—3 800	1,539	violet (3 610 Å; $8{,}31 \cdot 10^{14}$ Hz)

Din acest tabel rezultă că dacă de-a lungul razei incidente se propagă mai multe unde electromagnetice de lungimi de undă diferite, după refracție, undele vor fi separate deoarece unghiul de refracție va fi diferit. Mediul care produce dispersia este *dispersiv*.

Indicii de refracție din tabelul de la pagina 189 sînt determinați pentru radiația (5 890 Å) galben.

În planșa de la sfîrșitul manualului se observă un experiment de dispersia luminii. Dispersia luminii provenită de la un bec cu incandescență efectuată pe prima față a prismei se accentuează pe a doua (v. aplicația de la sfîrșitul paragrafului). Ochiul percepe pe ecran o succesiune continuă de culori: roșu, portocaliu, galben, verde, albastru și violet* corespunzătoare unui interval al lungimilor de undă între aproximativ 7 600 Å și 3 800 Å (vezi și tabelul precedent). Această figură, numită și spectrul continuu al luminii, este o alăturare de imagini colorate diferit ale fantei F corespunzătoare iluminării acesteia de către fiecare componentă existentă în lumina emisă de becul incandescent. Lumina care constituie una din componente, se numește radiație *monocromatică*. (Lumina monocromatică poate fi separată și printr-un filtru care transmite o componentă și le absoarbe pe celelalte.) Trecînd fasciculul dispersat printr-o prismă se realizează recompunerea componentelor într-un fascicul de lumină identic cu cel incident (fig. 4.22).

Spectrul continuu se poate obține prin trecerea printr-o prismă a unui fascicul de lumină provenit de la solide sau lichide incandescente sau gaze

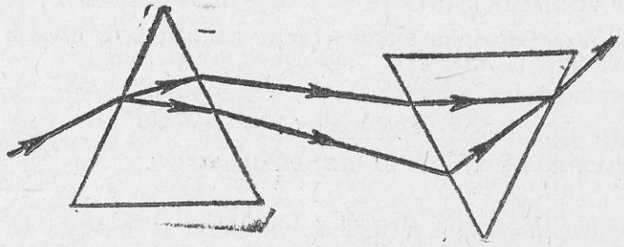


Fig. 4.22. Recompunerea luminii

incandescente aflate la presiune foarte înaltă. (Filamentul becului care luminează este un metal incandescent.)

Un aparat cu care se poate studia un spectru este *spectroscopul cu prismă** (fig. 4.23). Dacă iluminăm fanta F a colimatorului C_1 aflată în focarul sistemului optic L_1 cu lumină provenită de o sursă S_1 (de exemplu un gaz excitat, aflat la mică presiune, într-un tub de descărcări), în lunetă se va observa un *spectru de linii*. Peste acest spectru se suprapune

* Indigoul este o nuanță de violet.

** Există și alte tipuri de spectroscop.

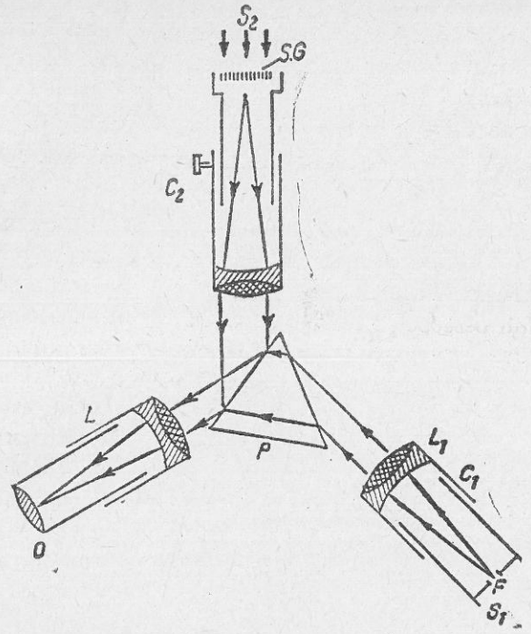


Fig. 4.23. Spectroscopul.

lungimea scării gradate *S.G.* aflată în focarul colimatorului C_2. Observarea se face cu luneta L direct (spectroscop) sau prin înregistrare pe film (spectrograf). Pe planșa de la sfîrșitul manualului sînt figurate cîteva spectre de linii. Se observă existența a numai cîtorva linii care sînt fiecare imaginea fantei iluminată de cîte una din componentele fasciculului incident pe fantă. Spectrul de linii al unei substanțe este specific, ceea ce indică specificitatea alcătuirii radiației provenite de la gaze aflate în condițiile arătate. Faptul că spectrul este caracteristic unei substanțe, arată că atomii substanței aflate în stare de gaz emit aceleași radiații.

APLICAȚIE ȘI EXEMPLE DE CALCUL

1. *Deviația unei radiații monocromatice printr-o prismă optică.* O prismă optică (fig. 4.24, *a*) este construită dintr-un material transparent cu un indice de refracție mare (sticlă „crown" sau „flint"; v. tabelul de la pagina 189). Notăm cu A unghiul diedru dintre fețele *1* și *2*. Mersul razei prin prismă se observă pe secțiunea din figura 4.24, *b* [explicați cu ajutorul relației (4.1)]. Deviația razei SI_1, este dată de unghiul δ dintre incidenta SI_1 și emergenta I_2E. Din triunghiul I_1CI_2 se observă că

$$\delta = (i_i - r_1) + (i_2 - r_2) = i_1 + i_2 - (r_1 + r_2)$$

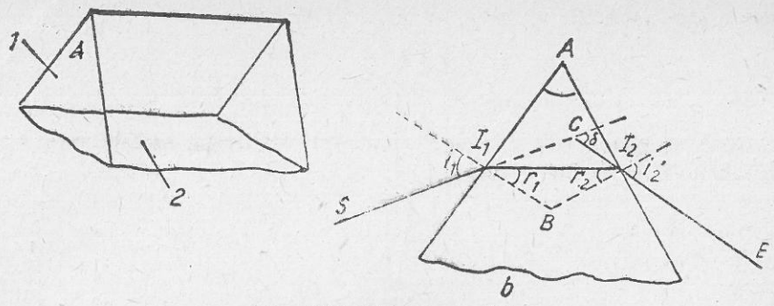


Fig. 4.24. Prisma optică.

dar $r_1 - r_2 = 180° - B = A$ (patrulaterul AI_1I_2B este inscriptibil). Rezultă:

$$\delta = i_1 + i_2 - A.$$

2. Indicele de refracție al unui anumit tip de sticlă este $n = 1{,}50$ pentru radiația a cărei lungime de undă în vid este de 6 000 Å. Care este lungimea de undă λ_n a acestei radiații cînd trece printr-un bloc de sticlă de acest fel?

Rezolvare:

Frecvența rămîne nemodificată și este dată de:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6 \cdot 10^3 \cdot 10^{-10}\ \text{m}} = 5 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}.$$

Viteza luminii în sticlă este v

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1{,}50} = 2 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Lungimea de undă în sticlă este

$$\lambda_n = \frac{2 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}} = 4 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 4\,000\ \text{Å}.$$

o deosebire foarte mare față de vid $\left(\frac{\lambda_n}{\lambda} = \frac{2}{3}\right)$.

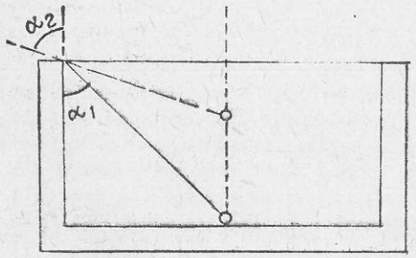


Fig. 4.25. Pentru problema rezolvată.

3. O piatră se află pe fundul unui bazin de înot la 2,5 m de perete. Bazinul are o adîncime de 2,5 m și este plin cu apă. Sub ce unghi maxim α_2 față de peretele bazinului poate fi văzută piatra (fig. 4.25)?

Rezolvare:

Unghiul α_1 rezultă din:

$$\text{tg}\ \alpha_1 = \frac{2{,}5}{2{,}5} = 1,\quad \alpha_1 = 45°.$$

Aplicînd legea refracției $n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$ obținem:

$$1{,}33 \sin 45° = 1{,}00 \sin \alpha_2$$

$$\sin \alpha_2 = 0{,}940;\ \alpha_2 \approx 70°.$$

Se observă că piatra pare a fi mai aproape de suprafață, bazinul pare a fi mai puțin adînc, o iluzie bine cunoscută.

EXTINDERE ÎN ALTE DOMENII

4.10. PROPAGAREA UNDELOR RADIO. IONOSFERA

Undele emise de o antenă radio se împart în general în două grupuri de unde. Undele radiate orizontal și care se propagă de-a lungul suprafeței pămîntului, în păturile inferioare ale atmosferei, se numesc *unde de suprafață.* Undele radiate sub un unghi oarecare față de suprafața pămîntului se numesc *unde spațiale.* Undele de suprafață sînt absorbite, în drumul lor, de sol și de diferite obstacole locale: munți, dealuri, păduri, clădiri, linii electrice etc. Absorbția (atenuarea) lor este cu atît mai puternică, cu cît frecvența este mai ridicată.

Undele spațiale sînt mai puțin absorbite în păturile inferioare ale atmosferei (stratosfera) și puternic absorbite, refractate sau reflectate în straturile superioare ale atmosferei (peste 50 km altitudine) care alcătuiesc ionosfera. Ionosfera este acea parte a atmosferei terestre, situată deasupra stratosferei, care afectează în mod deosebit propagarea undelor electromagnetice. Aerul rarefiat din regiunea ionosferei, sub influența radiației solare și radiației corpusculare și electromagnetice care provine din cosmos, se ionizează. Aceasta înseamnă că unii atomi (sau molecule) ai gazelor ce alcătuiesc aerul se descompun în electroni liberi și ioni pozitivi. Electronii liberi pot să dea împreună cu moleculele neutre, ioni negativi labili. Pentru acest tip de ioni, electronul liber gravitează un timp scurt în jurul moleculei urmînd să o părăsească pe o traiectorie simetrică cu cea de apropiere. Existența ionilor negativi labili ai oxigenului molecular (O_2^-) în ionosferă, confirmă teoria academicianului Th. V. Ionescu* cu privire la explicarea unor reflexii „critice" a undelor electromagnetice în ionosferă.

* Theodor V. Ionescu (n. 1899), fizician român. Academician, profesor la Universitatea din București. A studiat absorbția undelor electromagnetice în gaze ionizate; a efectuat cercetări asupra proceselor din ionosferă și a plasmei.

Densitatea de ionizare a ionosferei, sau numărul de electroni liberi raportat la volum depinde de altitudine, anotimp, oră și de activitatea solară. În raport cu densitatea de ionizare, ionosfera se împarte în mod convențional, în două straturi (E și F) concentrice Terrei (fig. 4.26). Acestea sînt caracterizate prin proprietăți reflectante și absorbante, diferite în raport cu frecvența undei radio.

Deoarece în ionosferă ionizarea variază treptat, fără discontinuități, traiectoria undelor electromagnetice prin aceasta, este o curbă lină și nu o linie frîntă. Cu cît lungimea de undă este mai mare și cu cît densitatea de ionizare este mai ridicată, cu atît refracția undei este mai mare.

În raport cu lungimea de undă a undei radio și cu densitatea de ionizare, sînt posibile mai multe căi de propagare, reprezentate în figura 4.26. În această figură sînt marcate cele două straturi principale, E și F care se formează în ionosferă. Raza *1*, cu o lungime

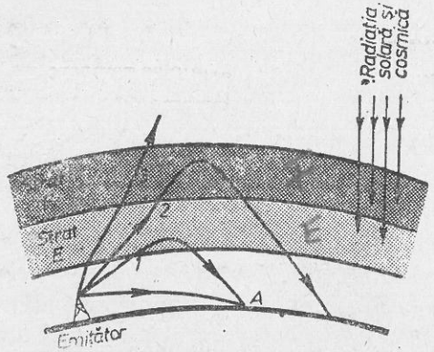


Fig. 4.26. Straturile F și E sînt straturile componente principale ale ionosferei. Ionosfera reflectă radiațiile herțiene de frecvență joasă, atît cele care vin dinspre Pămînt cît și cele care vin din spațiul exterior Pămîntului

de undă $\lambda_1 \approx 200 \div 600$ m, este atît de puternic refractată în stratul E, încît se întoarce pe Pămînt. Stratul E se comportă ca o placă metalică pentru această undă, reflectînd-o.

Explicația fizică a reflexiei undelor electromagnetice pe suprafețele corpurilor conductoare se explică prin faptul că unda incidentă creează în stratul superficial al conductorului, curenți de conducție care la rîndul lor radiază unde electromagnetice noi, adică unde reflectate.

Razele *2* și *3* cu lungimea de undă mai scurtă, astfel încît $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$, trec prin stratul E, deoarece densitatea lui de ionizare este insuficientă pentru a le reflecta. Densitatea de ionizare a stratului F este de asemenea insuficientă pentru a reflecta raza *3*. Explicația constă în faptul că lungimea de undă a razei *3* este prea mică, sau în faptul că raza *3* pătrunde în stratul E sub un unghi aproape drept

și ajungînd pînă la mijlocul acestui strat — unde densitatea de ionizare este maximă — nu este deviată într-atît, încît să se poată îndrepta spre pămînt. O rază de acest fel pleacă în spațiul cosmic și este pierdută pentru radiotelecomunicații. Raza *2* se reîntoarce pe Pămînt într-un punct mult mai depărtat decît raza *1*.

Trecînd prin păturile ionizate, undele nu sînt numai refractate, dar și *atenuate*, adică are loc o micșorare a amplitudinilor. Fenomenul se datorește disipării energiei transportate de undă la străbaterea mediului gazos ionizat.

Propagarea undelor radio cu diferite lungimi de undă prezintă următoarele particularități:

1. *Undele lungi* (3 000—30 000 m) se propagă exclusiv prin unde de suprafață, urmînd curbura Pămîntului și ocolind diferite obstacole (fig. 3.17 explică modul de apariție a undelor în spatele unor obstacole pe baza principiului Huygens).

În general, antenele stațiilor de emisie pe unde lungi radiază în special în plan orizontal, și toate undele spațiale se reîntorc la pămînt fără a avea însă vreo influență asupra undelor emise în plan orizontal, deoarece energia lor este mult prea mică. Iarna și noaptea, cînd aerul este mai puțin ionizat, „bătaia" undelor lungi este mai bună decît vara sau în timpul zilei.

Suprafața pămîntului și diferite obstacole absorb puternic undele de suprafață și de aceea sînt necesare emițătoare de putere mare pentru a se realiza transmisiuni la distanțe mari.

2. *Undele medii* (200—3 000 m) sînt cele mai folosite pentru radiodifuziune. După tipul de propagare ele se împart în trei părți. Undele de 1 000—3 000 m se propagă la fel ca undele lungi. Undele de 200—600 m sînt puternic absorbite în timpul zilei și au o bătaie mică; bătaia crește considerabil noaptea. Amplitudinile acestor unde sînt supuse unor variații puternice datorită interferenței (însumării) undei de suprafață cu cea spațială reflectată de ionosferă. Unda se întărește (amplifică) dacă fazele celor două unde coincid și slăbește dacă fazele sînt opuse. Acest fenomen de slăbire a semnalului radio se numește *feding*.

Undele de 600—1 000 m, supuse deseori fedingului, mai slab însă decît la cele de 200—600 m, se propagă mai bine noaptea.

3. *Undele decametrice* (undele scurte, US) se propagă mai ales prin unda spațială reflectată de ionosferă, la distanțe extrem de mari*.

* Prin reflexie multiplă ionosferă — suprafața Pămîntului, undele radio scurte pot înconjura globul pămîntesc.

Undele metrice (undele ultrascurte, UUS) se propagă prin undă directă și undă reflectată.

Unda directă se propagă urmînd un traseu cu durată minimă, între două antene: una de emisie și alta de recepție, de obicei cu vizibilitate directă. Este singura undă importantă în radiocomunicațiile în unde metrice, decimetrice, centimetrice (televiziune, radiodifuziune sonoră cu modulație de frecvență, radioreleu etc.).

EXTINDERE ÎN TEHNOLOGIE

4.11. *Radiolocația cu unde electromagnetice* înseamnă determinarea existenței și poziției unui obiect pe baza caracteristicilor undelor electromagnetice (viteză de propagare constantă și propagare în linie dreaptă). Poziția obiectului (țintei) este caracterizată de elementele din figura 4.27, *a*. Distanța pînă la obiect r se determină din relația $r = \frac{c\tau}{2}$, unde τ este intervalul după care este recepționată unda

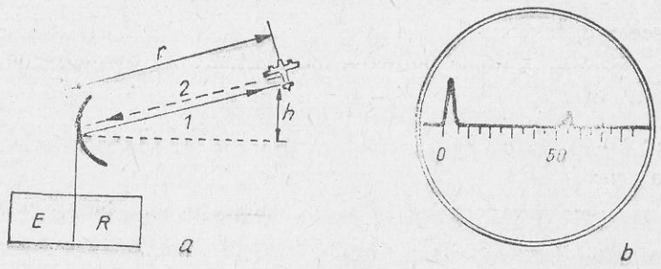


Fig. 4.27. *a)* Instalație de radiolocație:

(*E*) emițător, (*R*) receptor și antena parabolică emisie-recepție, cu directivitate pronunțată.

b) Receptorul cuprinde și un oscilograf electronic drept indicator al existenței și poziției obiectului.

reflectată iar c viteza de propagare a undei radio (decimetrică sau centimetrică).

Instalația de radiolocație se compune, în esență, dintr-un emițător, un receptor și un sistem de antene.

Pentru a se putea stabili coordonatele unghiulare ale obiectului, undele radio trebuie să fie emise sub forma unor fascicule cît mai înguste. Pentru aceasta, antena radiolocatorului se așază în focarul unei oglinzi metalice concave, care reflectă undele pe o singură direcție.

Emițătorul radiolocatorului emite trenuri de unde separate prin pauze, adică funcționează în impulsuri. În timpul pauzelor de emisie, antena se cuplează, prin intermediul unui dispozitiv numit duplexor, cu receptorul și recepționează undele reflectate. Intervalul de timp foarte scurt între emiterea semnalului de explorare și recepționarea lui se măsoară cu ajutorul unui oscilograf catodic cu persistență mărită a imaginii. Perioada bazei de timp este aceeași cu cea a emiterii semnalului de explorare. Spotul luminos de pe ecran începe să se deplaseze în momentul emiterii semnalului de explorare. În același moment, prin aplicarea unui impuls de tensiune pe plăcile de deflexie verticală, apare în stînga ecranului un salt vertical al spotului (fig. 4.27, *b*). În momentul recepției undei reflectate, pe linia de baleiaj apare un al doilea salt, mai mic, situat la dreapta față de saltul de referință. Viteza de propagare a undelor electromagnetice fiind constantă, iar viteza de explorare a liniei de baleiaj cunoscută, se poate determina distanța pînă la obiectul care a reflectat semnalul prin distanța între salturile de pe linie. Pentru rapiditatea determinării distanțelor, sub linia de baleiaj se aplică o scală gradată direct în kilometri.

În radiolocație se folosesc unde radio de lungime de undă mică deoarece pot fi ușor direcționate prin undă directă și sînt reflectate bine și de obiecte mici. Oglinzile focalizatoare au diametre de ordinul metrului. Pentru reperarea obiectelor în regiunea din jurul radiolocatorului, antena împreună cu oglinda radiolocatorului se rotesc în jurul unui ax vertical.

Avioanele și vapoarele au la bord radiolocatoare, cu ajutorul cărora se orientează pe timp cu vizibilitate redusă (noapte, nori, ceață etc.). Aeroporturile sînt de asemenea prevăzute cu radiolocatoare, pentru a putea dirija decolarea și aterizarea avioanelor în condiții de trafic intens.

Cu ajutorul radiometeolocatoarelor se poate determina dinamica norilor, ceea ce reprezintă o contribuție însemnată pentru îmbunătățirea prognozei meteorologice pe interval scurt.

Un capitol al radiolocației și, în același timp, al radioastronomiei, este astronomia radar. Aceasta studiază corpurile cerești relativ apropiate de planeta noastră, prin trimiterea de radiounde spre ele și recepționarea radioecourilor care apar în urma reflexiei. Corpurile cerești studiate, cu ajutorul radiolocației sînt: corpurile meteorice, sateliții artificiali, Luna, unele planete ale sistemului solar etc. Astronomia

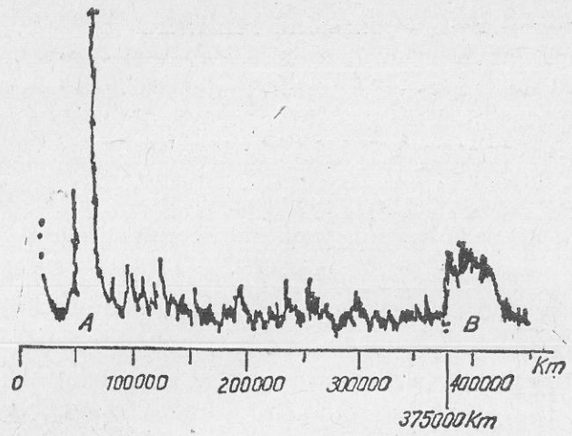


Fig. 4.28. Oscilograma primului radioecou lunar (1946):
A) — emisia semnalului, *B)* — recepția radioecoului.

radar a apărut odată cu obținerea radioecoului lunar, în 1946 (fig. 4.28). Cu ajutorul astronomiei radar s-a putut determina cu precizie perioada de rotație a planetelor Mercur și Venus; de asemenea, a fost obținută harta „radar" a Lunii, a planetei Venus etc.

EXTINDERE ÎN ALTE DOMENII

4.12. RADIOASTRONOMIA

Această ramură a astronomiei studiază obiectele cerești mai ales cu ajutorul radioundelor* emise de acestea. A luat ființă în 1931 cînd, în urma cercetărilor inițiale pentru stabilirea originii diferiților paraziți radio, a fost identificată radiația radio a Căii Lactee. În 1942 s-a descoperit radiația radio a Soarelui, iar în 1946 a fost descoperită prima *radio sursă* cerească.

Planeta pe care ne aflăm primește din spațiul extraterestru radiații electromagnetice cuprinse într-un interval larg de frecvențe.

În medie, 77% din energia radiației electromagnetice solare interceptată de sistemul Pământ-atmosferă reprezintă energia radiației reflectate la nivelul superior al atmosferei iar restul este recepționată la suprafața Pământului. La pământ ajung numai radiațiile care nu sînt

* În radioastronomie radioundele cuprind și intervalul de frecvență a microundelor.

absorbite sau reflectate de atmosfera Pământului (fig. 4.29). Radiațiile care ajung pe Pământ se situează în domeniile de frecvență care constituie „ferestrele" atmosferei. Radiațiile electromagnetice cu lungimile de undă cuprinse între 300 și 750 mm (radiațiile vizibile sau optice) nu sînt absorbite în atmosferă și ajung la suprafața Pământului (fereastra optică). Tot în acest domeniu, pentru 2, 3, 5, 10 și 22 mm există încă cinci ferestre foarte înguste. Radiațiile herțiene cu λ cuprinse între

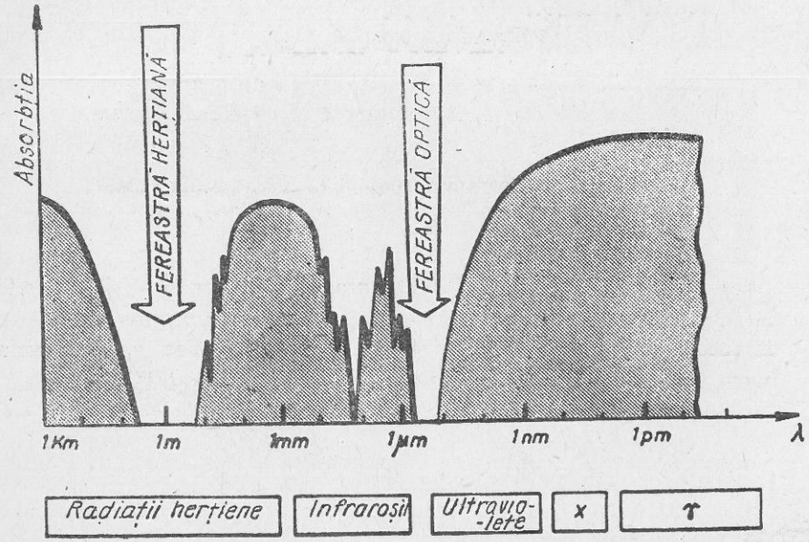


Fig. 4.29. Ferestrele de intrare a radiației pe care o primește Pământul.

1 cm și 30 m constituie fereastra herțiană (sau fereastra radio). Radiațiile herțiene (radio) cu λ mai mare de 30 m suferă reflexia pe ionosferă.

Cea mai mare parte a radiațiilor pe care le primește planeta noastră a putut fi pusă în evidență numai după ce omul a izbutit să trimită aparate sau să iasă el însuși în afara atmosferei terestre (fig. 4.29).

Cel mai important grup de radiații electromagnetice de origine extraterestră este acela al radiațiilor termice provenite de la Soare.

Soarele emite radiații electromagnetice cel mai intens în domeniul vizibil. Această radiație este emisă de fotosferă, strat cu o grosime de cîteva sute de kilometri ce delimitează globul solar. Temperatura ei este de 6 000 K. Undele radio emise de Soare au lungimi de undă care cresc cu înălțimea stratului emisiv. Astfel, fotosfera emite pe lungimi milimetrice, cromosfera (stratul de deasupra fotosferei) pe lungimi

centimetrice, iar coroana solară pe lungimi decametrice și metrice. Coroana avînd o temperatură de 10^6 K, emite și radiații X.

În afara radiațiilor amintite, Soarele mai emite și alte radiații, cum sînt, de exemplu, cele ultraviolete și infraroșii.

Radiația X și cea ultravioletă produc ionizarea unei pături a atmosferei Pămîntului, ionosfera.

Alt grup de radiații electromagnetice de origine extraterestră este cel constituit din *radiațiile de sincrotron*. Radiația sincrotronă este emisă de electronii cu viteză apropiată de cea a luminii care descriu

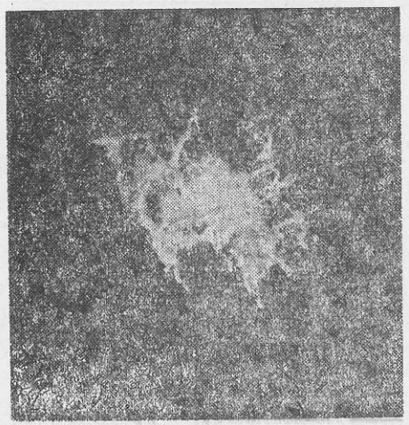


Fig. 4.30. Nebuloasa Crab. Între liniuțele negre situate înspre centrul nebuloasei se observă un pulsar.

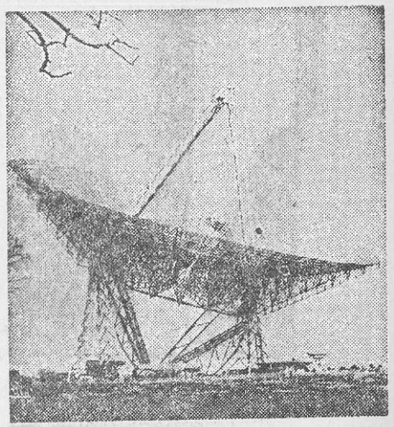


Fig. 4.31. Radiotelescop.

mișcări spirale în lungul liniilor de cîmp a unor cîmpuri magnetice foarte intense, existente în unele formații stelare. Radiația sincrotronă a fost identificată prima oară în radiația optică și radio a obiectului ceresc de strălucire slabă numit nebuloasa Crab (fig. 4.30).

Electronii cu energii mari și foarte mari care apar în unele formații stelare și care sînt frînați în cîmpul nucleelor întîlnite în substanța care compune galaxiile produc un alt tip de radiații, numite de *frînare*.

Progresul spectaculos al radioastronomiei este datorat în mare măsură și instrumentelor, din ce în ce mai perfecționate, numite *radiotelescoape*. Radiotelescopul (fig. 4.31) este un instrument pentru recepționarea, măsurarea și studierea radioundelor (cu lungimea de undă de la 1 mm pînă la 20 m). Are o antenă cu un sistem reflector care o alimentează, un sistem radioreceptor și un echipament de înregistrare.

Reflectorul poate fi parabolic compact (metalic) sau reticular, adică compus din fire aflate la distanțe mai mici sau egale cu $\frac{\lambda}{2}$, în focarul său aflîndu-se antena colectoare.

Unele dintre cele mai importante descoperiri astronomice din ultimul timp (quasarii, pulsarii, moleculele organice interstelare etc.) sînt datorate radiotelescoapelor.

Quasarii. Sînt obiecte extragalactice care emit intens radiounde și de sute de ori mai intens în domeniul optic decît galaxiile. Natura fizică a quasarilor este încă nelămurită. Natura și locul lor în evoluția universului constituie o problemă majoră a astrofizicii și cosmologiei.

Pulsarii. Sînt obiecte cerești (galactice) emițătoare de radiounde $(50 \div 10^3)$MHz sub formă de pulsații, cuprinse între cîteva sutimi de secundă și cîteva secunde (fig. 4.30). Primul pulsar a fost descoperit în 1967. În prezent se cunosc aproximativ 100 de pulsari. În afară de domeniul radioundelor, unii pulsari emit și în domeniile optic, X și γ. Cu ajutorul sateliților științifici s-au identificat mai mulți pulsari ce emit exclusiv în domeniul X. Duratele scurte ale pulsațiilor pulsarilor indică valori mici ale razelor acestora, de ordinul zecilor de kilometri; altminteri pulsarii s-ar descompune sub acțiunea forțelor centrifuge. Pulsarii sînt stele neutronice*, a căror existență a fost prezisă teoretic cu 30 de ani înaintea descoperirii lor efective.

În stadiile finale ale evoluției unor stele, în lipsa combustibililor nucleari (hidrogen, heliu) și în condițiile unor presiuni colosale, electronii interacționează cu protonii și dau naștere neutronilor. Pulsarii reprezintă deci stadii finale ale evoluției stelelor. Densitatea pulsarilor este de ordinul 10^{18} kg/m^3. La suprafața pulsarului, inducția magnetică atinge valoarea 10^9 T. Pulsațiile observate în emisia radioundelor se explică prin existența unei regiuni radioemisive a cărui con de emisie intersectează direcția spre Pămînt la fiecare rotație a pulsarului.

ÎNTREBĂRI, EXERCIȚII ȘI PROBLEME

1. De ce un circuit oscilant deschis radiază mai bine undele electromagnetice decît un circuit oscilant închis?

2. De ce se acordează antena la rezonanță?

---

* *Neutron*, particulă elementară neutră din punct de vedere electric, avînd masa egală cu 1 838,6 mase electronice. Are practic aceeași masă ca *protonul*, particulă elementară cu sarcina pozitivă $(+e)$, care intră ca și neutronul în constituția nucleelor atomice.

3. O antenă izolată de pămînt, are o lungime totală a firului de 20 m. Să se determine lungimea ei de undă și frecvența.

R: 40 m; $75 \cdot 10^5$ Hz.

4. Cum se poate mări sau micșora lungimea de undă proprie a unei antene?

5. Schițați mersul unei raze de lumină printr-o lamă cu fețe plane și paralele. Calculați deplasarea razei emergente față de raza incidentă pentru cazul în care $i = 70°$, grosimea e a plăcii este de 10 cm, iar indicele de refracție absolut este $n = 1{,}5$.

R: $64 \cdot 10^{-3}$ m.

6. Uneori, cînd este foarte cald, oamenii dintr-un autovehicul care se deplasează pe șosea, au impresia că la o distanță de cîteva zeci de metri în față asfaltul este ud. Dați o explicație acestei iluzii.

7. Puteți considera o lentilă ca o asociere de prisme optice? În caz afirmativ încercați să explicați focalizarea luminii pe baza refracției printr-o prismă. Utilizați și relația care dă unghiul de deviere.

8. Se modifică lungimea de undă a unei radiații monocromatice la refracție? Comparați drumul străbătut de lumină în decursul unei perioade în două medii: apă și aer.

9. Să se calculeze viteza luminii în diamant și în sticlă flint. Comparați lungimile de undă ale unei radiații monocromatice oarecare în cele două substanțe. În ce fel s-ar schimba efectul luminii provenită de la un bec dacă la același spectroscop s-ar înlocui o prismă de flint cu una de diamant cu același unghi?

R: 123,967 km/s; 18 818 km/s.

10. Ce viteză trebuie să aibă un vehicul astfel încît conducătorul să confunde culoarea roșie a semaforului cu culoarea verde? Se dau: $\lambda_{roșu} = 7\,200 \cdot 10^{-10}$ m și $\lambda_{verde} = 5\,400 \cdot 10^{-10}$ m și viteza luminii în vid $c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$.

R: 10^8 m/s.

11. Un fascicul luminos cade sub un unghi de 30° pe suprafața unei lame de sticlă cu fețe plane paralele cu indice de refracție 1,5 și cu grosimea de 1 cm. Să se calculeze deviația fasciculului.

R: 0,19 cm.

12. Se poate alege un sistem de referință în care să se manifeste numai acțiunea cîmpului electric creat de un fascicul electronic cu viteză constantă? Dar numai acțiunea cîmpului magnetic?

R: Da. Sistemul de referință trebuie să se miște cu viteza electronilor; nu.

13. Pentru distanța Soare-Pămînt $1{,}5 \cdot 10^8$ km, să se calculeze în cît timp ajunge lumina la Pămînt.

R: 500 s.

14. Raportul amplitudinilor pentru unda electromagnetică care se propagă în vid este $\frac{B}{E} = \frac{1}{c}$.

O undă electromagnetică care se propagă în vid are amplitudinea cîmpului electric $E = 3 \cdot 10^{-2} \frac{V}{m}$. Să se calculeze amplitudinea cîmpului de inducție magnetică $\vec{B}$.

R: 10^{-10} T.

15. Care este lungimea de undă a unei unde electromagnetice care se propagă într-un mediu omogen oarecare, cu viteza $v = 2 \cdot 10^8$ m/s, dacă frecvența undei în vid era $\nu = 1$ MHz?

R: 200 m.

16. Prin așezarea unei plăci metalice în fața unui generator de unde electromagnetice, se obține o undă staționară. Distanța dintre două noduri succesive este de 15 cm. Să se calculeze frecvența de lucru a generatorului.

R: 1 GHz.

17. Într-o bobină, prin variația intensității curentului cu 1 A în timp de 0,6 s, se induce o t.e.m. de 0,2 mV. Să se calculeze lungimea de undă proprie a circuitului oscilant care conține această bobină și un condensator $C = 14{,}1$ nF.

R: 2 450 m.

18. Un condensator plan are suprafața plăcilor de 100 cm². Dielectricul este aerul. Condensatorul face parte dintr-un circuit oscilant cu lungimea de undă proprie $\lambda_1 = 10$ m. Dacă se leagă în serie cu bobina din circuit o bobină cu inductanța 3μH, lungimea de undă proprie a circuitului devine $\lambda_2 = 20$ m. Să se determine distanța dintre armăturile condensatorului.

R: $3{,}14 \cdot 10^{-3}$ m.

19. O antenă semiundă, izolată de pămînt, are o lungime de 20 cm. *a)* Care este frecvența generatorului de oscilații cuplat inductiv cu antena? *b)* Antena se introduce în apă. Cum trebuie modificată lungimea antenei pentru ca ea să rămînă acordată pe frecvența de lucru a generatorului de oscilații electromagnetice?

R: $7{,}5 \cdot 10^8$ Hz; mărită de nouă ori.

20. Se consideră un conductor ca cel din figura 4.32. La mijlocul O al uneia dintre laturile verticale ale conductorului este conectat un generator de oscilații electromagnetice. Lungimea conductorului este astfel aleasă încît să apară unde staționare. *a)* Unde vor fi situate ventrele intensității curentului? *b)* Să se arate că acest dispozitiv este echivalent cu o rețea de antene verticale care radiază sincron.

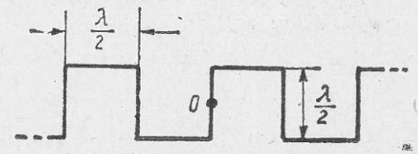


Fig. 4.32. Pentru problema 20.

21. Un radiolocator emite trenuri de unde (impulsuri) cu durata unui impuls de 10^{-6} s. Frecvența de repetiție a impulsurilor este de 1 000 impulsuri/s. Să se determine distanța minimă și distanța maximă de acțiune a radiolocatorului.

R: 150 m; 150 km.

22. Un radiolocator, care funcționează pe lungimea de undă de 15 cm, are o frecvență de repetiție de 2 000 impulsuri/s. Durata fiecărui impuls este 2 μs. Să se calculeze:

a) distanța maximă de acțiune a radiolocatorului;

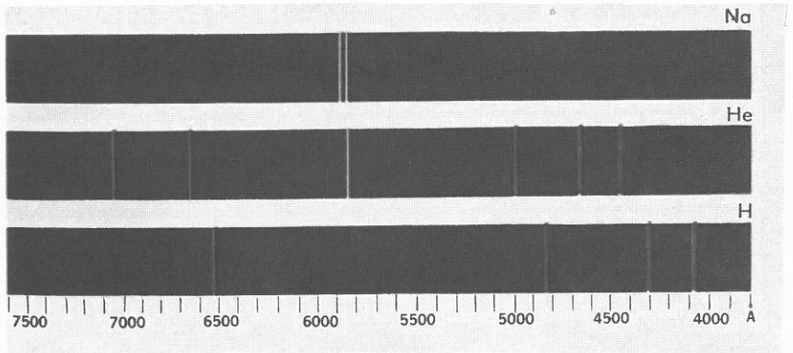
b) cîte oscilații conține un tren de undă (impuls).

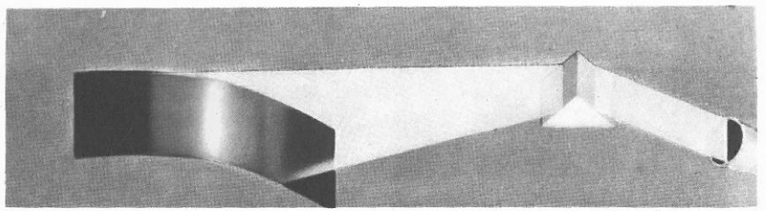
R: 75 km; 4 000.

Nr. colilor de tipar : 13
Tiraj : 296 115 ex.
Bun de tipar : 7.04.1979

Com. nr. 80 629/25 406
Combinatul poligrafic
„CASA SCÎNTEII"
București — R.S.R.

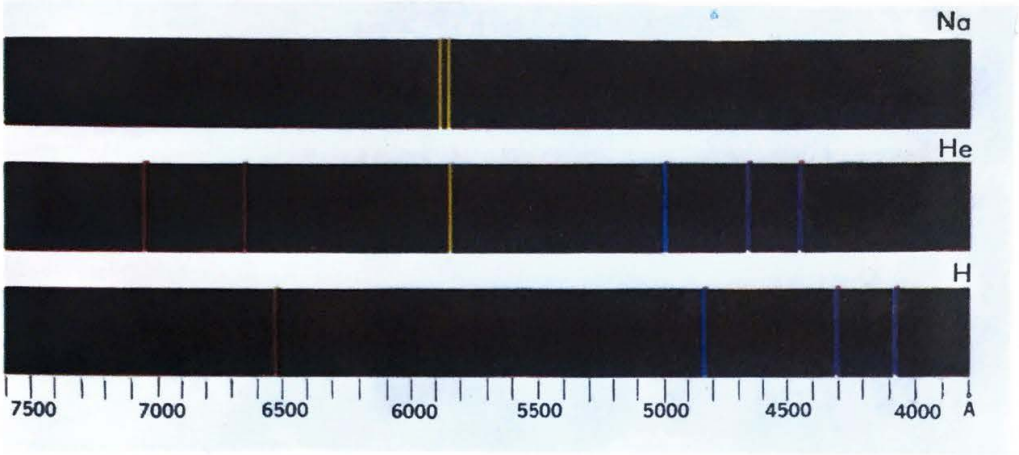
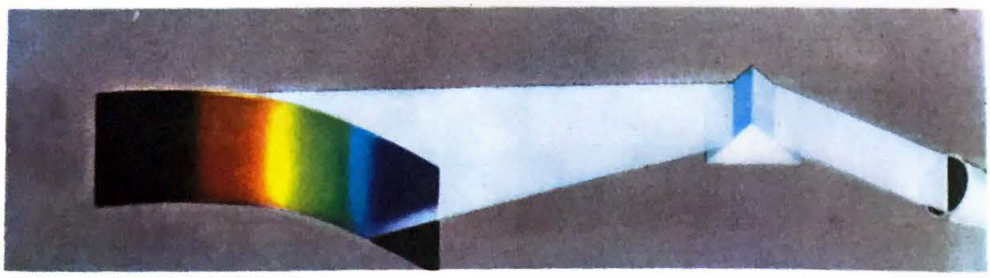
1 universe — Pg 9





Lei 7,45

Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti—1979


Na
He
H
7500
7000
6500
6000
5500
5000
4500
4000
A