

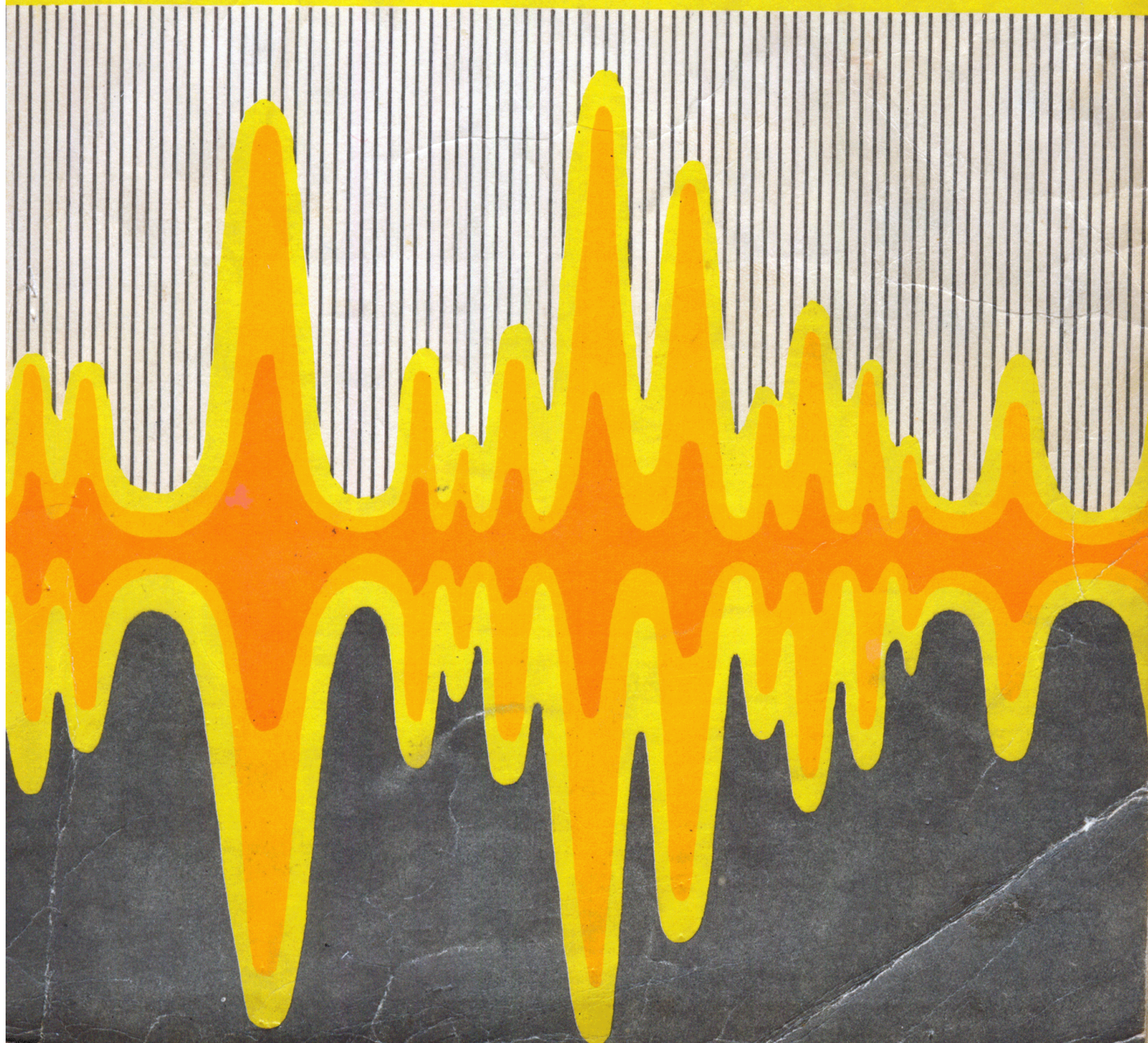


X

GHEORGHE ENESCU NICOLAE GHERBANOVSKI

FIZICĂ

Manual pentru clasa a X-a



GHEORGHE ENESCU
profesor

NICOLAE GHERBANOVSCHI
lector universitar, dr.



FIZICĂ

PROCESE OSCILATORII

clasa a X-a
Manual experimental



Editura didactică și pedagogică
București

Manualul a fost elaborat pe baza programei școlare aprobate de Ministerul Educației și Învățământului cu nr. 036751/14 IV 1978.

Cap. II și cap. IV cu excepția paragrafelor 4.8 și 4.9, au fost elaborate de N. Gherbanovschi — lector universitar, dr.

Cap. I, cap. III și paragrafele 4.8—4.9 din cap. IV, au fost elaborate de Gh. Enăscu — prof.

Referenți: Ioan M. Popescu prof. univ. dr.
George Moisil prof. univ. dr.
Mihai Melnic prof.

Redactor: prof. E. Mesaroș
Tehnoredactor: Condopol Viorica
Desenator: Ciuciu în Mihai
Coperta: Sirbu Nicolae

CUPRINS

1. Oscilații mecanice	7
1.1. Oscilatorul real	8
1.1.1. Analiza mișcării unui oscilator. Mărimi caracteristice	8
1.1.2. Un alt exemplu de oscilator	10
1.1.3. Metoda stroboscopică de măsurare a frecvenței (<i>Extindere în tehnologie</i>)	11
1.1.4. Transferul energetic între un oscilator și mediul înconjurător	13
1.2. Oscilatorul armonic ideal	16
1.2.1. Modelul oscilatorului armonic. (Pendulul elastic)	16
1.2.2. Legea mișcării oscilatorului armonic	19
1.2.3. Caracteristicile mișcării oscilatorii armonice	21
1.2.4. Reprezentarea geometrică a mișcării oscilatorului armonic	23
1.2.5. Energia oscilatorului armonic	27
1.2.6. Pendulul gravitațional	31
1.2.7. Groapă de energie potențială. Condiția ca un sistem să efectueze oscilații libere (<i>Extindere în fizică</i>)	34
1.2.8. Studiul transferului energiei între oscilator și un sistem exterior lui	35
1.2.9. Aplicații ale fenomenului de rezonanță (<i>Extindere în tehnologie</i>)	39
1.2.10. Compunerea oscilațiilor paralele. Bătăi (<i>Extindere în fizică</i>)	43
Întrebări, exerciții probleme	46
 2 Oscilații electromagnetice și dispozitive cu semiconductori pentru redresarea amplificarea și întreținerea lor	 54
2.1. Generarea t.e.m. alternative	54
2.2. Valoarea efectivă a intensității curentului și tensiunii alternative	58
2.3. Circuite de curent alternativ. Comparatie cu circuitul de curent continuu	60
2.4. Osciloscopul electronic folosit în studiul circuitelor de curent alternativ	61
2.5. Rezistor în curent alternativ	63
2.6. Circuit serie cu rezistor și bobină în curent alternativ	63
2.7. Circuit serie cu rezistor, bobină și condensator în curent alternativ (Circuit <i>RLC</i> serie)	66
2.8. Rezonanța circuitului serie <i>RLC</i>	69
2.9. Circuit paralel <i>RLC</i> în curent alternativ (<i>Extindere în fizică</i>)	72
2.10. Puterea în curent alternativ monofazat	75

2.11. Circuitul oscilant. Producerea oscilațiilor electromagnetice libere..	77
2.12. Producerea curentului alternativ monofazat. Alternatorul.....	83
2.13. Sistemul trifazat (Extindere în tehnologie)	85
2.14. Conductorii. Izolatorii. Semiconductori.....	88
2.15. Purtătorii de sarcină în semiconductori. Semiconductori intrinseci	90
2.16. Semiconductori cu impurități.....	91
2.17. Proprietățile joncțiunii $p-n$	92
2.18. Dioda semiconductoare	94
2.19. Redresarea cu diode semiconductoare.....	95
2.20. Tranzistorul. Construcție și funcționare.....	98
2.21. Proprietățile de amplificare ale tranzistorului.....	100
2.22. Etaj de amplificare în conexiunea cu emitor comun (EC).....	101
2.23. Întreținerea oscilațiilor electromagnetice. Oscilator LC cu tranzistor (Extindere în tehnologie)	102
Întrebări, exerciții, probleme	105
 3. Unde mecanice	 110
3.1. Propagarea unei perturbații.....	110
3.2. Unde într-un mediu unidimensional	111
3.2.1. Unde transversale	111
3.2.2. Un model pentru un mediu elastic în care se propagă o undă transversală	114
3.2.3. Unde longitudinale	116
3.2.4. Unde longitudinale într-o coloană de gaz	117
3.3. Unde superficiale	119
3.4. Suprafața de undă. Principiul lui Huygens	122
3.5. Ecuația unei plane (Extindere în fizică)	126
3.6. Energia transferată în procesul de propagare (Extindere în fizică) ..	128
3.7. Propagarea undelor la suprafața de separație dintre două medii omogene	131
3.7.1. Reflexia și transmiterea unei perturbații pe un fir și pe un resort	131
3.7.2. Reflexia și refracția undelor.....	134
3.7.3. Legile reflexiei și refracției.....	135
3.8. Interferența undelor (Extindere în fizică)	137
3.8.1. Interferența undelor transmise pe un fir elastic	137
3.8.2. Armonici. Rezonanță	140
3.8.3. Unde staționare longitudinale.....	142
3.9. Sunetul (Extindere în fizică)	144
3.9.1. Procese de propagare a undelor sonore	145
3.9.2. Proprietăți caracteristice ale unui sunet.....	148
3.9.3. Surse sonore	150
3.9.4. Efect Doppler (Extindere în fizică).....	154
3.9.5. Poluare sonoră (Extindere în tehnologie).....	157
3.9.6. Defectoscopie ultrasonoră (Extindere în tehnologie)	159
Unde seismice (Extindere în alte domenii).....	160
Întrebări, exerciții, probleme.....	164

4. Unde electromagnetice	172
4.1. Câmpul electromagnetic	172
4.2. Propagarea câmpului electromagnetic.....	174
4.3. Producerea undelor electromagnetice.....	177
4.4. Antena	178
4.5. Mișcarea accelerată a purtătorilor de sarcină, sursă de undă electro-	
magnetică (Extindere în fizică)	181
4.6. Lumina, undă electromagnetică.....	182
4.7. Clasificarea undelor electromagnetice	183
4.8. Reflexia și refracția undelor electromagnetice. Reflexie totală....	185
4.9. Dispersia. Spectre de emisie în domeniul vizibil.....	191
4.10. Propagarea undelor radio. Ionosfera (Extindere în alte domenii)....	194
4.11. Radiolocația cu unde electromagnetice (Extindere în tehnologie)....	197
4.12. Radioastronomie (Extindere în alte domenii)	199
Întrebări, exerciții, probleme.....	202

1.

OSCILAȚII MECANICE

În figura 1.1 sînt prezentate trei corpuri care efectuează mișcări diferite. Spre deosebire de bilă care după lansare ocupă succesiv noi poziții, mereu altele ($A, B, C, \dots$ fig. 1.1, a), piatra și scaunul leagănelui parcurg de mai multe ori o anumită traiectorie, cercul C , respectiv arcul de cerc AA' (fig. 1.1, b , respectiv c). Observăm însă că în timp ce piatra (P) parcurge cercul în același sens, scaunul leagănelui se deplasează pe arc AA' atît într-un sens, cît și în celălalt. Mișcarea leagănelui se numește *oscilație** mecanică, iar corpul care execută oscilații este numit *oscilator* (mecanic).

Oscilațiile constituie un tip de mișcare aparte cu o importanță deosebită în fizică, deoarece foarte multe corpuri au proprietatea de a efectua oscilații mecanice. Studiul mișcării oscilatorilor e obiectul acestui capitol. Importanța

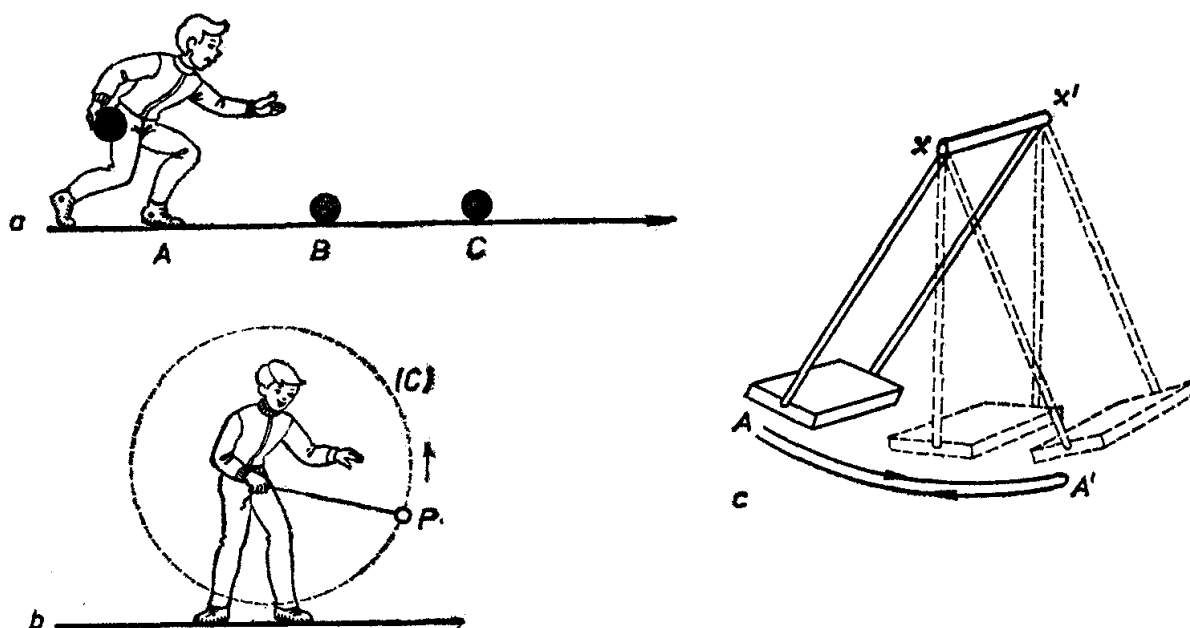


Fig. 1.1. Bila e lansată pe planul orizontal (a), piatra legată cu un fir este rotită (b), iar leagănelul împins este lăsat apoi liber (c).

* Termenul de *oscilație* provine din limba latină. Cuvîntul latinesc *oscillare* denumește tocmai procesul de balansare, a oscila, a mișca încolo și înapoi.

studiului oscilației mecanice va fi înțeleasă mai clar în capitolele următoare unde se va dovedi că rezultatele stabilite pentru oscilatorul mecanic pot fi extinse și la alte tipuri de procese, nemecanice, ale căror legi de desfășurare sînt analoge legilor proceselor oscilatorilor mecanici.

1.1. OSCILATORUL REAL

1.1.1. Analiza mișcării unui oscilator. Mărimi caracteristice

Să studiem cu atenție mișcarea unui oscilator. Alegem pentru exemplificare leagănul din figura 1.1, c.

În repaus, leagănul ocupă poziția verticală XO în care greutatea $\vec{G}$ a leagănului, care se aplică în centrul de greutate, presupus a fi în C , nu

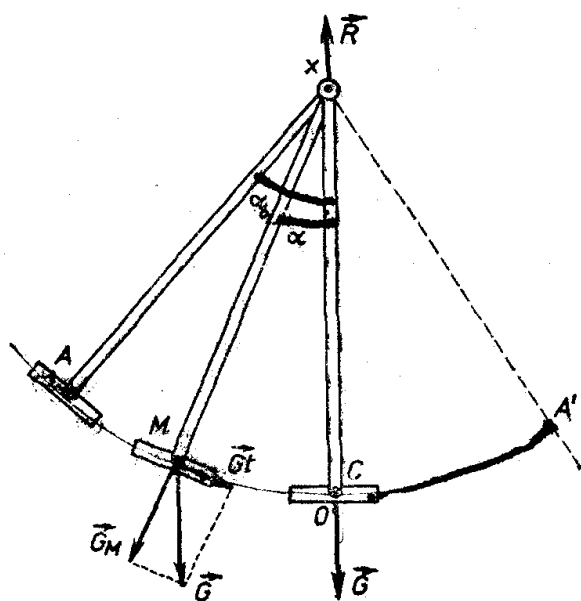


Fig. 1.2. Forța de revenire $\vec{G}_t$ este de natură gravitațională.

dă moment de rotație față de axa de rotație care trece prin X și este perpendiculară pe planul hîrtiei (fig. 1.2). În această poziție greutatea $\vec{G}$ și reacțiunea din lagăr $\vec{R}$ își fac echilibru; poziția OX se numește *poziție de echilibru*.

Leagănul nu părăsește de la sine poziția de echilibru. Din acest motiv este necesar ca un sistem exterior să-i cedeze energie pentru a-l duce din repaus într-o poziție laterală, de exemplu în A . Acest proces de transfer de energie de la un sistem oarecare la un oscilator pentru a-l pune pe acesta în stare

de oscilație se numește *proces de excitare*. Lăsat liber în A , leagănul este pus în mișcare de componenta tangențială $\vec{G}_t$ a greutății $\vec{G}$ care determină revenirea lui către O . În intervalul de timp în care scaunul parcurge arcu AO energia potențială primită în procesul de excitare se transformă treptat în energie cinetică. Oscilatorul continuă să se miște către A' depășind punctul O datorită inerției. Pînă în A' , unde oscilatorul se oprește, energia lui cinetică se transformă în energie potențială. Componenta $\vec{G}_t$, care pe arcu AC a accelerat scaunul, îl frînează pe arcu OA' fiind mereu îndreptată către poziția de echilibru. Această forță are deci permanent tendința de a readuce oscilatorul în poziția de echilibru, motiv pentru care se numește *forță de revenire*. Astfel, oscilatorul revine din A' către O și apoi își continuă drumul spre A . Transformarea reciprocă a energiei din formă potențială în formă

cinetică pe drumul $A'O$ și apoi din O spre A continuă. Leagănul efectuează oscilații libere sub acțiunea unei *forțe de revenire de natură gravitațională**.

Întrucât singura posibilitate de mișcare a leagănului este rotația în jurul axei XX' , poziția la un moment dat poate fi descrisă printr-un singur parametru, unghiul α făcut de barele de prindere ale scaunului cu poziția de echilibru OX (fig. 1.2). Făcând o convenție de semn pentru unghiul α adică notînd, de exemplu, pozitive valorile lui α cînd leagănul este de o parte a verticalei OX și negative cînd leagănul se află de cealaltă parte, putem determina univoc poziția oscilatorului. Deoarece poziția poate fi descrisă de un singur parametru (α) se spune că oscilatorul are un singur *grad de libertate*. Unghiul α se numește *elongație unghiulară*. Elongația unghiulară maximă se numește *amplitudine unghiulară*. Pe figura 1.2 unghiul $AXO = \alpha_0$ este amplitudinea unghiulară.

Întrucât aceasta este poziția în care ajunge oscilatorul prin excitare, amplitudinea unghiulară depinde de energia transferată oscilatorului în acest proces. Elongația unghiulară variază în timp.

Mărimi caracteristice. Să urmărim oscilațiile un timp mai îndelungat, concentrîndu-ne atenția asupra anumitor aspecte ale mișcării:

a) Prin cîte un opritor 1 și 2 (fig. 1.3) marcăm pozițiile XA și XA' simetrice față de OX astfel încît $\angle AXO = \angle OXA' = \alpha'$. În această

ultimă poziție ne așteptăm să se întoarcă leagănul dacă energia mecanică a sistemului s-ar conserva. Chiar de la prima semioscilație se observă că leagănul nu atinge opritorul 2 și, cu timpul, amplitudinea unghiulară α' scadește. Scaunul leagănului ajunge succesiv pînă în punctele A_1, A_2, A_3 etc., din ce în ce mai apropiate de O , în cele din urmă oscilația încetînd.

Oscilația a cărei amplitudine (unghiulară) scade în timp se numește *oscilație amortizată*.

Procesul de amortizare a oscilațiilor arată că în punctele A_1, A_2, A_3 etc., energia potențială este din ce în ce mai mică sau că energia mecanică a sistemului nu este constantă, ci se micșorează în timp. Acest proces dezvăluie faptul că oscilația nu este realmente liberă. În procesul oscilatoriu energia inițială a oscilatorului se pierde (se disipă) treptat prin interacțiunea cu lagărele X și X' (fig. 1.1, c) și cu aerul.

Așadar, *mișcarea oricărui oscilator real nu este propriu-zis liberă, deoarece nu se pot înlătura frecările.*

* De fapt sistemul care este excitat se compune din leagăn și Pămînt. Pentru simplificarea limbajului se vorbește numai de oscilația leagănului.

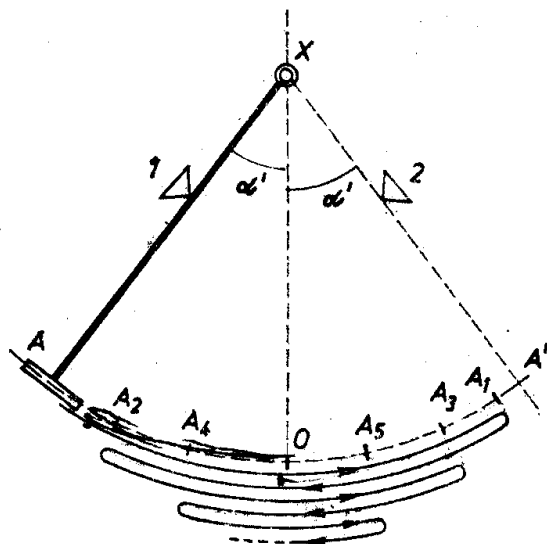


Fig. 1.3. Oscilațiile leagănului se amortizează.

b) Măsurăm cu cronometrul timpul necesar pentru ca leagănul să treacă de două ori succesiv și în același sens prin aceeași poziție, pe care o luăm ca poziție de referință. Ținând seama de procesul de amortizare, cea mai bună este poziția verticală (de echilibru). Mișcarea oscilatorului între două treceri de acest fel se numește *oscilație*.

Timpul necesar efectuării unei oscilații se numește *perioadă*, T ; unitatea de măsură a perioadei este secunda:

$$[T] = \text{s.}$$

Riguros vorbind, oscilația leagănului nu este o mișcare periodică pentru că ea nu se repetă identic, așa cum se întâmplă într-o mișcare circulară și uniformă, cum ar fi aceea a pietrei (fig. 1.1, b) care își parcurge identic traiectoria la intervale egale de timp de o perioadă.

Într-un interval de timp Δt oscilatorul efectuează n oscilații. Astfel, cîtul,

$$\frac{n}{\Delta t} = \frac{n}{nT} = \frac{1}{T},$$

numeric egal cu numărul de oscilații efectuate în unitatea de timp se numește *frecvență* și se notează cu ν . Deci, prin definiție:

$$\nu = \frac{1}{T}. \quad (1.1)$$

Unitatea de măsură rezultă din (1.1): $[\nu] = \frac{1}{[T]} = \text{s}^{-1}$. Această unitate poartă numele de hertz (simbol Hz)*.

1.1.2. Un alt exemplu de oscilator. În figura 1.4, a este desenat ciocănelul unei sonerii electrice. Lama de oțel a ciocănelului este prinsă rigid într-un lăcaș L . Scos din poziția de echilibru C și dus într-o altă poziție C' ,

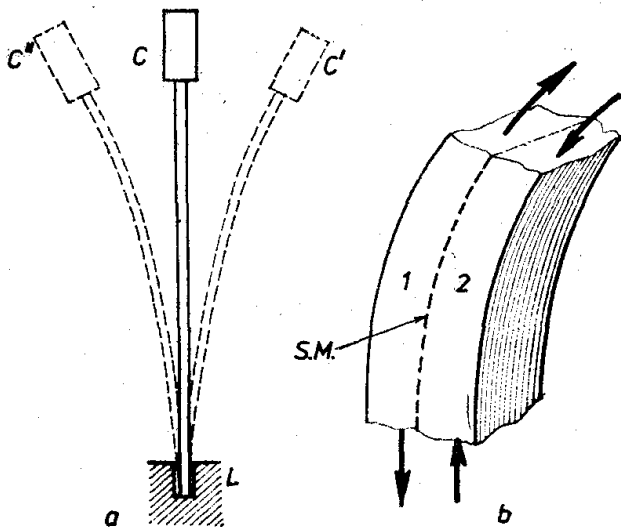


Fig. 1.4. Forța de revenire este de natură elastică.

ciocănelul execută oscilații între C' și C'' unde lama se întoarce. Să analizăm care este natura forței de revenire.

Mai întâi se vede că forța de revenire nu este gravitațională. Când lama se încovoie spre poziția C' jumătatea (1) din stînga (fig. 1.4, b) este supusă întinderii, iar cea din dreapta (2) este comprimată și, ca urmare, (1) este alungită, iar (2) este comprimată. Dacă forțele nu sînt mari, alungirile și comprimările rămîn în limitele deformărilor

* În onoarea lui Heinrich Hertz (1857–1894), fizician german.

elastice. Astfel, forțele care iau naștere se opun acestor deformări, avînd tendința de a readuce lama la forma inițială pe care ea a avut-o în poziția de echilibru. Forțele încetează să acționeze cînd deformările se anulează, adică tocmai în poziția LC . Forțele de revenire, în cazul acestui oscilator, sînt *de natură elastică*.

Transformările energetice sînt următoarele: sistemul excitator cedează energie lamei prin efectuarea unui lucru mecanic de deformare. În C' sau C'' energia mecanică a lamei este exclusiv potențială. Sub acțiunea forțelor de revenire lama este readusă spre C unde deformarea se anulează. Aici energia mecanică este exclusiv sub formă cinetică, lama continuînd să se miște în același sens datorită inerției. În continuare forțele de revenire frînează mișcarea lamei pînă la oprirea ei în C'' sau C' . Datorită frecărilor, oscilațiile lamei se amortizează; după un timp lama oprindu-se în poziția de echilibru.



EXTINDERE ÎN TEHNOLOGIE

1.1.3. Metoda stroboscopică de măsurare a frecvenței. Măsurarea perioadei sau a frecvenței unui oscilator nu este o problemă dificilă în cazul în care perioada oscilației este mare, respectiv frecvența este mică. Determinarea perioadei poate fi efectuată cu cronometrul așa cum s-a explicat mai sus, sau măsurînd timpul necesar efectuării mai multor oscilații și împărțindu-l la numărul acestora.

Acesta este însă un caz mai puțin frecvent. Chiar mai înainte ca frecvența să fie mai mare de 20 hertzi, observarea directă devine ineficace, deoarece ochiul nu poate urmări oscilatorul pe traiectorie datorită inerției în timp a imaginii formată în scoarța cerebrală. Măsurarea frecvenței cu cronometrul devine deci imposibilă.

În acest paragraf se dă o metodă de măsurarea frecvenței unui oscilator prin compararea frecvenței oscilatorului cu o frecvență cunoscută.

Presupunem că dorim să măsurăm frecvența oscilațiilor unei lame de oțel prinsă într-o menghină. Lama poate fi pusă în stare de oscilație excitînd-o prin tragerea ei într-o poziție laterală și lăsînd-o apoi liberă.

Prin observare directă, ne dăm seama că prin varierea lungimii porțiunii care este lăsată în afara menghinei frecvența oscilațiilor lamei ν_L se modifică. Cu cît lungimea capătului liber e mai mică frecvența crește. Se potrivește această lungime astfel ca frecvența lamei să fie suficient de mare, încît ochiul să nu mai distingă clar conturul ei (fig. 1.5, a).

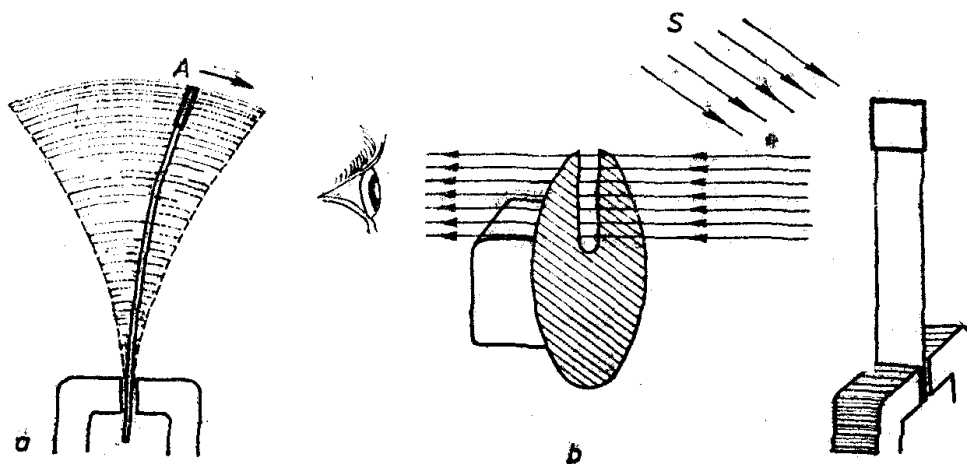


Fig. 1.5. Metoda stroboscopică de măsurare a frecvenței (a și b).
O fotografie a oscilației lamei elastice obținută cu stroboscopul (c).

Oscilatorul iluminat continuu cu o lampă de proiecție (S) este privit din spatele unui disc în care se lasă o deschidere (fig. 1.5, b)*. Discul obturator este rotit de un motor electric cu o frecvență de rotație ν_d , constantă dar reglabilă. Oscilatorul poate fi văzut numai în intervalul de timp foarte scurt în care trece fanta. Timpul între două observări consecutive este chiar perioada de rotație a discului obturator $T_d = \frac{1}{\nu_d}$.

Presupunem că la prima observare lama a fost văzută în poziția A și se îndrepta, de exemplu, spre dreapta (fig. 1.5, a). Dacă perioada obturatorului este cu puțin mai mare decât a lamei $T_d > T_L$, în intervalul de timp pînă la a doua observare lama efectuează ceva

* Discul construit de „Didactica” pentru laboratorul școlii are două deschideri; pe una o astupați cu hîrtie neagră.

mai mult decît o oscilație. Observatorul va vedea lama deplasîndu-se lent spre dreapta într-un proces aparent de oscilație cu o perioadă foarte mare. Pe măsură ce frecvența obturatorului se apropie de frecvența lamei avansul pe care-l ia oscilatorul de la o observare la alta se micșorează, perioada oscilației aparente este din ce în ce mai mare, crescînd nelimitat. Pentru ca lama să fie văzută la următoarea observare în aceeași poziție după efectuarea unei oscilații complete, ar fi necesar ca perioada procesului de observare T_d să fie chiar egală cu perioada T_L a lamei care oscilează $T_d = T_L$. În aceste condiții, lama apare ca fiind fixă într-o anumită poziție. Cunoscînd frecvența obturatorului în momentul în care imaginea oscilatorului este staționară se află frecvența oscilatorului*. Această metodă de observare a mișcării rapide a unui corp prin iluminare sau observare intermitentă a corpului se numește *stroboscopică* (Strobos = învîrtire + skopeo = =a examina). Dispozitivul utilizat poartă numele de *stroboscop*. Stroboscopul fiind în acest caz utilizat ca aparat pentru determinarea frecvenței unui oscilator, se numește *frecvențmetru*.

Măsurînd de repetate ori perioada de oscilație liberă a unui același oscilator găsim o aceeași valoare*. Pentru oscilatori diferiți frecvența oscilației este, în general, diferită. Fiecărui oscilator îi este deci caracteristică o anumită perioadă de oscilație care, pentru acest motiv, este denumită *proprie*. Faptul că doi oscilatori diferiți pot avea frecvențe egale nu înseamnă că frecvența fiecăruia nu este proprie.

1.1.4. Transferul energetic între un oscilator și mediul înconjurător.

1. Transferul energetic între un oscilator și mediul înconjurător poate fi în primul rînd un *transfer de la oscilator la mediul înconjurător*. Acest proces are întotdeauna ca efect amortizarea oscilațiilor. Oscilația durează atîta timp cît oscilatorul n-a disipat întreaga energie de excitație.

Disiparea energiei înseamnă aici transformarea treptată a energiei de excitație în căldură. Căldura este cedată mediului înconjurător. *Acest proces este ireversibil și de neînlăturat, motiv pentru care orice oscilație liberă se stinge cu timpul.*

2. În următoarele două exemple se va putea observa *procesul de transfer al energiei de la mediul exterior la oscilator*.

a) Trambulina de la care se fac sărituri în apă este o scîndură prinsă rigid la unul din capete. Sub acțiunea greutății săritorului scîndura se deformează elastic. Mișcarea pentru elan a săritorului prin care acesta bate cu picioarele în trambulină constituie o perturbație care excită scîndura și o

* Nu se iau în considerare amortizarea și erorile de măsurare care nu pot fi înlăturate.

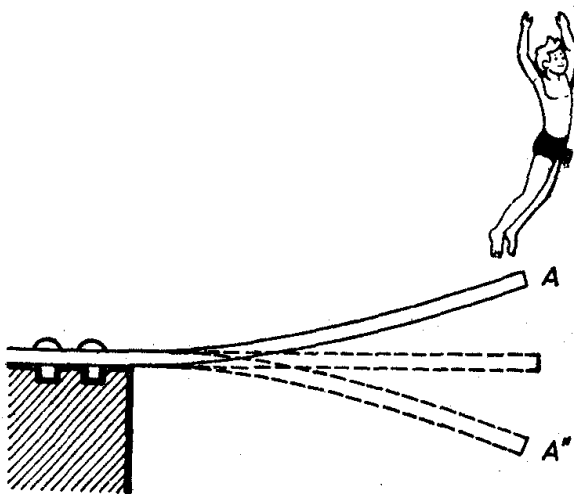


Fig. 1.6. După desprinderea săritorului, planșa execută oscilații.

pune în oscilație liberă după ce sportivul a sărit (fig. 1.6). În general, oscilațiile trambulinei au o perioadă destul de mare și pot fi urmărite direct. Oscilațiile se amortizează și trambulina revine în repaus după un timp scurt.

Dacă sportivul își ia elan ritmic nedisprinzându-se de trambulină, el îi poate imprima acesteia o mișcare periodică cu aceeași frecvență cu frecvența elanului lui repetat.

Procesul de oscilație a unui oscilator sub acțiunea unui sistem exterior care acționează periodic se numește oscilație forțată.

Sistemul exterior care cedează periodic energie și perturbă oscilația liberă a oscilatorului, modificându-i perioada proprie, se numește *excitator*, iar oscilatorul perturbat, *sistem excitat*.

Modul și elementele prin care se realizează transferul energetic se numește *cuplaj*. Aici, cuplajul se face prin contact direct între săritor și trambulină.

Sărind ritmic pe trambulină sportivul (sistemul excitator) simte, schimbând ritmul săriturii, că la un moment dat amplitudinea oscilațiilor trambulinei (sistemul excitat) crește sensibil. Dacă acest proces este reluat de câteva ori, spectatorii pot observa că mișcarea sportivului urmărește oarecum mișcarea trambulinei. De fapt el își dozează instinctiv efortul la fiecare reluare a săriturii, astfel încât înălțimea și deci timpul în care el rămâne desprins de trambulină să fie egal cu intervalul de timp în care trambulina se întoarce aproximativ în același loc și în același sens. În acest fel sportivul se desprinde când trambulina se ridică (fig. 1.7, *a*) și cade pe trambulină exact când aceasta coboară (fig. 1.7, *b*). Perioada elanului său ritmic este egală cu perioada oscilațiilor proprii ale trambulinei.

Din punct de vedere energetic, în primul caz sistemul excitator (săritorul) care are o energie mult mai mare decât a sistemului excitat (trambulina) cedează energie sistemului excitat și perturbă oscilația acestuia impunându-i propria sa perioadă de oscilație proprie. În al doilea caz, există însă o situație favorabilă în care transferul energetic între excitator și sistemul excitat se face în mod optim. În adevăr, datorită procesului de amortizare, după desprinderea sportivului în poziția *A* în care trambulina își atinge amplitudinea (fig. 1.7, *a*), aceasta ar reveni în semioscilația următoare numai până în poziția *A'* care nu este simetrică lui *A* față de poziția de

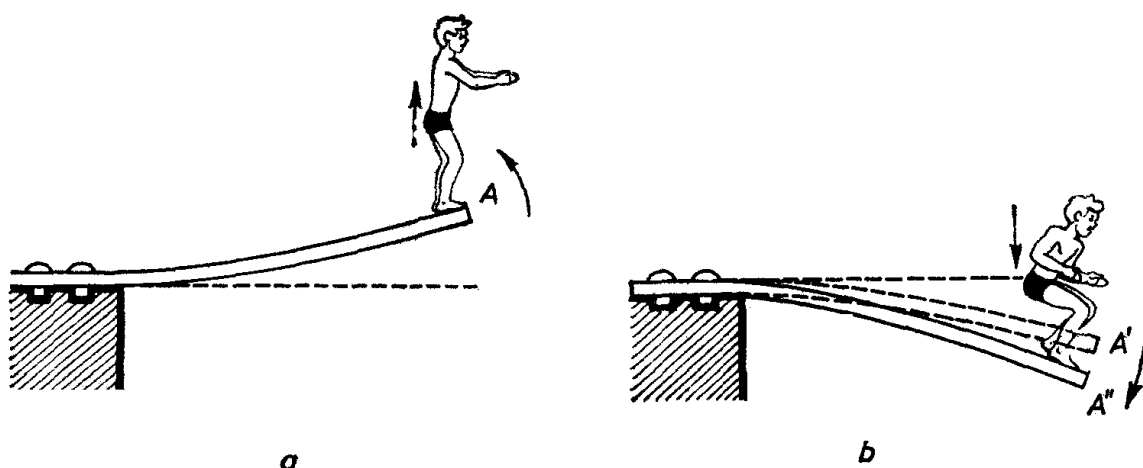


Fig. 1.7. Săritorul se desprinde în A (a) și recade pe trambulină în A' suplimentînd energia disipată într-o semioscilație (b).

echilibru. Însă aproximativ în momentul în care trambulina se îndreaptă către A' săritorul cade pe planșă cedîndu-i o parte din energie, ceea ce duce la mărirea amplitudinii pînă în A'' (fig. 1.7, b).

Procesul de transfer energetic prin care oscilatorul este excitat periodic cu o perioadă egală cu perioada proprie este un proces de transfer optim și se numește *rezonanță*. Sistemul excitat la rezonanță se numește *rezonator*.

b) Peste unele șanțuri sau peste unele pîrîuri se construiește uneori cîte o punte improvizată, care constă de fapt dintr-o scîndură pusă pe două reazeme (fig. 1.8). Excitată, puntea poate să oscileze liber cu o frecvență proprie care depinde, între altele, de lungimea ei și care este de regulă destul de mică.

Omul care trece puntea este pentru aceasta un sistem perturbator cuplat cu oscilatorul (puntea) prin contactul direct. Oricine, călcînd pe punte, constată oscilațiile forțate ale acesteia în ritmul pașilor. Modificînd frecvența pașilor omul simte cum amplitudinea oscilațiilor forțate se modifică

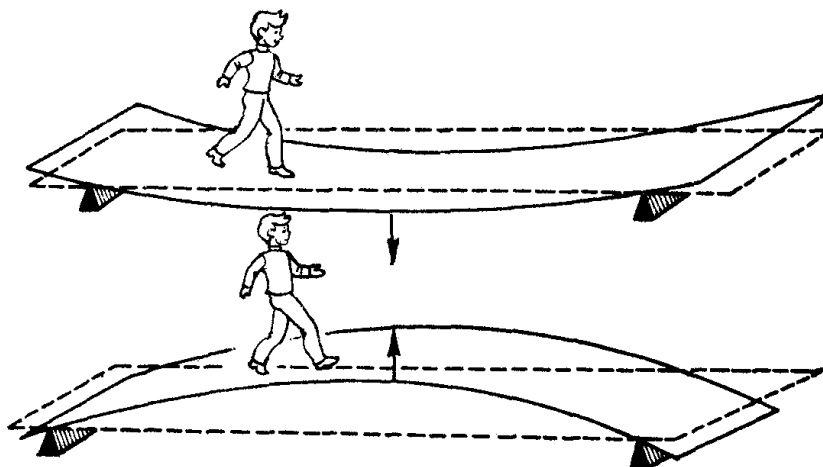


Fig. 1.8. Rezonanța unei punți.

și există o frecvență pentru care amplitudinea oscilațiilor punții crește în mod periculos, deoarece eforturile care apar în scîndură pot depăși rezistența materialului. Se produce așadar un transfer de energie optim de la persoana care trece puntea la puntea însăși, momentul punerii piciorului pe punte pentru un nou pas coincidînd cu deplasarea scîndurii în jos. Este un proces de rezonanță.

1.2. OSCILATORUL ARMONIC IDEAL

În paragraful 1.1 au fost prezentați cîțiva oscilatori reali la care forța de revenire este sau de natură gravitațională sau de natură elastică. Pentru a cunoaște mișcarea unui oscilator este necesar să se poată scrie legea lui de mișcare. În general mișcarea unui oscilator este complexă. În cele ce urmează se va restrînge studiul la un singur tip de oscilator, oscilatorul armonic.

Termenul de oscilator *armonic* provine de la funcțiile sinus și cosinus care fac parte dintr-o categorie de funcții denumite *funcții armonice* — care intervin în exprimarea legii de mișcare a acestui tip de oscilator. Oscilația armonică are o însemnătate deosebită.

Studiul oscilatorului armonic va fi făcut pe un model simplificat care are o construcție ideală și oscilează fără frecare.

1.2.1. Modelul oscilatorului armonic. (Pendulul elastic.) Vom studia mișcarea oscilatorului armonic pe un model de oscilator numit *pendul elastic*. Oscilatorul propriu-zis constă din corpul C în care se consideră în mod ideal a fi concentrată toată masa lui și din resortul r , considerat fără masă și perfect elastic (fig. 1.9. a). Pendulul elastic are o singură posibilitate de mișcare, de-a lungul axei resortului*. Mișcarea pendulului elastic poate fi pusă în evidență prin mișcarea indicatorului I . În adevăr. C și I au aceeași mișcare, deoarece vergeaua IC este rigidă.

În repaus pendulul ocupă o poziție O marcată pe hîrtia milimetrică lipită pe scara dinamometrului (fig. 1.9, a). În O forța $\vec{G}$, greutatea corpului C și forța reciprocă $\vec{R}$ din resort își fac echilibru (fig. 1.9, b). Pendulul nu părăsește această poziție fără intervenție din afară, motiv pentru care O se numește *poziție de echilibru* (stabil). Scoțîndu-l din poziția de echilibru pînă în B_2 , și lăsîndu-l liber pendulul revine către O , trece prin poziția de echilibru și se mișcă mai departe pînă într-o poziție B_1 simetrică față de B_2 în raport cu O . În B_1 pendulul se oprește și se întoarce către B_2 parcurgînd traiectoria în condiții pe care le considerăm ideale,

* Pendulul elastic are tot un singur grad de libertate ca și leagănul

adică neglijăm frecările (fig. 1.9, c). Pendulul efectuează oscilații neamortizate. O astfel de oscilație este fotografiată stroboscopic în figura 1.9, d.

Poziția pendulului elastic la un moment dat poate fi descrisă prin distanța y măsurată de-a lungul traiectoriei între poziția momentană M și O

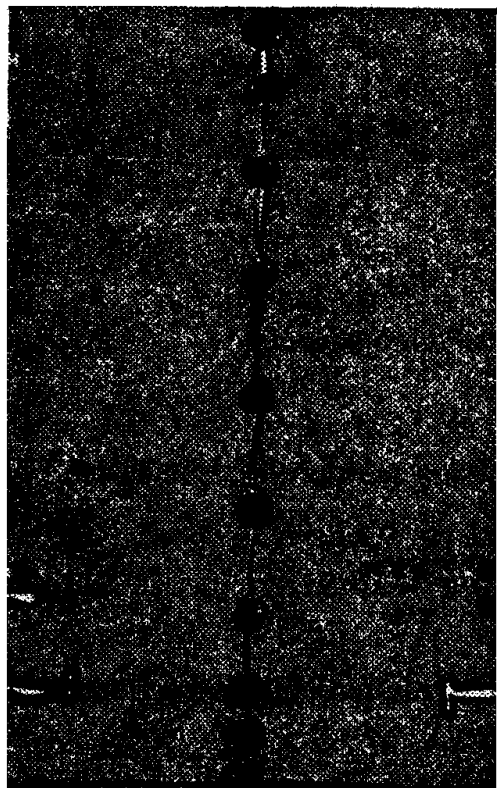
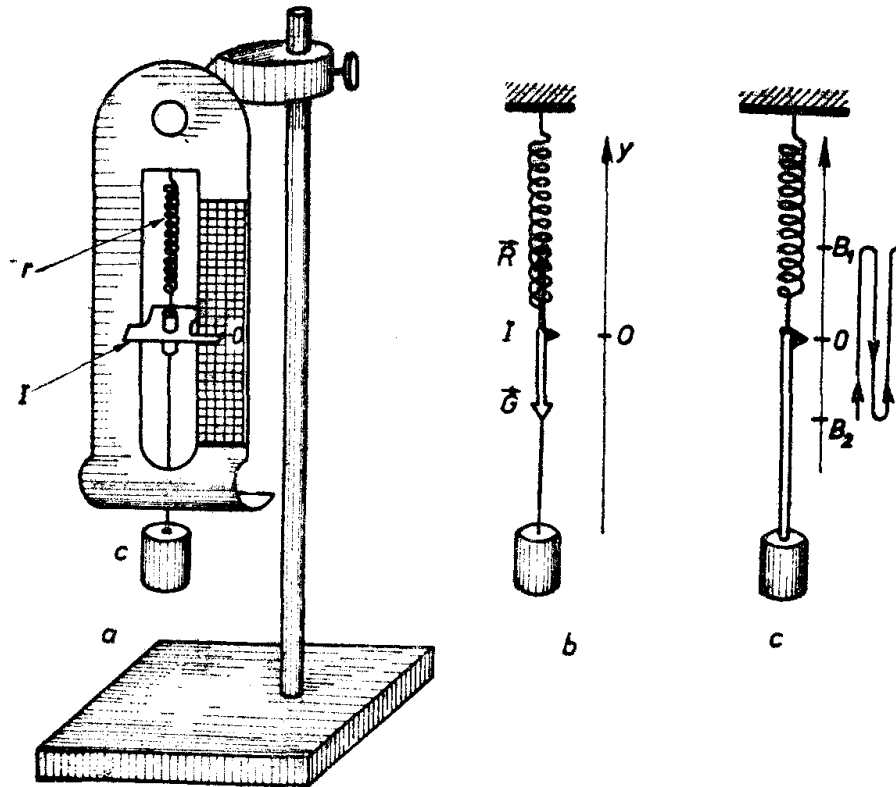


Fig. 1.9. Pendulul elastic.

(fig. 1.10, a). Întrucît pentru un y dat există două poziții M și M' simetrice față de O (fig. 1.10, a și b) distanța $OM = y$ trebuie să se ia cu sem. Alegînd Oy ca axă, y este coordonata punctului M . y , astfel determinat se numește *elongație liniară*, sau simplu *elongație*. Elongația variază timp. Elongația are o direcție; un modul și un sens, deci toate atribute unui vector (fig. 1.10, c și 1.11). Într-o poziție în care pendulul are elongația în resort acționează în afară de $\vec{G}$ o forță suplimentară:

$$\vec{F} = -k\vec{y}, \quad (1.2)$$

unde k este constanta elastică a resortului (fig. 1.11). Expresia (1.2) forței $\vec{F}$ este corectă dacă deformația nu este prea mare astfel încît ea să rămînă în limitele unei deformații perfect elastice. Forța $\vec{F}$ are sens contra elongației și este, prin urmare, întotdeauna orientată spre poziția de echilibru

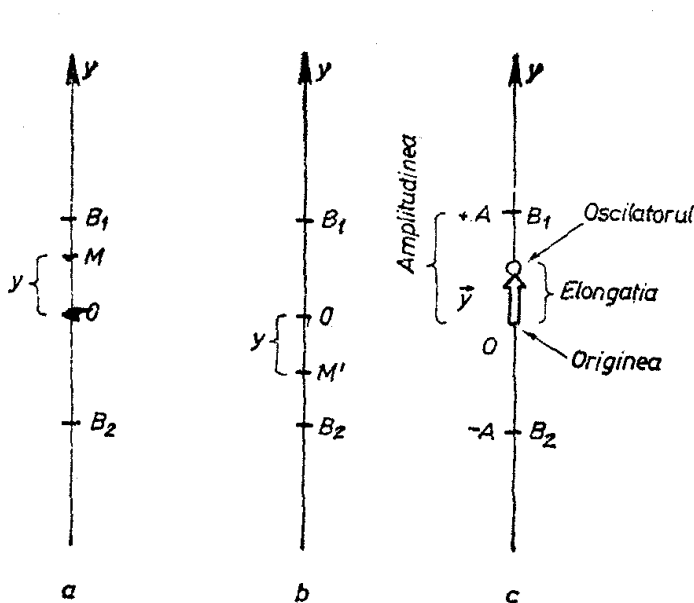


Fig. 1.10. Descrierea mișcării unui oscilator armonic.

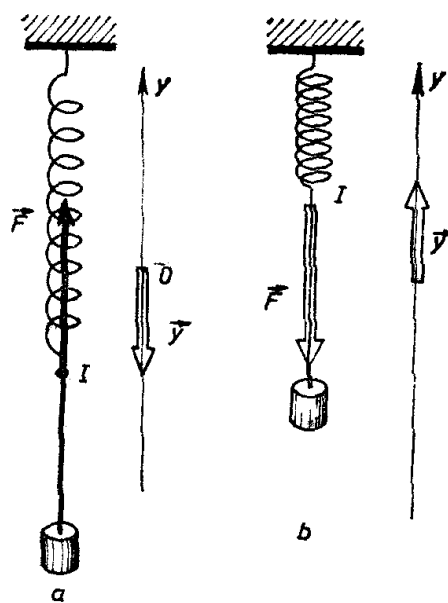


Fig. 1.11. Elongația este un vector.

O , fiind o forță de revenire a pendulului spre O cînd el este în altă poziție decît aceea de echilibru. $\vec{F}$ accelerează pendulul mărindu-i viteza cînd acesta se mișcă spre O sau îl frînează cînd se îndepărtează de poziția de echilibru.

Valoarea maximă a modulului elongației se numește *amplitudine*. Amplitudinea este deci pozitivă.

În figura 1.10 amplitudinea este $A = \max |\vec{y}| = OB_1 = OB_2$.

Să urmărim — un interval de timp mai îndelungat — oscilația unui pendul elastic. Pe hîrtia milimetrică de pe dinamometru notăm amplitudinea pentru fiecare oscilație. Găsim amplitudini din ce în ce mai mici. Oscilația este în realitate amortizată (fig. 1.12). Amortizarea oscilațiilor este un efect al frecării. Neglijarea acestora, a masei resortului, a elasticității imperfecte fac ca studiul nostru să se refere la un *oscilator ideal*. De aceea pentru noi pendul elastic este un *model* al oscilatorului armonic ideal.

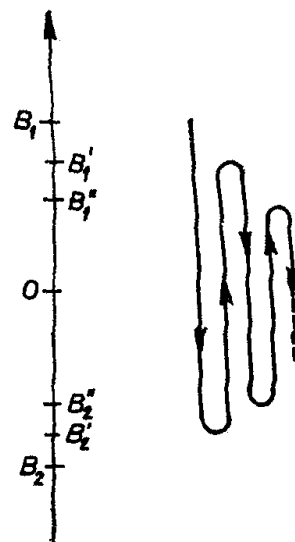


Fig. 1.12. Mișcarea pendulului elastic este amortizată.

1.2.2. Legea mișcării oscilatorului armonic. Pentru studiul mișcării oscilatorului armonic ne folosim de mișcarea circulară uniformă din motive pe care le vom explica la sfîrșitul acestui paragraf.

Urmărim concomitent mișcarea uniformă pe un cerc a punctului M și mișcarea proiecției M'' a lui M pe axa Oy (fig. 1.13, *a*). În timp ce M

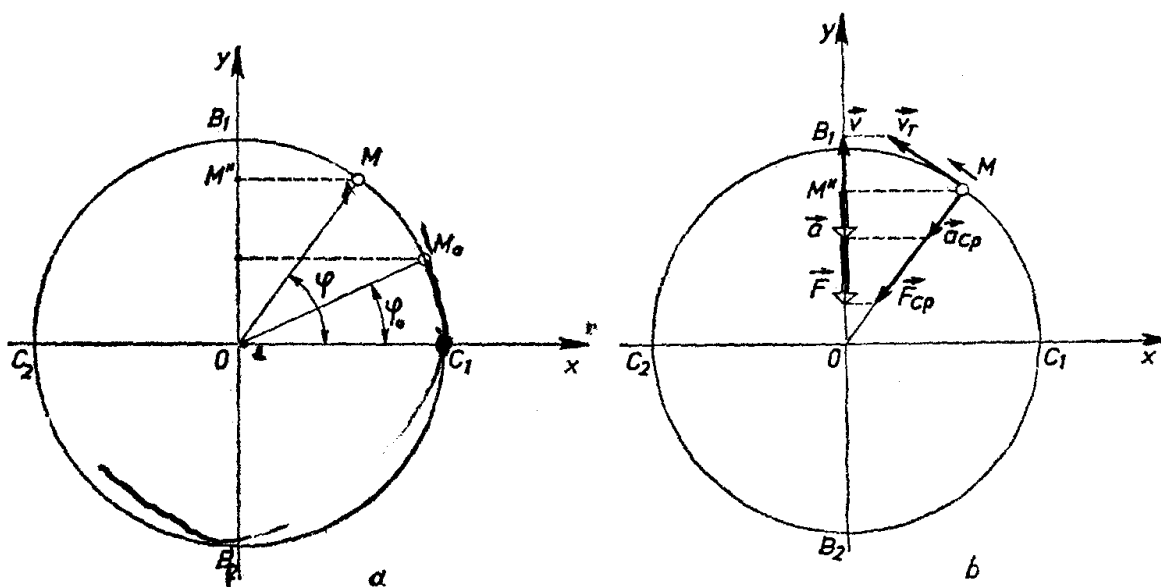


Fig. 1.13. Pentru stabilirea legii de mișcare a oscilatorului armonic.

face o rotație completă pornind din C_1 în sensul arătat, M'' efectuează o oscilație pornind din O așa cum arată figura 1.14.

Poziția lui M la momentul t este dată de mărimea unghiului la centru φ făcut de semi-axa Ox cu raza în M . Dacă ω este viteza unghiulară (constantă) a punctului M care la momentul inițial a fost în C_1 , poziția lui M'' este dată de

$$OM'' = y = r \sin \varphi = r \sin \omega t$$

(fig. 1.13, *a*).

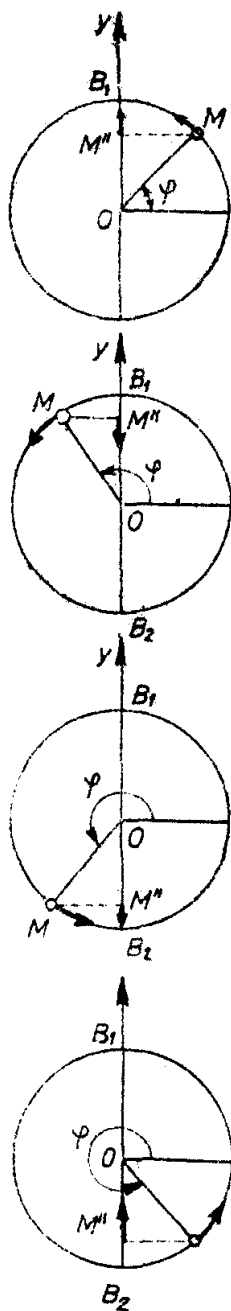


Fig. 1.14. Mișcarea concomitentă a punctului M și a proiecției lui, M'' .

OM'' este elongația punctului M'' care poate fi cel mult egală cu raza. Notăm $\max |y| = r = A$, amplitudinea oscilației. Astfel, M'' efectuează o oscilație armonică a cărei lege de mișcare este

$$y = A \sin \omega t. \quad (1.3)$$

y reprezintă coordonata oscilatorului la un moment dat t pe axa Oy .

Viteza punctului M este vectorul $\vec{v}_T$ de modul $v_T = r\omega$ tangent la cerc în M , iar accelerația centripetă $\vec{a}_{cp}$ are modulul $a_{cp} = r\omega^2$ (fig. 1.13, b). În consecință, viteza $\vec{v}$ și accelerația $\vec{a}$ ale punctului M'' sînt proiecțiile pe Oy ale vectorilor $\vec{v}_T$ și $\vec{a}_{cp}$. Modulele lor sînt $v = v_T \cos \omega t = r\omega \cos \omega t$ și, respectiv, $a = -a_{cp} \sin \omega t = -r\omega^2 \sin \omega t$. Punînd în evidență amplitudinea, se obțin relațiile vitezei și accelerației punctului M'' în mișcarea oscilatorie armonică

$$v = A\omega \cos \omega t \quad (1.4)$$

$$a = -A\omega^2 \sin \omega t \quad (1.5)$$

Mișcarea punctului M'' se desfășoară *ca și cum* asupra lui ar acționa forța $\vec{F}$ îndreptată spre punctul de echilibru O care i-ar imprima accelerația $\vec{a}$ deși, în realitate, asupra acestui punct nu acționează nici o forță. Se observă că dacă masa punctului M'' ar fi m atunci $F = ma = -m\omega^2 y$ sau, ținînd seama de (1.3)

$$F = -(m\omega^2)y$$

adică forța ar fi de tip elastic, produsul $m\omega^2$ fiind constant (v. relația (1.2)).

Rezultă că *mișcarea punctului M'' se face la fel ca mișcarea unui punct material de masă m care s-ar deplasa sub acțiunea unei forțe elastice*. Ecuația (1.3) descrie corect atît mișcarea proiecției M'' cît și mișcarea corpului C al pendulului elastic a cărui oscilație se face datorită forței de revenire elastice $\vec{F} = -k\vec{y}$.

Justețea acestei afirmații poate fi probată cu un experiment simplu. Cu fasciculul paralel al unui proiector se luminează un pendul elastic care oscilează cu o frecvență nu prea mare (fig. 1.15). Umbra P' a sferei P , fixată pe discul D care se rotește uniform pe cerc, apare pe ecran alături de umbra C' a bilei C care oscilează armonic. Luminînd din planul discului, umbra C' a lui C ca și umbra lui P efectuează oscilații pe drepte

paralele. Reglînd perioada de rotație a lui P astfel încît să fie egală cu perioada de oscilație a lui C se va observa că mișcarea celor două umbre se face sincronizat.

1.2.3. Caracteristicile mișcării oscilatorii armonice.

1. *Faza*. Argumentului funcției $y = A \sin \omega t$, $\varphi = \omega t$, se numește *faza mișcării oscilatorii*. Faza se măsoară în radiani și este una din mărimile de stare ale oscilatorului. La momentul inițial $t = 0$ faza mișcării este zero, în cazul ecuației (1.3). Dacă oscilatorul M'' ar fi fost la momentul inițial nu în O ci în O_1 corespunzător punctului M_0 de pe cerc, faza la $t = 0$ ar fi fost φ_0 iar la momentul t , $\varphi = \varphi_0 + \omega t$ (fig. 1.13, a). Ecuația de mișcare ar fi fost atunci

$$y = A \sin (\omega t + \varphi_0) \quad (1.3')$$

Se vede că (1.3) este un caz particular al ecuației (1.3') a cărei fază este $\varphi = \omega t + \varphi_0$, cu φ_0 fază inițială.

Mărimea ω se numește *pulsatie* și se măsoară în radiani pe secundă. Este clar că ω este viteza de variație a fazei, dacă faceți comparație cu ecuația mișcării circulare uniforme.

Observație. Legile (1.4) și (1.5) de variație a vitezei și a accelerației au forma caracteristică unei oscilații armonice. Se obișnuiește să se spună în acest caz că viteza și accelerația sînt mărimi care oscilează. În capitolul 2 sînt prezentate și alte exemple de mărimi care oscilează avînd legi de variație asemănătoare.

Se observă că, folosind relația $\cos \omega t = \sin \left(\frac{\pi}{2} + \omega t \right)$, (1.4) mai poate fi scrisă: $v = A \omega \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$.

Faza vitezei este $\omega t + \frac{\pi}{2}$. Între viteza și elongația oscilatorului armonic considerate în această ordine există o diferență de fază sau un defazaj,

$$\Delta \varphi = \omega t + \frac{\pi}{2} - \omega t = \frac{\pi}{2}.$$

Se observă că dacă ordinea se schimbă, diferența de fază între elongație și viteză este $\Delta \varphi' = \omega t - \omega t - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$. Dacă diferența de fază între două mărimi oscilatorii armonice este π sau zero mărimile sînt în opoziție de fază sau în concordanță de fază*.

* Pentru acest caz se mai utilizează expresia „în fază”.

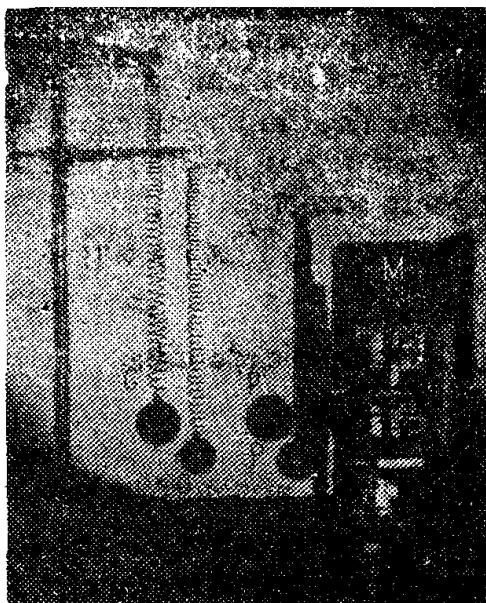


Fig. 1.15. O demonstrație experimentală a justetei analogiei între mișcările punctelor M și M'' din figura 1.14. Discul D este rotit uniform de motorul M .

2. *Perioada.* Caracterul periodic al mișcării oscilatorului armonic se reflectă în faptul că ecuația lui de mișcare este exprimată printr-o funcție periodică. Calculăm perioada T a funcției (1.3) considerînd că după un interval de timp egal cu T secunde oscilatorul revine trecînd în același sens prin aceeași poziție. Cum în acest interval faza a variat cu 2π radiani, se poate scrie:

$$A \sin \omega(t + T) = A \sin(\omega t + 2\pi), \text{ sau} \\ \omega t + \omega T = \omega t + 2\pi, \text{ de unde:}$$

$\omega T = 2\pi$, perioada fiind

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (1.6)$$

Oscilația armonică a pendulului elastic este determinată de inerție și de forța de revenire de tip elastic $\vec{F} = -k\vec{y}$, care conform legii a doua a dinamicii, imprimă pendulului de masă m o accelerație de aceeași orientare. Deci $\vec{F} = m\vec{a} = -k\vec{y}$ sau transcriind-o scalar și ținînd seama de (1.3) și (1.5) se obține succesiv:

$$-kA \sin \omega t = -mA\omega^2 \sin \omega t$$

relație satisfăcută în orice moment. Rezultă:

$$k = m\omega^2 \quad (1.7)$$

și folosind (1.6) avem succesiv $k = m \frac{4\pi^2}{T^2}$ și

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (1.8)$$

Observăm că *perioada oscilației armonice depinde de proprietățile inerțiale (prin masa m) și elastice (prin k , constanta elastică) și nu depinde de condițiile inițiale, adică de amplitudinea A .* Un anumit pendul elastic (m , k , date) are o anumită *perioadă proprie*, fapt observat experimental în § 1.1.3.

Este evident, ținînd seamă de 1.1, că orice pendul elastic are și o *frecvență proprie*:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Dependența exprimată de (1.8) este explicabilă din punct de vedere fizic. Pentru o masă dată, dacă forța elastică crește rapid cu distanța (k , mare), corpul este frînat într-un interval mai scurt, revine deci mai repede spre poziția de echilibru (T , mic), și invers. Dacă pentru un k dat masa m a corpului este mare, aceea forță produce o accelerație mai mică și corpul este frînat mai lent (T , mare), și invers.

Relația (1.8) reflectă condițiile idealizate discutate la începutul paragrafului 1.2.1. Se mai spune că mărimile care descriu proprietățile inerțiale (masa — m) și elastice (k — constanta elastică) ale oscilatorului armonic sînt *concentrate*.

1.2.4. Reprezentarea geometrică a mișcării oscilatorului armonic

1) *Reprezentarea grafică.* Variația funcției (1.3) este dată în tabelul următor în care s-au trecut câteva valori ale lui t în decurs de o perioadă: $t \in \left[0, \frac{2\pi}{\omega}\right]$, deoarece funcția sinus este periodică.

t	0	$\frac{\pi}{2\omega}$	$\frac{\pi}{\omega}$	$\frac{3\pi}{2\omega}$	$\frac{2\pi}{\omega}$
ωt	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	0	A	0	$-A$	0

Graficul funcției, desenat în figura 1.16, *a*, este o sinusoidă. S-a figurat și graficul oscilației (1.3') care este defazată cu $\Delta\varphi = \omega t + \varphi_0 - \omega t = \varphi_0$

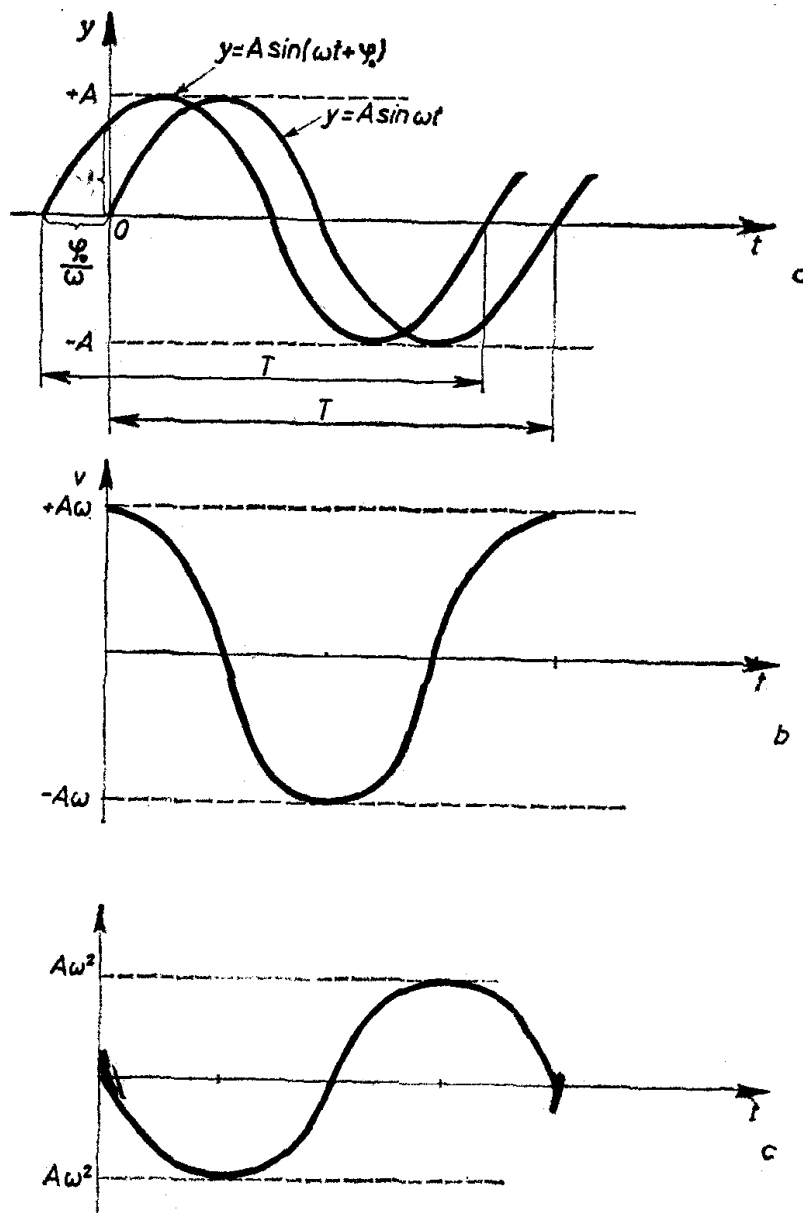


Fig. 1.16. Reprezentarea grafică a elongației (a), vitezei (b) și accelerației oscilatorului armonic (c).

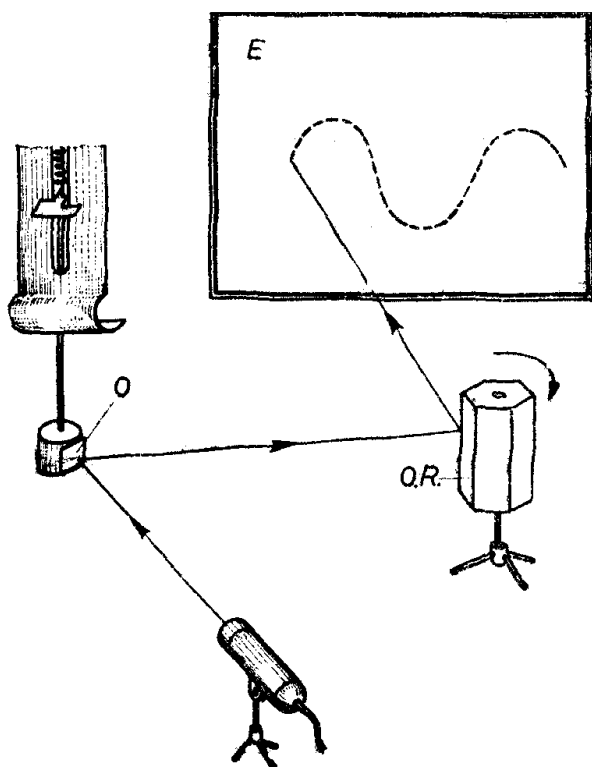


Fig. 1.17 Obținerea unei oscilograme cu ajutorul oglinzii rotitoare.

tru a nu deforma curba. S-a obținut prin acest procedeu, o *oscilogramă*. Se va studia în capitolul următor un dispozitiv electronic (oscilograf electronic) cu ajutorul căruia se pot obține oscilograme precise pentru studiul oscilațiilor fizice.

2) *Reprezentarea prin fazori* (Fresnel)*. În locul vectorului $\vec{y}$ se alege vectorul $\vec{r}$ a cărui proiecție pe axa Oy este $\vec{y}$ și care are o mișcare de rotație în sens contrar acelor unui ceas cu o viteză unghiulară ω făcând la un moment dat unghiul de fază $\varphi = \omega t$ cu semi-axa Ox , originea fazelor.

Vectorul $\vec{r}$ se numește fazor (fig. 1.18, a). Modulul lui $\vec{r}$ este egal cu amplitudinea mișcării oscilatorii. În figura 1.18, b este reprezentat fazorul corespunzător oscilației (1.3').

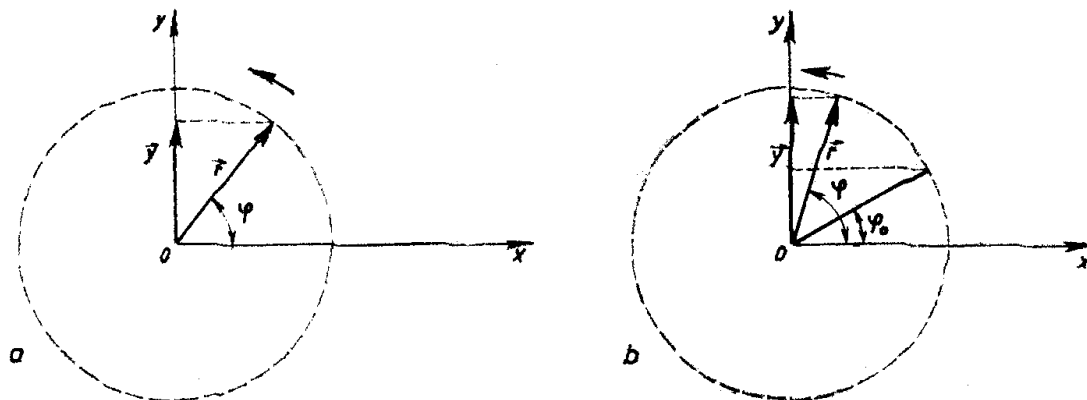


Fig. 1.18. Reprezentarea prin fazori.

* Imaginată de Augustin Jean Fresnel (1788—1827), fizician francez.

înaintea oscilației (1.3). Întrucât perioada și amplitudinea ambelor oscilații sînt aceleași, graficul lui (1.3') se desenează printr-o translație în stînga cu $\frac{\varphi_0}{\omega}$.

În figurile 1.16, b, 1.16, c sînt reprezentate funcțiile 1.4 și 1.5 defazate cu $\frac{\pi}{2}$ și, respectiv, cu π înaintea elongației (1.3).

Un procedeu experimental simplu ne poate face „să vedem” sinusoida din figura 1.16, a. În figura 1.17 fasciculul care cade pe o mică oglindă O atașată pendulului se reflectă pe o oglindă rotitoare ($O.R.$). Astfel, oscilația sus-jos a pendulului elastic se compune cu deplasarea pe orizontală a oglinzii dînd pe ecran o sinusoidă. Rotația oglinzii trebuie să fie uniformă pen-

Exemple de calcul. 1. Un oscilator armonic cu amplitudinea oscilației de $8 \cdot 10^{-3}$ m se află la 0,01 s de la începerea oscilației la o depărtare de $4 \cdot 10^{-3}$ m de poziția de echilibru în care s-a găsit la momentul inițial. Să se calculeze:

- pulsatia oscilatorului;
- perioada oscilației;
- frecvența oscilației;
- viteza oscilatorului în poziția dată;
- acclerația oscilatorului în poziția dată.

Rezolvare:

- Ecuatia de mișcare este dată de (1.3)

$$y = A \sin \omega t$$

care pentru momentul $t = 0,01$ s se scrie

$$4 \cdot 10^{-3} = 8 \cdot 10^{-3} \sin \omega t,$$

de unde rezultă

$$\sin \omega t = \frac{1}{2} \text{ sau } \omega t = \frac{\pi}{6} \text{ și } \omega = \frac{\pi}{6t} = \frac{\pi}{6 \cdot 10^{-2}} = \frac{100\pi}{6} = \frac{50\pi}{3} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right).$$

- Perioada se găsește aplicând relația (1.6):

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{6\pi}{50\pi} = 0,12 \text{ (s)}.$$

- Frecvența se calculează din relația (1.1)

$$\nu = \frac{1}{T} \approx 8,33 \text{ (Hz)}.$$

- Viteza este dată de relația (1.4). Înlocuind și ținând seama că $\omega t = \frac{\pi}{6}$

$$v = A \omega \cos \omega t = 8 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{50\pi}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,36 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right).$$

- Acclerația, dată de (1.5) este:

$$a = -\omega^2 y = -\left(\frac{50\pi}{3} \right)^2 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = -10,96 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right).$$

2. Legea de mișcare a unui oscilator armonic este exprimată în S I astfel:

$$y = 2 \cdot 10^{-2} \sin \left(100 \pi t - \frac{\pi}{6} \right). \quad (\text{I})$$

- Să se calculeze perioada, frecvența, amplitudinea, faza inițială și elongația la momentul inițial.

- Să se reprezinte grafic legea de mișcare.

- Să se scrie și să se reprezinte grafic legea de mișcare a unui alt oscilator cu aceleași caracteristici, dar care oscilează în avans de fază cu $\frac{\pi}{12}$ față de (I).

Rezolvare:

Se compară direct legea de mișcare cu legea generală (1.3'); $y = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$.

- $A = 2 \cdot 10^{-2}$ m, $\omega = 100 \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $\varphi_0 = -\frac{\pi}{6}$.

Perioada și frecvența sînt:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{100\pi} = \frac{1}{50} \text{ (s)};$$

$$\nu = \frac{1}{T} = 50 \text{ Hz,}$$

iar elongația la momentul inițial

$$y_0 = 2 \cdot 10^{-2} \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -10^{-2} \text{ (m)}.$$

b) Pentru simplificare, în loc de a reprezenta oscilația (I), ne ocupăm mai întîi de oscilația:

$$y = 2 \cdot 10^{-2} \sin 100 \pi t \text{ (II)}$$

defazată cu $\frac{\pi}{6}$ radiani înaintea oscilației I. (Într-adevăr notînd cu φ_I , și φ_2 fazele oscilației I și, respectiv II se obține $\Delta\varphi = \varphi_{II} - \varphi_I = 100 \pi t - 100 \pi t + \frac{\pi}{6}$). Se alcătuieste tabelul de variație în care se determină valorile lui t pentru fazele φ care dau valorile principale ale funcției dintr-un interval $t \in \left[0, \frac{1}{50}\right]$, adică o perioadă:

$\varphi(\text{rad})$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$t(\text{s})$	0	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{3}{200}$	$\frac{1}{50}$
$y(\text{m})$	0	$2 \cdot 10^{-2}$	0	$-2 \cdot 10^{-2}$	0

Reprezentăm grafic oscilația (II) și apoi efectuăm o translație a graficului cu $\frac{\pi}{6}$ rad spre dreapta (fig. 1.19, a).

c) Legea de mișcare a oscilatorului este

$$y = 2 \cdot 10^{-2} \sin (100\pi t + \varphi_x)$$

unde φ_x este faza la momentul inițial și trebuie determinată. Notînd cu φ_3 faza acestui oscilator rezultă $\Delta\varphi = \varphi_3 - \varphi_1 = \frac{\pi}{12}$ din enunț. Deci:

$$\varphi_3 - \varphi_1 = (100 \pi t + \varphi_x) - \left(100 \pi t - \frac{\pi}{6}\right) = \varphi_x + \frac{\pi}{6}$$

sau

$$\varphi_x = \frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{12}.$$

Deci legea de mișcare cerută are forma

$$y = 2 \cdot 10^{-2} \sin\left(100 \pi t - \frac{\pi}{12}\right) \quad (\text{III})$$

care este reprezentată pe graficul 1.19, a printr-o linie groasă. Fazorial, I și II sînt reprezentate pe figura 1.19, b.

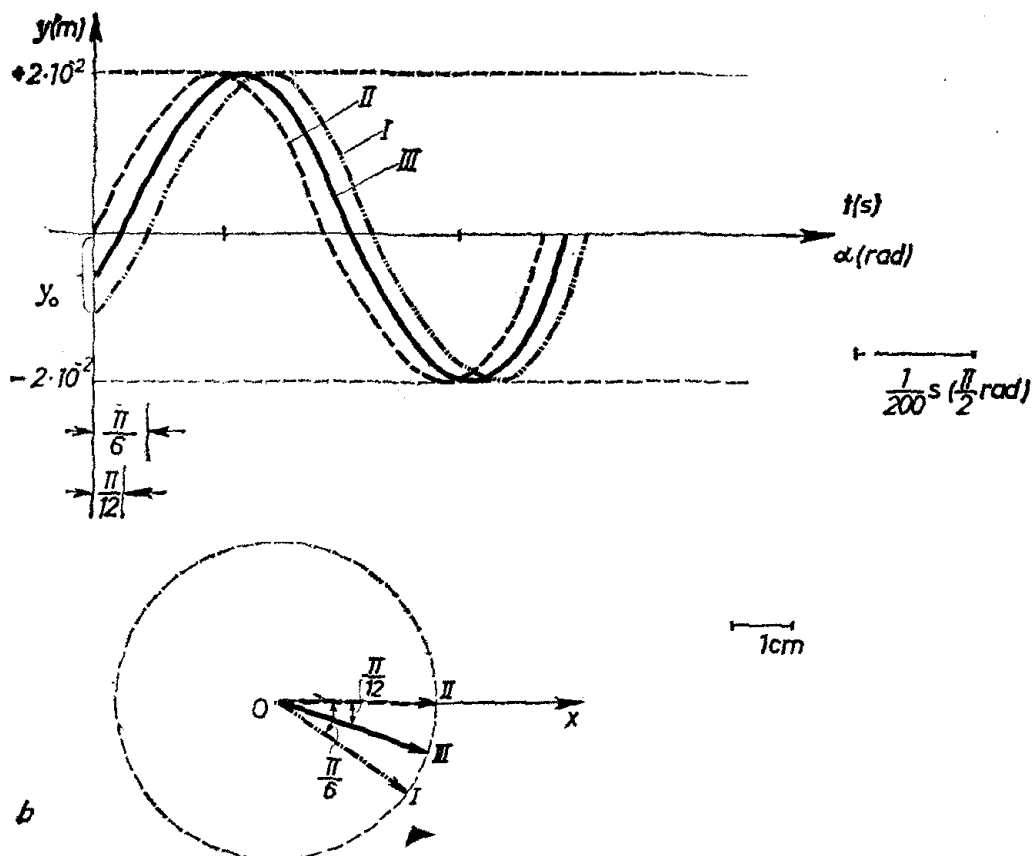


Fig. 1.19. Pentru exemplul de calcul.

1.2.5. Energia oscilatorului armonic. În timpul desfășurării oscilațiilor unui oscilator armonic se efectuează un proces continuu de transformare a energiei mecanice din formă potențială în cinetică și invers.

La un moment dat t când elongația este y energia potențială a oscilatorului este

$$E_p = \frac{ky^2}{2}, \quad (1.9)$$

unde k este constanta elastică a resortului. Funcția (1.9) este reprezentată în figura 1.20. Graficul (E_p) este o parabolă cu vârful în origine, simetrică față de axa OE , cu domeniul de definiție $y \in [-A; +A]$.

În același moment t energia cinetică este

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 \quad (1.10)$$

unde m și v sînt masa oscilatorului și, respectiv, viteza lui în acel moment.

Să reprezentăm grafic pe figura 1.20 energia cinetică. Pornind de la 1.10 se scrie folosind (1.3) și (1.4)

$$E_c = \frac{mA^2 \omega^2 \cos^2 \omega t}{2} = \frac{kA^2(1 - \sin^2 \omega t)}{2} \approx \frac{1}{2} k(A^2 - y^2)$$

expresie al cărei grafic este tot o parabolă simetrică față de OE , cu vârful

în sus, situat în punctul de coordonate $y = 0$, $E = \frac{1}{2} kA^2$ și cu domeniul de definiție în același interval ca și E_p . Pe figura 1.20 valorile energiilor cinetică și potențială sînt marcate pentru o elongație oarecare cu acolade. Înlocuind în (1.9) și (1.10) expresiile (1.3) și (1.4) se obțin relațiile:

$$E_p = \frac{kA^2 \sin^2 \omega t}{2} \text{ și } E_c = \frac{mA^2 \omega^2 \cos^2 \omega t}{2} \quad (1.11)$$

care însumate dau, folosind relația (1.7):

$$E_p + E_c = \frac{m\omega^2 A^2 (\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t)}{2} = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 = \frac{1}{2} kA^2,$$

deoarece $\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t = 1$.

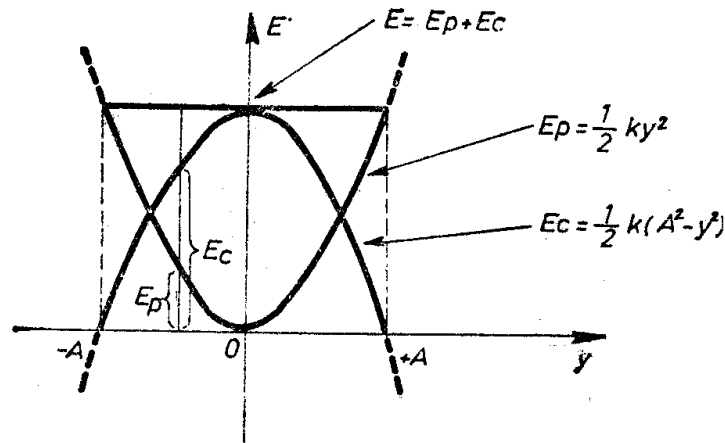


Fig. 1.20. Graficul energiei oscilatorului armonic.

Suma dintre energia potențială și energia cinetică este *energia mecanică totală* E a oscilatorului. Deci

$$E = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 = \frac{1}{2} kA^2 = 2\pi^2 \nu^2 mA^2. \quad (1.12)$$

Rezultă că

energia mecanică totală a oscilatorului este constantă în timp.

Acest rezultat este firesc, deoarece s-a considerat că după excitarea inițială a oscilatorului, acesta execută oscilații în condiții perfecte de izolare. În expresia (1.12) intervin factori care depind de caracteristicile oscilatorului ν și m și un factor A care nu depinde de oscilator, ci de perturbația inițială. (Să ne reamintim că oscilațiile nu depășesc amplitudinea perturbației inițiale.)

Energia totală este reprezentată de funcția constantă (fig. 1.20)

$$E = \frac{1}{2} kA^2$$

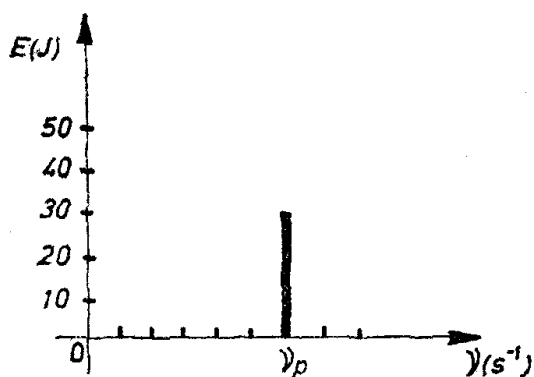
cu același domeniu de definiție $y \in [-A, +A]$.

Energia mecanică a oscilatorului este o caracteristică a stării oscilatorului.

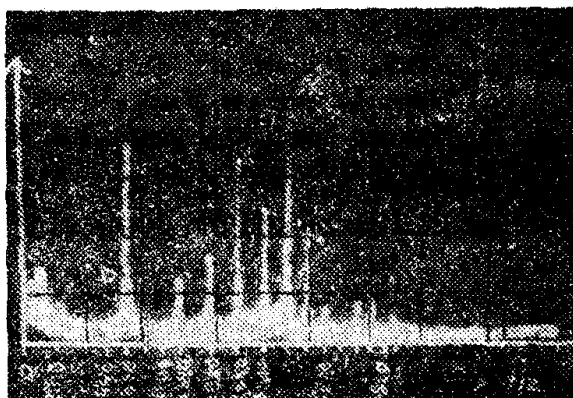
Există două moduri de reprezentare a acestei mărimi:

1. *Printr-un spectru.* Aceasta este o prezentare a energiei în funcție de frecvență (fig. 1.21, a) ν_p este frecvența proprie (6 Hz). În figura 1.21, b se vede o fotografie luată pe ecranul oscilografului unui analizator*. Sînt prezente oscilații de diferite frecvențe. Este evident că energia oscilației cu frecvența $\nu = 660$ Hz este cea mai mare (≈ 35 J).

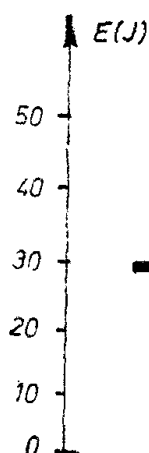
2. *Printr-o schemă de nivele energetice* în care se înscrie numai energia totală (fig. 1.21, c). Energia oscilatorului este aceeași în cazurile a și c (30 J).



a



b



c

Fig. 1.21. Un spectru al unei oscilații.

Graficul 1.20 descrie și transformarea energiei mecanice a unui oscilator armonic din forma cinetică în potențială și invers. Se observă că în momentul în care pendulul elastic își atinge amplitudinea energia oscilatorului este exclusiv potențială. În mișcarea de revenire energia potențială scade, crescînd energia cinetică; în punctul O energia cinetică e maximă, cea potențială anulîndu-se. Mișcîndu-se în continuare datorită inerției, transformările au loc invers pînă la întoarcerea pendulului din nou către poziția de echilibru.

* Aparat care analizează prin procedee electronice frecvența și energia unei oscilații și o fixează pe tubul unui oscilograf electronic, dispozitiv care va fi descris în capitolul următor.

Această transformare periodică a energiei unui oscilator mecanic ideal din forma potențială în cinetică și invers constituie o caracteristică esențială a procesului de oscilație.

Se va regăsi această caracteristică pentru orice fel de oscilație dar, bineînțeles, pentru alte forme de energie.

Exemplu de calcul. De un resort elastic a cărui constantă elastică este de $k = 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ este suspendat un corp de masă $m = 0,1 \text{ kg}$. Pendulul elastic astfel format oscilează. Impulsul pendulului la distanța $y_1 = 3 \text{ cm}$ de poziția de echilibru este $p_1 = 0,3 \sqrt{3} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Se cer:

- legea de mișcare (faza inițială este nulă);
- energia cinetică și potențială în momentul în care $y_2 = 2 \text{ cm}$.

Rezolvare.

a) Pulsația se află din relația (1.7)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10^3}{0,1}} = 10^2 \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right).$$

Pentru a calcula amplitudinea folosim condițiile date:

$$\begin{aligned} \text{elongația } y_1 &= A \sin \omega t_1 \\ \text{și impulsul } p_1 &\text{ când elongația este } y_1 \end{aligned} \quad (\text{I})$$

$$p_1 = mv_1 = mA\omega \cos \omega t_1 \text{ sau } \frac{p_1}{m\omega} = A \cos \omega t_1. \quad (\text{II})$$

Ridicînd I și II la pătrat și adunîndu-le se obține:

$$A = \sqrt{y_1^2 + \frac{p_1^2}{m^2\omega^2}} = 6 \cdot 10^{-2} (\text{m}).$$

Legea de mișcare se scrie:

$$y = 6 \cdot 10^{-2} \cdot \sin 10^2 t.$$

b) Când $y_2 = 2 \text{ cm}$ energia potențială este

$$E_p = \frac{ky_2^2}{2} = \frac{10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{2} = 0,2 \text{ (J)}.$$

Energia cinetică poate fi aflată fie prin calcularea în prealabil a pătratului vitezei v_2^2 când $y_2 = 2 \text{ cm}$ fie prin scăderea energiei potențiale din energia totală, ceea ce este mai simplu. Vom proceda în ambele feluri.

I. Pătratul vitezei este

$$v_2^2 = A^2 \omega^2 \cos^2 \omega t$$

dar din ecuația 1.3 $\sin \omega t = \frac{y_2}{A}$ și înlocuind în relația precedentă obținem:

$$v_2^2 = A^2 \omega^2 \left(1 - \frac{y_2^2}{A^2} \right) = 36 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4 \frac{36 \cdot 10^{-4} - 4 \cdot 10^{-4}}{36 \cdot 10^{-4}} = 32 \left(\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right).$$

$$\text{Deci } E_c = \frac{1}{2} mv_2^2 = \frac{1}{2} 10^{-1} \cdot 32 = 1,6 \text{ (J)}.$$

II. Energia totală este, după (1.12),

$$E_{tot} = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} \cdot 10^3 \cdot 36 \cdot 10^{-4} = 1,8 \text{ (J)}.$$

Se observă că:

$E_c = E_{tot} - E_p = 1,8 - 0,2 = 1,6 \text{ (J)}$,
exact rezultatul obținut prin calculul direct.

1.2.6. Pendulul gravitațional. În figura 1.22 este prezentată o mică sferă de masă m suspendată de un fir subțire, ușor și foarte puțin extensibil. Acest pendul este un model de pendul gravitațional ideal. Poziția de echilibru a pendulului este la verticală. Deplasat lateral și lăsat apoi liber pendulul oscilează (fig. 1.23). Este această mișcare o oscilație armonică?

Observăm că forța de readucere în poziția de echilibru are modulul $G_t = G \sin \alpha$, unde G este greutatea sferei, iar α elongația unghiulară.

Devierea la un moment dat a pendulului P față de poziția de echilibru

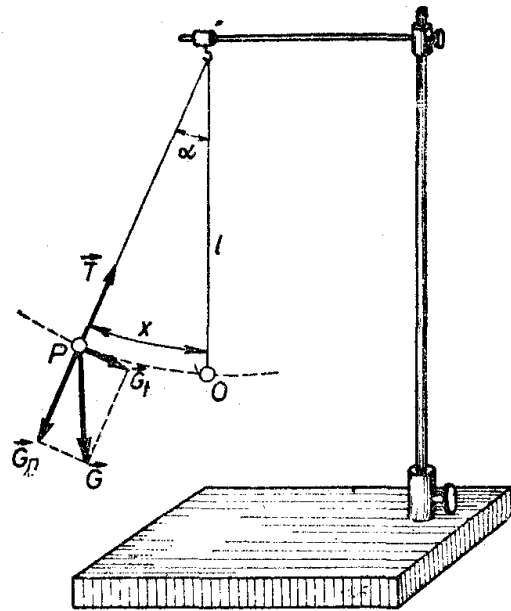


Fig. 1.22. Pendulul gravitațional (model de laborator).

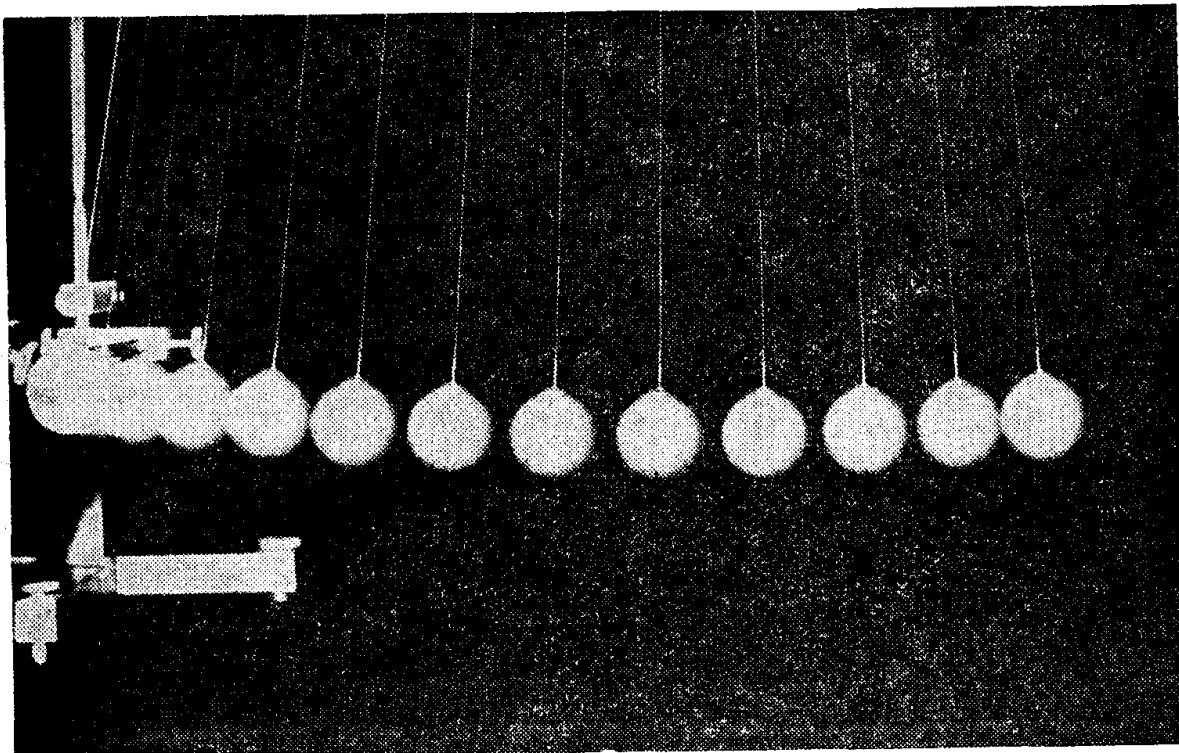


Fig. 1.23. Fotografie stroboscopică a oscilațiilor unui pendul gravitațional.

este dată de arcul $PO = x = l\alpha$, unde l este lungimea pendulului, α fiind măsurat în radiani. Se observă că forța de revenire nu este proporțională cu devierea. Forța de revenire nu este de tip elastic, iar oscilația pendulului nu este armonică. La pendulul gravitațional nu se mai poate vorbi de o perioadă proprie. Oscilațiile lui nu sînt izocrone*, adică două oscilații cu amplitudine diferită au perioade diferite. Acest fapt a fost observat chiar de Galilei.

Dar să privim cu atenție tabelul de valori ale sinusului unui arc:

α		$\sin \alpha$
grade (sexagesimale)	radiani	
0°	0	0,00000
0°10'	0,0029	0,00291
0°20'	0,0058	0,00582
0°30'	0,0087	0,00873
0°40'	0,0116	0,01164
0°50'	0,0145	0,01454
1°	0,0175	0,01745
2°	0,0349	0,03490
3°	0,0524	0,05234
4°	0,0698	0,06976
5°	0,0873	0,08716
6°	0,1047	0,10145
7°	0,1396	0,12183

Observăm că pentru $\alpha < 0,0873$ radiani (5°) $\alpha \approx \sin \alpha$. În aceste cazuri (oscilații mici) forța de revenire poate fi scrisă sub forma:

$$G_t = mg \sin \alpha \approx mg \alpha = mg \frac{x}{l} = \frac{mg}{l} x. \quad (1.13)$$

Pentru unghiuri α mici forța de revenire este aproximativ de tip elastic (forță *vasielastică*). Cu această observație se poate aplica relația (1.8) pentru calcularea perioadei oscilațiilor pendulului cînd amplitudinea este sub 5°:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\frac{mg}{l}}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1.14)$$

deoarece în relația forței de revenire $k = \frac{mg}{l}$.

Se observă că perioada micilor oscilații ale pendulului gravitațional nu depinde de masa lui.

* Izo = același; cronos = timp (l. greacă)

Oscilațiile sub 5° ale pendulului se efectuează deci sub acțiunea unei forțe de revenire *cvasielastică*. Pendulul gravitațional poate fi considerat în aceste condiții un oscilator armonic. Relația 1.11 permite calcularea cu aproximație a perioadei pendulului gravitațional. Aproximarea este cu atât mai bună cu cât amplitudinea unghiulară este mai mică. În probleme, 1.11 se utilizează și pentru calculul perioadei la amplitudini mult mai mari de 5° . Bineînțeles eroarea este în aceste cazuri destul de mare (vezi problema 24).

Ca și în cazul pendulului elastic, în procesul oscilației se produc transformări ale energiei mecanice din formă potențială în cinetică și invers, studiate în clasa a IX-a (vezi și paragraful următor).

Exemplu de calcul. Pentru a dovedi că Pământul se rotește Foucault* a construit un pendul de 67 m cu o bilă de masă egală cu 28 kg. El a suspendat pendulul sub cupola Panteonului din Paris. Un indice plasat sub punctul de fixare a bilei lăsa urme pe nisipul fin, strâns sub forma unui cerc cu raza de 2,5 m, centrul fiind pe verticala pendului aflat în echilibru. Amplitudinea este de 3 m. Să se calculeze:

- perioada oscilațiilor;
- ecuația de mișcare a bilei.
- Ce demonstrează deplasarea continuă și în același sens a urmelor lăsate pe nisip de indicele pendulului? Se ia $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
- Energia potențială a pendulului în poziția în care lasă urma pe nisip.

Rezolvare:

- Perioada este dată de (1.11)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{67}{9,8}} \approx 16,4 \text{ (s)}.$$

- La o amplitudine de 3 m, și pentru o lungime de 67 m, $\sin \alpha \approx \frac{3}{67} \approx 0,045$, ceea ce ne dă dreptul, conform tabelului de la pagina 32 să considerăm oscilația cvasiarmonică. Deci, considerând faza inițială nulă,

$$y = A \sin \omega t$$

$$\text{sau, cum } \omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{9,8}{67}} = 0,38 \frac{\text{rad}}{\text{s}},$$

$$y = 3 \sin 0,38$$

- Oscilația liberă a unui pendul se face într-un sistem inerțial mereu în același plan vertical. Deplasarea urmei lăsate pe nisip poate fi interpretată doar ca mișcare a Pământului însuși. Când Pământul se rotește în jurul axei sale poziția pardoselei pe care se află nisipul se modifică față de planul de oscilație rămas neschimbat. Observatorul din sistemul legat de Pământ, care nu-și dă seama de mișcarea Pământului, afirmă rotația planului pendulului.

- Notînd cu α' unghiul între fir și verticală în poziția dată se obține:

$$E_p = mgl (1 - \cos \alpha') \approx 375 \text{ J}.$$

* Leon Foucault (1819–1868), fizician francez.



1.2.7. Groapă de energie potențială. Condiția ca un sistem să efectueze oscilații libere. Vom analiza cei doi oscilatori ideali, pendulul elastic și pendulul gravitațional, din punct de vedere al energiei potențiale.

1. La *pendulul elastic* luând ca nivel energetic de referință energia potențială a oscilatorului în poziția de echilibru, energia potențială când oscilatorul are elongația y este dată de funcția 1.9 reprezentată în figura 1.20. Se observă că în poziția de echilibru energia potențială are un minim, întrucât forma curbei $E_p = \frac{1}{2}ky^2$ este asemănătoare cu o groapă, se spune că pendulul se află în poziția de echilibru într-o groapă de energie potențială.

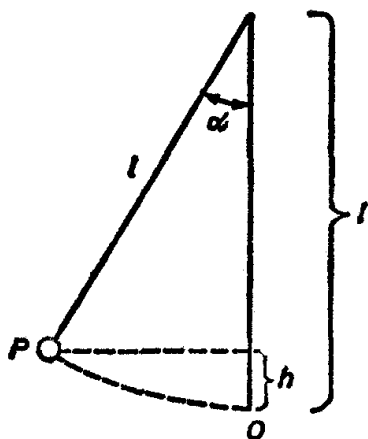


Fig. 1.24. Schemă pentru calcularea energiei pendulului gravitațional.

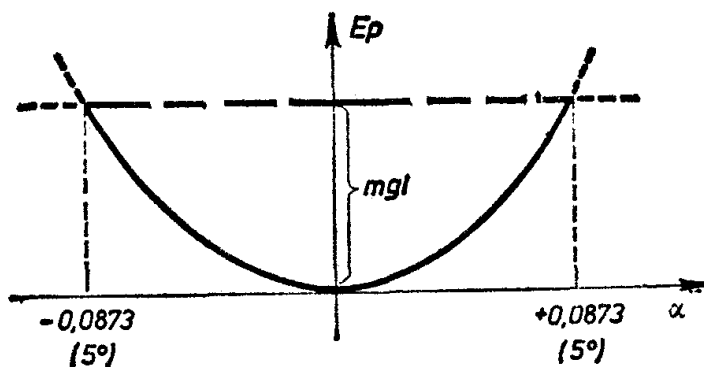


Fig. 1.25. Graficul energiei potențiale.

Ieșirea oscilatorului din această poziție nu se poate face de la sine, ci numai prin intervenția unui sistem exterior, într-un proces de transfer de energie. De îndată ce pendulul elastic a fost scos din poziția de echilibru, apare o forță de revenire care readuce oscilatorul în această poziție ($y = 0$) pentru care $F = 0$. Din acest motiv poziția aceasta este de *echilibru stabil*.

2. La *pendulul gravitațional* luăm ca nivel energetic de referință energia lui în poziția de echilibru. Astfel, într-o poziție laterală energia potențială este (fig. 1.24):

$$E_p = mgh = mg(l - l \cos \alpha) = mgl - mgl \cos \alpha.$$

Graficul acestei funcții este arătat în figura 1.25. Se observă că expresia energiei potențiale este o diferență de doi termeni. Primul, mgl , fiind constant este reprezentat printr-un segment de dreaptă paralel cu $O\alpha$ la distanța mgl , iar al doilea printr-un arc de sinusoidă care nu a fost figurat. Funcția este definită pe un interval pentru care oscilațiile pendulului mai sînt armonice (oscilații mici).

Se observă că în poziția de echilibru ($\alpha = 0$) și $E_p = 0$, deci pendulul are energia potențială minimă. La fel ca în cazul pendulului elastic oscila-

torul nu părăsește de la sine această poziție. Forța de revenire (1.13) readuce pendulul în poziția de echilibru care este o poziție stabilă. În această poziție ($\alpha = 0$), $G_t = 0$.

Concluzie. În ambele cazuri, energia potențială a oscilatorului este o funcție care în intervalul de definiție admite un minim. În poziția de echilibru oscilatorul se află într-o groapă de energie potențială ceea ce conferă acestei poziții calitatea de a fi de echilibru stabil. Scoaterea corpului din această poziție (excitarea lui) și lăsarea lui liberă determină revenirea la poziția de echilibru și efectuarea unor oscilații.

Orice sistem aflat în echilibru stabil într-o groapă de energie potențială are posibilitatea să oscileze liber în jurul poziției pentru care energia potențială este minimă.

Această concluzie a fost dedusă pentru oscilatori la care energia potențială este de natură elastică sau gravitațională. Dar se va vedea, în alte capitole, că afirmația rămîne valabilă pentru orice sistem care se află într-o groapă de energie potențială indiferent de ce natură este această energie.

Nu toate corpurile pot efectua oscilații libere, de exemplu bila din figura 1.1, a. În acest caz orice poziție a bilei este de echilibru (stabil).

1.2.8. Studiul transferului energiei între oscilator și un sistem exterior lui.

În cele ce urmează vom întreprinde un studiu sistematic experimental al acestei probleme. Ne folosim în acest scop de aparatul din figura 1.26. care ne ajută să modelăm procesele care ne interesează. În toate experimentele care vor fi efectuate atît sistemul excitator, cît și cel excitat va fi un pendul gravitațional. Modificările energetice ale sistemului vor putea fi urmărite prin observarea variației amplitudinii oscilațiilor măsurată cu un raportor atașat aparatului.

1. Transferul energetic între oscilator și mediu poate fi în primul rînd un transfer de la oscilator la mediul înconjurător, o disipare a energiei oscilatorului. Vom considera două cazuri: a) cînd frecarea este redusă și b) cînd frecarea este foarte mare.

a) Acest proces are ca efect întotdeauna amortizarea oscilațiilor. Amplitudinea oscilațiilor devine tot mai mică în timp, pînă la stingerea lor completă (a se vedea de exemplu fig. 1.3).

b) Cînd forța de frecare este foarte mare oscilatorul lăsat liber nu poate depăși poziția de echilibru, întreaga energie primită în procesul de

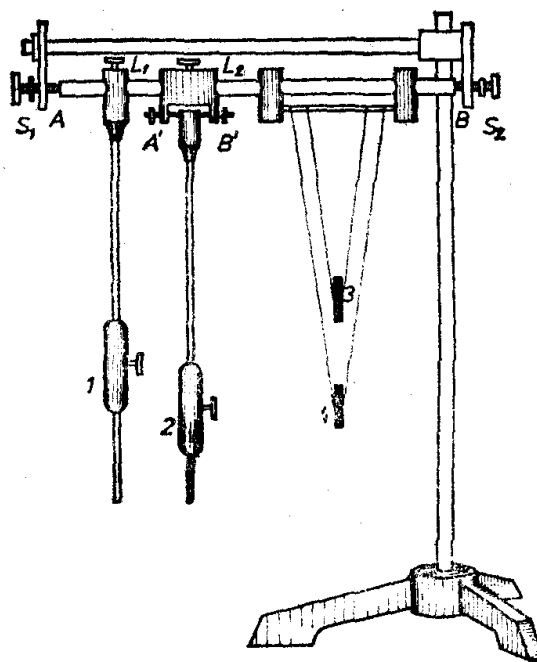


Fig. 1.26. Aparat cu pendule gravitaționale.

excitație fiind disipată mediului înconjurător pe drumul de revenire pînă în poziția de echilibru, unde rămîne în repaus. Mișcarea nu mai este periodică, ea se numește *aperiodică*. O astfel de mișcare execută un pendul elastic sau gravitațional introdus într-un mediu rezistent, de exemplu într-un lichid viscos. Faceți acest experiment. Veți observa că mișcarea de revenire a

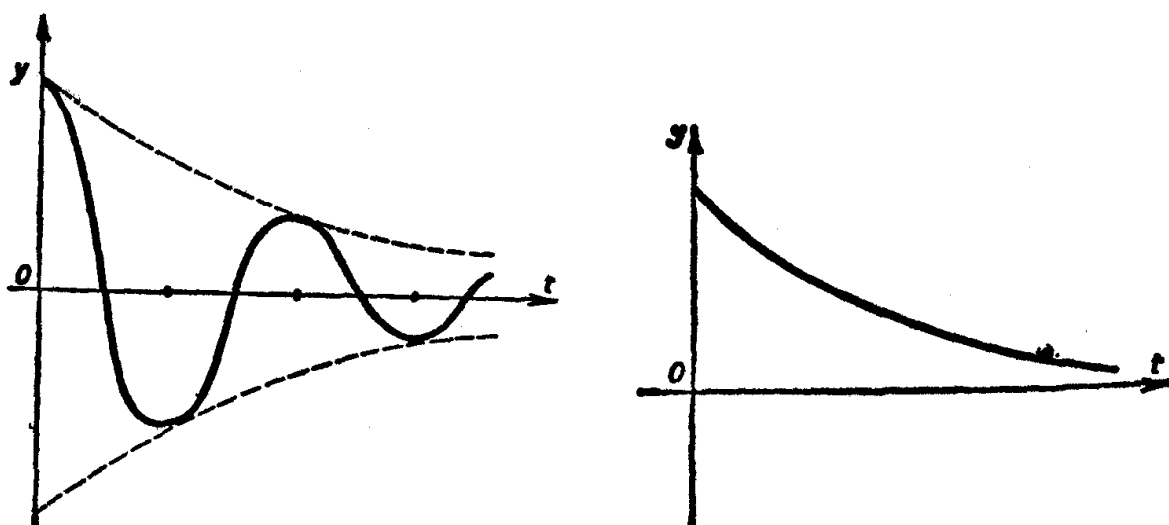


Fig. 1.27. a) Oscilație amortizată; b) mișcare aperiodică.

pendulului este repede frînată devenind extrem de lentă în apropierea poziției de echilibru. În figura 1.27 sînt reprezentate grafic legile de mișcare pentru doi oscilatori: în figura 1.27, a se observă o oscilație amortizată, iar în figura 1.27, b, o mișcare aperiodică.

2. În cele ce urmează studiem transferul energiei de la un sistem exterior la oscilator. Studiem mai întîi procesul de transfer energetic între un oscilator masiv și unul ușor. Pentru aceasta scoatem pendulele 3 și 4 (fig. 1.26) și înlocuim, pendulu 12 printr-un pendul greu 2' pe care îl montăm pe axul A'B' (fig. 1.28). Pendulele 1 și 2' sînt cuplate prin intermediul axului A'B', lagărului L_2 fixat de axul AB ca și lagărul L_1 .

Cuplajul poate fi reglat prin strîngerea șurubului S_1 , frecarea axului AB fiind în acest mod mărită. Oscilațiile pendulului 1 vor fi astfel mai puțin sau mai mult amortizate.

a) *Cazul în care mișcarea pendulului excitat este mult amortizată.* Începem prin a pune în oscilație pendulul excitator (2') al cărui corp C este fixat sus* (fig. 1.28). Îi dăm o anumită amplitudine unghiulară, de exemplu 20° , și urmărim oscilația pendulului excitat (1)

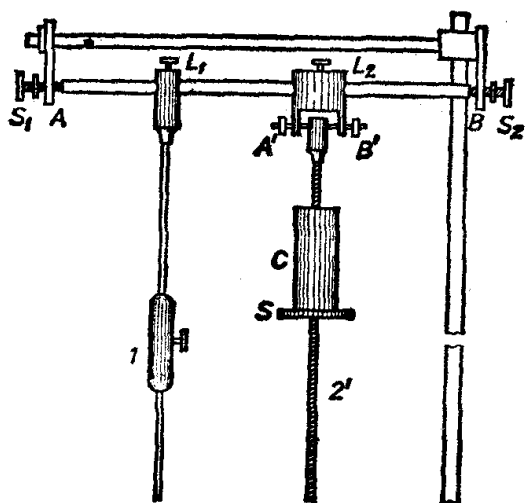


Fig. 1.28. Aparatul din figura 1.26 modificat pentru studierea rezonanței.

* Cu ajutorul șaibei cu filet, S.

a cărui perioadă de oscilație a fost determinată în prealabil ($T = 1,2$ s). Observăm că oscilația lui are aceeași perioadă cu aceea a pendulului excita-
tor și este defazată puțin în urma acestuia, dar are o amplitudine mult
mai mică.

Refacem de mai multe ori experimentul păstrând fixă perioada pen-
dulului ușor și mărim treptat perioada excitatorului prin coborîrea corpu-
lui C pe tijă. În tabelul următor sînt înscrise rezultatele unui astfel de
experiment:

Numărul determinării	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Amplitudinea pendulului excitat (în grade sexage- simale)	1	3	3	4	4	5	6	7	6	5	5	3	2	2

S-au notat pozițiile corpului C pe tijă pentru încercările 7, 8 și 9 și
s-au determinat separat cu cronometrul perioadele corespunzătoare. S-au
găsit, respectiv, valorile 1,3; 1,4 și 1,5 s. Se constată că:

*Amplitudinea pendulului excitat crește ușor pentru valori ale perioadei
excitatorului situate într-un interval de valori apropiate de valorile perioadei
proprii a pendulului excitat.*

Oscilațiile unui sistem sub acțiunea periodică a altui sistem se numesc
oscilații forțate. În figura 1.29 prin curba 1, se reprezintă grafic dependența
amplitudinii oscilațiilor unui sistem excitat, care oscilează cu o amortizare
mare, în funcție de perioada unui sistem excitator de masă mare. Se con-
turează vag o creștere a amplitudinii sistemului excitat de felul celei
observate în experimentul precedent. Curbele trasate în acest grafic sînt
însă construite pe baza unor date obținute cu dispozitive experimentale
care permit determinări cantitative mai precise. Aceste curbe se numesc
de răspuns pentru că înregistrează *reacția* sistemului excitat la excitațiile
primite din afară.

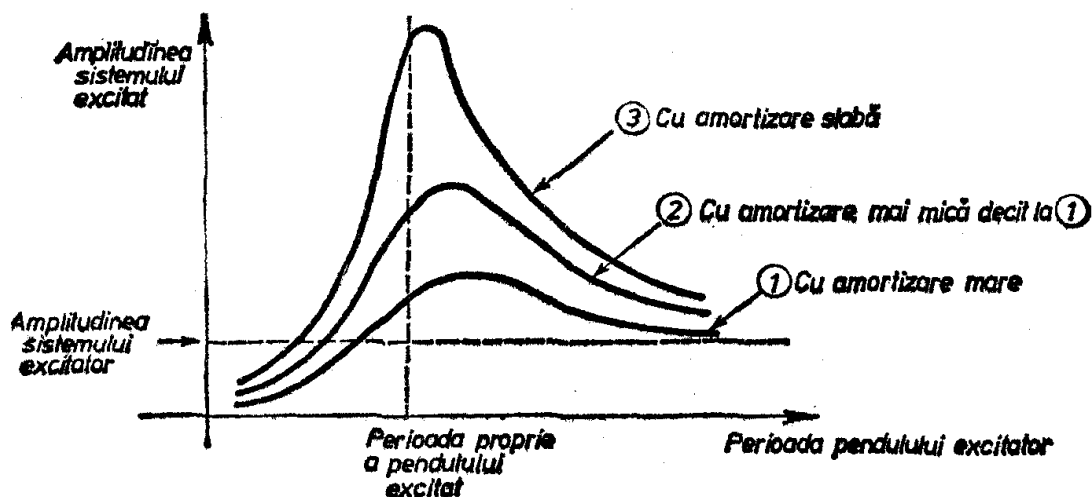


Fig. 1.29. Curbe de răspuns ale unui sistem oscilant excitat cu o forță perturba-
toare periodică.

b) *Cazul în care mișcarea pendulului excitat este puțin amortizată.* După slăbirea șurubului S_1 refacem întocmai seria de experimente descrise la punctul *a*. Frecarea din lagărele *A* și *B* se micșorează ceea ce conduce la micșorarea amortizării oscilațiilor pendulului 1. Se observă că oscilațiile pendulului excitat au aceeași perioadă cu perioada excitatorului, dar sînt defazate în urma oscilațiilor excitatorului și au amplitudini mult mai mari.

În tabelul următor sînt date rezultatele unei serii de determinări cu aceleași pendule ca în cazul *a* și aceeași amplitudine inițială a excitatorului (20°).

Numărul determinării	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Amplitudinea pendulului excitat (în grade sexagesimale)	8	12	14	16	18	22	23	19	17	15	13	13	13	13

S-au măsurat perioadele de oscilație ale excitatorului corespunzătoare determinărilor 6 și 7 și s-au găsit valori apropiate de perioada pendulului excitat ($T = 1,2$ s), rămasă neschimbată.

Se observă că în noile condiții amplitudinea sistemului excitat crește în mod evident pentru valori ale perioadei oscilațiilor excitatorului egale aproximativ cu perioada proprie a sistemului excitat.

În figura 1.29 este reprezentată grafic (curba 2), pe baza datelor obținute cu dispozitive perfecționate, dependența amplitudinii unui sistem excitat, care oscilează cu o amortizare mai slabă decît în cazul curbei 1, în funcție de perioada excitatorului. Se observă că în acest caz curba prezintă un maxim pronunțat pentru intervalul de valori situat în vecinătatea perioadei proprii a sistemului excitat. Dar, deoarece creșterea amplitudinii înseamnă mărirea energiei sistemului, rezultă că:

transferul energiei de la excitator la sistemul excitat, care se face pentru orice perioadă a excitatorului, este maxim pentru perioade aflate în vecinătatea perioadei proprii a sistemului excitat. Acest proces selectiv de transfer de energie între două sisteme fizice se numește *rezonanță*.

Oscilatorul excitat se numește *rezonator*, iar sistemul care excită, *excitator*.

Cu cît amortizarea rezonatorului este mai slabă, cu atît curba amplitudinii prezintă un vîrf mai înalt și mai îngust (curba 3 de pe figura 1.29).

Calitativ, condiția apariției fenomenului de rezonanță se poate verifica cu aparatul din figura 1.26. Pendulele 3 și 4 intră în oscilație perturbate fiind de oscilatorul 1 sau 2, dar amplitudinea lor crește foarte mult dacă discul excitatorului este prins aproximativ la aceeași înălțime cu discurile pendulelor 3 sau 4.

1.2.9. Aplicații ale fenomenului de rezonanță

1. *Frecvențimetrul cu lame.* La paragraful 1.1.2 s-a descris oscilația unei lame încastate. S-a arătat apoi la 1.1.3 că frecvența oscilațiilor proprii variază în funcție de lungimea liberă a lamei. În construcția frecvențimetrului cu lame se folosește această proprietate.

Aparatul este construit în două variante: *a)* cu mai multe lame, *b)* cu o singură lamă.

a) Frecvențimetrul cu mai multe lame este reprezentat în figura 1.30, *a*. Lamele *L* au lungime variabilă, frecvența proprie a

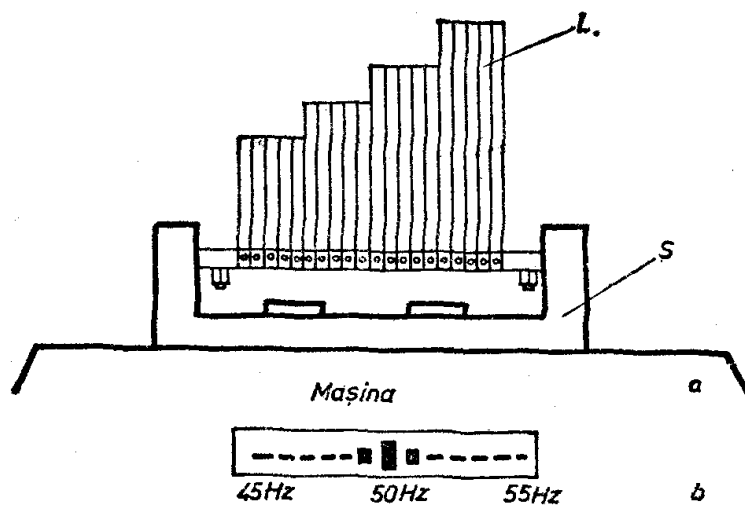


Fig. 1.30. Frecvențimetru cu mai multe lame.

lamelor alăturate diferind cu 1 Hz. Soclul *S* este montat direct pe oscilatorul a cărui frecvență se determină. Gama de frecvențe pentru care se construiește depinde de domeniul în care este folosit. De exemplu, aparatul din figura 1.29 poate fi utilizat pentru $\nu \in [45, 55](\text{Hz})$. De obicei acest tip este utilizat pentru măsurarea oscilațiilor cu frecvențe mai mici de 1000 Hz. Dacă, de exemplu, aparatul este excitat cu frecvența de 50 Hz, lama cu aceeași frecvență proprie intră în rezonanță. Pe figura 1.30, *b* se observă, privit de sus, cum arată setul de lame în acest caz. Amplitudinea lamei cu frecvența proprie de 50 Hz este cea mai mare.

La alte frecvențimetre oscilațiile oscilatorului se transformă în curent electric variabil transmis unui electromagnet care excită lamele. Lama care are frecvența proprie egală cu cea de excitație intră în rezonanță.

b) Pe figura 1.31 este desenat un frecvențmetru cu o singură lamă. Lungimea lamei L este modificată cu un dispozitiv de deplasare D . Frecvența proprie poate fi deci variată. După montarea pe oscilatorului a cărui frecvență trebuie determinată, se rotește dispozitivul D pînă se observă creșterea amplitudinii. La rezonanță, frecvența se citește direct pe scara gradată aflată în tubul de sticlă protector T . Pentru măsurarea frecvențelor mai mari de $1000\text{ Hz} \rightarrow 10^{12}\text{ Hz}$ se utilizează alte metode și aparate.

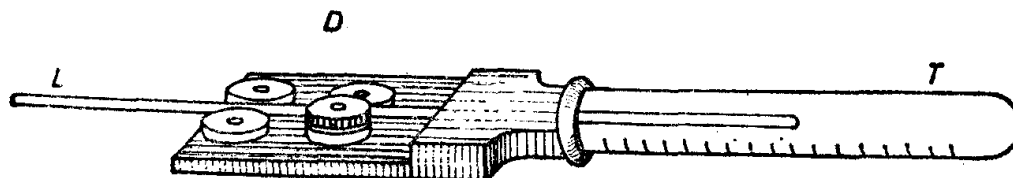


Fig. 1.31. Frecvențmetru cu o lamă.

2. *Întreținerea oscilațiilor.* Un caz particular de rezonanță este procesul de întreținere a oscilațiilor. Vom ilustra acest proces prin două exemple:

a) *Pendula.* Mersul pendulei este reglat de un pendul care execută oscilații cu o perioadă de două secunde. Este necesar însă

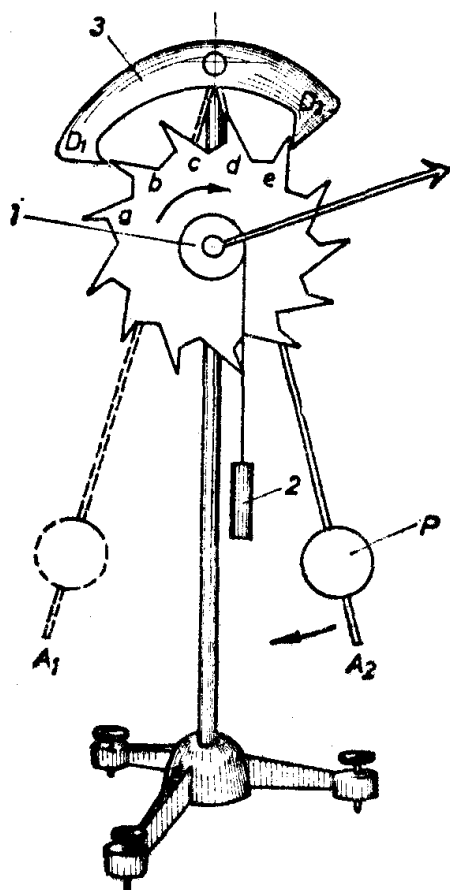


Fig. 1.32. Un model al pendulei. Pendulul comandă întreținerea propriilor oscilații.

ca oscilațiile acestui pendul să fie întreținute. Operația se face prin excitarea periodică a pendulului cu un surplus de energie, suficient pentru a acoperi energia disipată în decursul unei semioscilații. Aparatul din figura 1.32 reproduce acest proces.

Arborele 1, solidar legat de discul dințat, este antrenat în mișcare de rotație de corpul 2 suspendat printr-un fir înfășurat pe arbore. În mișcare liberă, 2 ar imprima arborelui o mișcare de rotație accelerată, dar dinții D_1 și D_2 ai ancorei 3 opresc această mișcare permițând discului doar o mișcare sacadată. Să presupunem că D_2 se ridică odată cu mișcarea pendulului către dreapta. Datorită pierderilor de energie din această semioscilație ($A_1 \rightarrow A_2$) pendulul n-ar mai atinge amplitudinea pe care a avut-o, în aceeași poziție, cu o oscilație înainte. Dar roata dințată dă un impuls ancorei, deci și pendulului prin intermediul dintelui

care împinge dintele D_2 . Apoi e trece mai departe, mișcarea roții fiind blocată de dintele a care acum îl împinge pe D_1 , în timp ce pendulul vine din A_2 în A_1 și primește astfel o energie suplimentară, egală cu aceea disipată în această semioscilație. La fel se petrec lucrurile și la semioscilația următoare, spre dreapta, unde la sfârșitul intervalului, D_2 antrenat de mișcarea dintelui a , primește un nou impuls.

Este de observat modul automat de comandă a procesului de excitare la sfârșitul fiecărei semioscilații a pendulului, acest proces fiind dictat chiar de oscilator. Astfel, perioada procesului de transfer fiind reglată, transferul energetic este optim dacă se face la momentul potrivit, pentru compensarea pierderilor. Este un fenomen de rezonanță. Un astfel de dispozitiv este montat la un ceas pendulă pentru a asigura mersul îndelungat. Periodicitatea proceselor este folosită deseori pentru construirea aparatelor de înregistrare a timpului, de la cele simple la cele mai complicate.

b) *Sonerie electrică*. Lama elastică L a ciocănelului este un oscilator care oscilează cu o perioadă proprie T sub acțiunea unei forțe elastice de revenire (fig. 1.33). La închiderea întrerupătorului I electromagnetul E excită lama punând-o în oscilație. Mișcarea lamei determină deschiderea circuitului și dispariția forței perturbatoare. Lama își continuă oscilația pînă la contactul C , în drum lovind clopotul. Cînd lama revine pe contact se comandă un nou transfer de energie de la electromagnet și procesul se repetă. Perioada procesului de transfer este comandată de oscilatorul însuși, lama elastică. Este un fenomen de rezonanță.

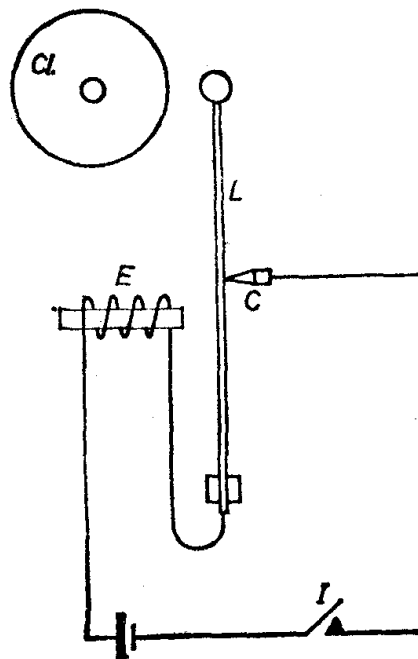


Fig. 1.33. Un model de sonerie.

3. *Evitarea rezonanței și amortizarea vibrațiilor*. În proiectarea mașinilor și construcțiilor, vibrațiile mecanice sînt în general evitate cu grijă, deoarece ele produc defectarea și chiar distrugerea mașinilor sau a construcțiilor.

Carcasele motoarelor și generatoarelor, grinzile și planșeele construcțiilor, podurile au prin construcție o frecvență proprie de oscilație. În funcționare, aceste elemente execută oscilații forțate datorită unor sisteme exterioare care produc excitații periodice sau neperiodice.

În cazul excitațiilor periodice se poate ajunge la rezonanță, cînd frecvența perturbatoare are valoarea aproximativ egală cu aceea a elementului excitat. În această situație, amplitudinea oscilațiilor provocate sistemului excitat fiind mare duce la apariția unor solicitări

care depășesc limita de proporționalitate din legea lui Hooke, produc deformări permanente sau chiar distrugerea sistemului. Socurile pe care sînt montate mașinile se fisurează sau se distrug, grinzile și podurile se rup. Proiectanții iau în considerare în calcule posibilitatea rezonanței.

Avem multe ocazii să observăm momentul în care un sistem intră în rezonanță, măcar pentru un timp scurt. Dăm cîteva exemple:

La pornirea și oprirea unui motor electric frecvența acestuia variază între zero și valoarea de regim*. Oscilațiile motorului sînt perturbatoare pentru dispozitivul pe care este montat. Astfel oscilațiile grinzilor unor poduri rulante devin evidente la pornirea sau oprirea motorului macaralei producînd pentru cîteva momente un zgomot, inexistent în regimul de funcționare permanent.

Geamul portierei automobilului deschis într-o anumită poziție, produce un zgomot puternic la anumite turații ale motorului. De asemenea unele elemente ca toba de eșapament sau unele table insuficient de bine fixate produc vibrații parazite.

La trecerea unui vehicul greu solul trepidează. Vibrațiile transmițîndu-se clădirii provoacă uneori zguduirea caracteristică bine-cunoscută a geamurilor.

În general, funcționarea oricărui sistem care poate oscila este analizată și din punct de vedere al evitării fenomenelor descrise mai sus. Se evită mai ales producerea rezonanței. Există multe metode și dispozitive prin care se realizează acest obiectiv.

Descriem aici *amortizorul*, utilizat în special la autovehicule. Acest dispozitiv amortizează vibrațiile provocate de suspensiile autovehiculelor. În prezent, cel mai folosit tip este amortizorul telescopic. În figura 1.34, *a* este desenat amortizorul telescopic monotubular.

Cînd tija 1, care se deplasează împreună cu pistonul 3, se mișcă spre exterior (fig. 1.34, *a*) lichidul care umple compartimentul 4 este obligat să treacă prin supapele de destindere 5 în compartimentul 6. Cînd mișcarea se produce în sens invers lichidul trece prin piston în sens invers prin supapele de comprimare 7. Rolul pistonului separator 8 este de a lăsa să pătrundă lichidul din, sau spre camera de compensare 9 printr-un mecanism cu supape asemănător pistonului 3. Lichidul suplimentar este necesar pentru a nu lăsa goluri în compartimentul 6 cînd pistonul se retrage. Prin trecerea lichidului între compartimentele 4 și 6 se realizează o *forță de frînare* care amortizează repede orice oscilație de la capetele tijelor.

* Frecvența de rotație, constantă, pe care o are rotorul în funcționare normală.

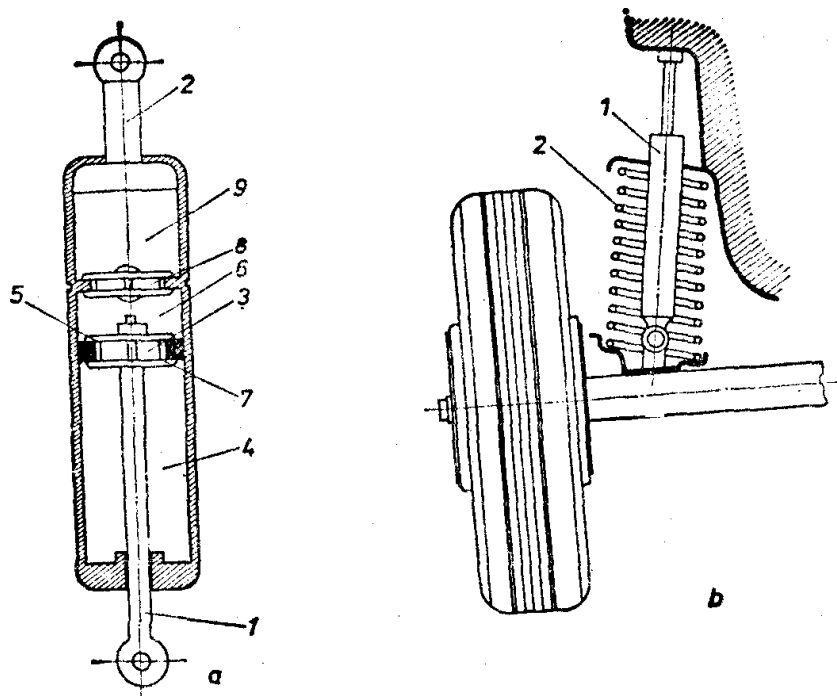


Fig. 1.34. Amortizorul (a) și felul cum e montat la un autoturism Dacia 1100 (b).

În figura 1.34, *b* se observă montarea amortizorului la una din roțile din spate ale autoturismului Dacia 1100. Amortizorul (1) este fixat coaxial cu arcul (2) cu una din tije pe caroserie, iar cu cealaltă pe una din axele punții. Când roata întâlnește o neregularitate a drumului, axa începe să oscileze față de caroserie. Oscilațiile preluate de arc sînt amortizate rapid de amortizor, deoarece spira de jos a arcului este solidară cu capătul de jos al amortizorului. Întrucît mișcarea acestuia este frînată de frecarea lichidului din interior, oscilația se stinge după 2—3 curse.

Datorită frecării mari, cînd șocul este puternic amortizorul ar determina o suspensie puțin elastică. Pentru a se evita acest neajuns lichidul poate trece prin alte supape care se deschid la presiuni mari.

EXTINDERE ÎN FIZICĂ

1.2.10. Compunerea oscilațiilor paralele. Bătăi. Dacă doi sau mai mulți oscilatori interacționează, mișcarea sistemului luat ca întreg este complexă. Mișcarea fiecărui oscilator este influențată de oscilațiile celorlalți oscilatori și influențează la rîndu-l pe ceilalți. Are loc o compunere de oscilații. În general, oscilațiile componente pot avea direcții diferite. Ne ocupăm acum de cazul în care toate oscilațiile componente au aceeași direcție, sînt *paralele*.

Aparatul din figura 1.26 poate fi folosit pentru a studia compunerea oscilațiilor paralele. Punînd două sau mai multe dintre pendulele 1, 2, 3, 4 să oscileze, toți oscilatorii vor oscila pe aceeași direcție.

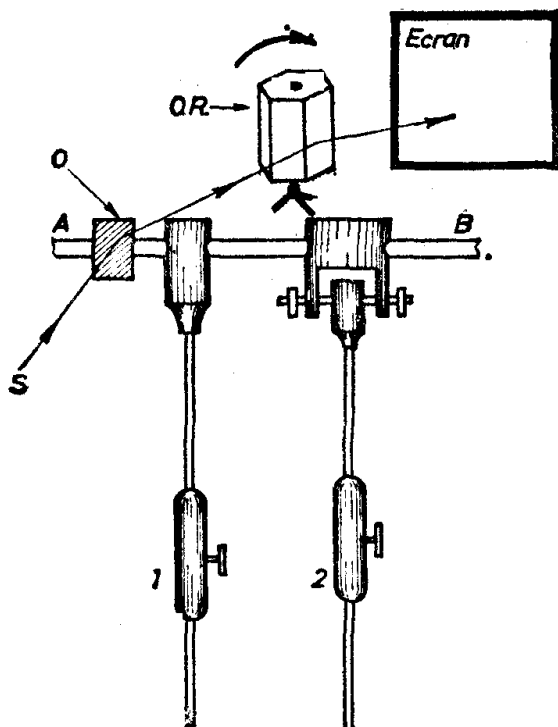


Fig. 1.35. Compunerea oscilațiilor paralele cu aparatul din figura 1.26.

tului luminos pe ecran. Acesta reproduce desfășurat mișcarea oglinzii O care este rezultanta mișcărilor componente.

Experiența arată că în cazul micilor oscilații se poate aplica *principiul suprapunerii micilor oscilații*: un punct supus mai multor mișcări oscilatorii, oscilează cu o elongație egală cu suma elongațiilor mișcărilor componente. Vom aplica acest principiu în cazul particular al oscilațiilor de frecvență apropiată și cu aceeași amplitudine. Fie

$$y_1 = A \sin \omega_1 t \quad \text{și} \quad y_2 = A \sin \omega_2 t$$

legile de mișcare ale celor doi oscilatori care respectă condițiile de mai sus. Oscilația rezultantă va avea elongația pe aceeași direcție și va fi:

$$y = y_1 + y_2 = A(\sin \omega_1 t + \sin \omega_2 t).$$

Transformînd suma în produs, se obține:

$$y = 2A \sin \frac{(\omega_1 + \omega_2)t}{2} \cos \frac{(\omega_1 - \omega_2)t}{2}$$

expresle care scrisă în funcție de frecvență are forma:

$$y = 2A \cos 2\pi \frac{(\nu_1 - \nu_2)t}{2} \sin 2\pi \frac{(\nu_1 + \nu_2)t}{2}$$

cea ce exprimă o oscilație a cărei amplitudine variază periodic cu frecvența $\frac{\nu_1 - \nu_2}{2} = \nu_{\text{ampl}}$, și a cărei frecvență este $\nu = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2}$.

Dacă $\nu_1 = \nu_2$ oscilația rezultantă are amplitudine dublă în comparație cu componentele și aceeași frecvență cu ele, rezultat care se putea întrevădea.

Putem simplifica experimentul urmărind mișcarea sistemului format doar din doi oscilatori; de exemplu, lucrăm cu pendulele 1 și 2 (fig. 1.35). Un punct de pe vergea care asigură cuplajul este supus oscilațiilor transmise de ambii oscilatori. Intenția noastră este să urmărim tocmai rezultanta acestor două mișcări. Pentru aceasta lipim pe vergea AB o mică oglindă O pe care proiectăm un fascicul de lumină de la o lampă de proiecție și prindem raza reflectată pe un ecran, prin intermediul unei oglinzi rotitoare $O.R.$ Deviem cu un unghi mic față de poziția de echilibru ambele pendule, apoi le lășăm să oscileze urmărind mișcarea punctului luminos pe ecran.

oscileze urmărind mișcarea punct-

Dacă frecvențele sînt diferite ($\nu_1 \neq \nu_2$) dar au valori apropiate se produce fenomenul de bătăi. Frecvența oscilației rezultate este egală cu media aritmetică a frecvențelor oscilațiilor componente, iar amplitudinea este o funcție periodică, valoarea ei maximă fiind atinsă pentru

$$\cos \frac{2\pi(\nu_1 - \nu_2)t}{2} = \pm 1.$$

Frecvența atingerii amplitudinii maxime $\frac{\nu_1 - \nu_2}{2}$ este cu atît mai mică cu cît ν_1 este mai apropiat de ν_2 . Deoarece ambele valori maxime ale amplitudinii apar în decursul unei perioade, frecvența cu care se produce amplitudinea maximă este dublă. Deci

$$\nu_{\text{bătăi}} = 2 \frac{\nu_1 - \nu_2}{2} = \nu_1 - \nu_2 \quad (1.15).$$

Dacă frecvența uneia din componente este știută se poate determina frecvența celeilalte componente, cunoscîndu-se frecvența bătăilor care poate fi determinată optic sau acustic.

În figura 1.36 este reprezentat fenomenul de bătăi pentru două oscilații cu frecvența $\nu_1 = 70$ Hz și $\nu_2 = 60$ Hz.

O aplicație a fenomenului de bătăi este acordajul instrumentelor cu coarde. Instrumentistului i se dă de către concert maestru sau își ia singur un ton de comparație, de exemplu nota de 440 Hz (La). El modifică frecvența corzii prin rotirea cuiului* pînă nu mai aude nici o bătaie. În acest caz $\nu_1 = \nu_2$; acordajul este perfect.

În principiu bătăile sînt folosite pentru măsurarea frecvenței unei oscilații date. Deoarece este imposibil de realizat o sincronizare perfectă, se procedează astfel încît diferența de frecvență să fie extrem de mică. Sesizarea bătăilor depinde în acest caz de finețea receptorului, iar sincronizarea este apreciată

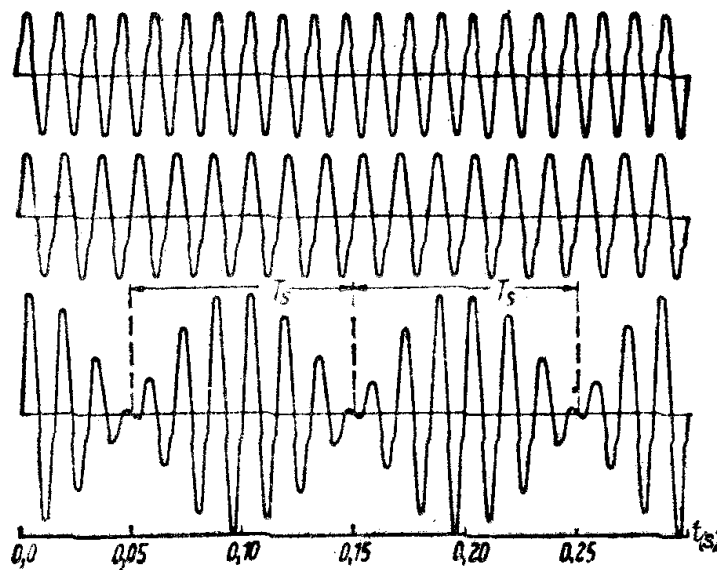


Fig. 1.36. Bătăi.

* A se rezolva problema 12 de la capitolul 3 cu scopul justificării acestui procedeu și problema 38 de la același capitol în legătură cu acordarea unui instrument cu corzi.

în funcție de scopul și destinația acestei operații. Astfel, o sincronizare ca aceea explicată mai sus, percepută de organul auditiv și considerată satisfăcătoare de instrumentist apare clar pe ecranul unui osciloscop ca un fenomen de bătăi.

Exemplu de calcul. Două diapazoane oscilează simultan și dau 20 bătăi în 10 s, pe furca unuia din diapazoane fiind atașat un mic inel. Frecvența unuia din diapazoane, luată ca referință, este $\nu_1 = 256$ Hz. Să se calculeze frecvența celui de-al doilea diapazon?

Rezolvare

Conform relației (1.15) frecvența bătăilor este:

$$\nu_{\text{bătăi}} = \nu_1 - \nu_2$$

unde, pentru cazul problemei, notăm cu ν_2 frecvența celui de-al doilea diapazon. Urmează că:

$$\nu_2 = \nu_1 - \nu_{\text{bătăi}}$$

în care $\nu_{\text{bătăi}} = \frac{20}{10} = 2$ (Hz). Cu aceasta, relația precedentă dă:

$$\nu_2 = 256 \text{ Hz} - 2 \text{ Hz} = 254 \text{ Hz}.$$

Dacă se dorește ca diapazonul cu inel să oscileze cu aceeași frecvență se poate modifica poziția inelului astfel încât bătăile să dispară. Încercați un experiment asemănător, cu diapazoane din laboratorul școlii verificând calitativ fenomenul de bătăi. (Diapazonul reprezentat în figura 3.40 care se găsește în dotarea laboratoarelor are frecvența de 460 Hz care poate fi modificată cu ± 40 Hz prin modificarea poziției inelului.)

ÎNTREBĂRI, EXERCITII, PROBLEME

1. Desenați forța de revenire pentru o poziție oarecare a leagănului pe arc CA' (fig. 1.2).
2. Descrieți mișcarea unui piston în cilindrul unui motor cu ardere internă. Cum se poate preciza poziția pistonului la un moment dat? Alegeți un parametru pentru descrierea mișcării.
- 3.* Lichidul din tubul în formă de U este denivelat și apoi este lăsat liber (fig. 1.37). Descrieți-i mișcarea. Care este forța de revenire? Cum se modifică situația în stare de imponderabilitate?
4. Pentru a măsura perioada unui leagăn sau a unui pendul gravitațional se poate cronometra o oscilație sau se cronometrează mai multe oscilații și se împarte timpul măsurat la numărul lor. În care dintre cele două moduri determinarea ar fi mai exactă și aplicabilă într-un număr mai mare de cazuri? (Temă experimentală).

-
1. Legendă: — Problemele notate cu asterisc se referă la textul de bază, dar sînt mai dificile.
 — Problemele notate cu E se referă la extinderi.

5. De ce natură este forța de revenire în cazul oscilației unei lustre lovite accidental? Dar în cazul unei trambuline de sărituri?
6. *E.* De la marginea unui mojar de forma unei calote sferice, pe partea lui interioară, este lăsată liberă o bilă. Descrieți mișcarea bilei. Care este forța de revenire? (Temă experimentală).
7. *E**. Amplitudinea oscilațiilor unui leagăn poate fi mărită chiar de cel care este în leagăn. Pentru aceasta el se apleacă pe spate la sfârșitul semioscilației spre înapoi și se apleacă în față la sfârșitul cursei spre înainte. Arătați că este un fenomen de rezonanță și explicați.
8. Un autoturism este un sistem care poate oscila. Cum ne putem da seama cu aproximație dacă amortizoarele sînt bune?
9. Trecînd peste o punte observăm la un moment dat că oscilațiile se amplifică în mod periculos. Cum putem continua trecerea evitînd pericolul?
10. Țineți cu mîna capătul unui pendul elastic suspendat vertical a cărui frecvență proprie este determinată. Provocați oscilația pendulului. Mișcați apoi mîna în sus și în jos astfel încît amplitudinea oscilațiilor să crească. Determinați astfel o oscilație forțată. Ce constatați în privința frecvenței și fazei mișcării de urcare și coborîre a mîinii în situația de rezonanță? (Tema experimentală).
- 11.* Vă propunem un exercițiu de stroboscopie cu ajutorul televizorului. Faceți acest exercițiu cînd pe ecran este mira de reglaj. Trebuie să știți că un punct de pe ecran nu este tot timpul luminos. El este luminos cu intermitență, atunci cînd fasciculul electronic care mătură ecranul atinge acel punct (la intervale de timp egale). Mișcați periodic un deget în fața ecranului într-un sens și în altul cu o frecvență de 4 oscilații pe secundă. Degetul va împiedica lumina unui punct fixat cu privirea să ajungă la ochi dacă punctul este iluminat atunci cînd degetul se interpune. Apreciați amplitudinea oscilației degetului. Măsurați intervalul de timp dintre apariția succesivă a umbrei degetului în poziția de viteză maximă. Presupunem că oscilația degetului este sinusoidală. Se poate calcula viteza maximă a degetului fiind date amplitudinea și frecvența. De aici rezultă frecvența măturării ecranului (Temă experimentală).
12. *E.* La pornirea sau oprirea motorului unui frigider se poate sesiza creșterea bruscă, pentru un moment, a zgomotului. Explicați.
13. *E.* Încercați să duceți în mînă un vas cu apă. Observați suprafața apei în timp ce modificați frecvența pașilor. Ce fenomen se produce? Ce efect poate avea?

14. Scrieți ecuația de mișcare a punctului M' , proiecția punctului M pe diametrul C_1C_2 (fig. 1.13, a); de asemenea, ecuația vitezei și accelerației aceluiași punct și reprezentați-le grafic.

$$\text{R: } x = A \cos \omega t \text{ sau } y = A \cos (\omega t + \varphi); v = -A\omega \sin \omega t \text{ sau } v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi); a = -A\omega^2 \cos \omega t \text{ sau } a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi).$$

15. Care este diferența de fază între mișcările punctelor M'' și M' , proiecțiile punctului M pe B_1B_2 și, respectiv, pe C_1C_2 (fig. 1.13, a).

$$\text{R: } \Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}.$$

16. Arătați cum se deplasează simultan pe diametrul B_1B_2 două puncte care au o mișcare oscilatorie armonică cu aceeași amplitudine și frecvență, dar cu o diferență de fază de π . La momentul inițial punctele se află în originea O (fig. 1.13, a).

$$\text{R: Mișcări simetrice față de } O, y_1 = A \sin \omega t \text{ și } y_2 = A \sin (\omega t + \pi).$$

17. Să se scrie legile de mișcare ale oscilațiilor defazate cu $\frac{\pi}{4}$ și π în urma oscilației a cărei lege este

$$y_1 = 3 \sin \left(\frac{\pi t}{2} - \frac{\pi}{6} \right).$$

Să se reprezinte pe aceleași grafic cele trei oscilații.

$$\text{R: } y_2 = 3 \sin \left(\frac{\pi t}{2} - \frac{5\pi}{12} \right); y_3 = 3 \sin \left(\frac{\pi t}{2} - \frac{7\pi}{6} \right).$$

- 18*. Să se găsească prin calcul condiția ca un punct de pe pistonul unui motor să execute în interiorul cilindrului o mișcare oscilatorie armonică dacă arborele cotit execută o mișcare de rotație uniformă.

$$\text{R: Notînd cu } r \text{ raza de rotație a lagărului bielei pe arbore și cu } l \text{ lungimea bielei, condiția se îndeplinește pentru } r \ll l.$$

- 19*. Un pendul elastic de masă $m = 2 \cdot 10^{-2}$ kg efectuează o mișcare oscilatorie armonică, descrisă de ecuația: $y = 0,05 \sin \left(\frac{\pi}{6} t + \frac{\pi}{3} \right)$ (exprimat în m).

- După cît timp accelerația devine $a = \frac{\sqrt{3}}{2} a_{\max}$?
- Să se construiască graficul dependenței de timp a forței F ce acționează asupra pendulului și să se afle valoarea maximă a forței.
- Să se reprezinte grafic în funcție de timp energiile cinetică și potențială.
- Să se determine momentul în care energiile cinetică și potențială sînt egale.
- Ce valoare are raportul $\frac{E_c}{E_p}$ cînd $y = \frac{A}{2}$?

$$\text{R: a) } t = 2 [3k - 1 + (-1)^{k+1}] s \ (k = 1, 2, \dots); b) 3,3 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

$$d) t = \left(6k - \frac{1}{2} \right) s \ (k = 1, 2, \dots) \quad e) \frac{E_c}{E_p} = 3.$$

20. Un corp de masă $m = 0,5$ kg legat de un perete vertical cu un resort de constantă elastică $k = 8 \cdot \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ se poate deplasa fără frecare pe un plan orizontal. La momentul $t = 0$ corpul se află la o distanță de 0,1 m față de poziția de

echilibru și este lăsat să oscileze liber. Se cere ecuația mișcării oscilatorii a corpului precum și viteza maximă.

$$R: y = 0,1 \left(4t \pm \frac{\pi}{2} \right); \quad 0,4 \frac{m}{s}.$$

21. Care este lungimea unui pendul gravitațional care, oscilând pe Lună, bate secunda? g pe suprafața Lunii este $0,17 g$ standard pe suprafața Pământului $\left(9,81 \frac{m}{s^2} \right)$.

$$R: 0,168 \text{ m.}$$

22. Un punct material oscilează după legea

$$y = 5 \cdot 10^{-2} \sin \left(15,6 t + \frac{\pi}{3} \right) \quad (\text{în m})$$

Să se calculeze pulsația, perioada, frecvența, faza inițială și elongațiile la momentele $t_1 = 0 \text{ s}$, $t_2 = \frac{1}{3} \text{ s}$, $t_3 = \frac{1}{30} \text{ s}$. Să se reprezinte grafic. Cum se modifică expresia legii dacă se alege originea timpului cu $\frac{T}{2}$ înaintea originii actuale?

$$R: 15,6 \frac{\text{rad}}{s}; \quad 0,4 \text{ s}; \quad 2,5 \text{ Hz}; \quad \frac{\pi}{3} \text{ rad}; \quad \frac{5\sqrt{3}}{2} \cdot 10^{-2} \text{ m}; \quad -1,79 \cdot 10^{-2} \text{ m};$$

$$4,99 \cdot 10^{-2} \text{ m}; \quad y = 5 \cdot 10^{-2} \sin \left(15,6t + \frac{4\pi}{3} \right).$$

23. Să se scrie ecuația unei oscilații armonice cunoscând vitezele

$$v_1 = 3 \cdot 10^{-2} \frac{m}{s} \text{ și } v_2 = 5 \cdot 10^{-2} \frac{m}{s} \text{ corespunzătoare elongațiilor } y_1 = 6 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{și } y_2 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m. La momentul inițial faza este } \frac{\pi}{4}.$$

Care este accelerația maximă a oscilatorului?

$$R: y = 6,87 \cdot 10^{-2} \sin \left(0,894 t + \frac{\pi}{4} \right); \quad 5,49 \cdot 10^{-2} \frac{m}{s^2}.$$

24. Se demonstrează că perioada unui pendul gravitațional se poate calcula mai exact cu ajutorul relației:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \left(1 + \frac{1}{2^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} + \frac{1}{2^2} \cdot \frac{3^2}{4^2} \sin^4 \frac{\theta}{2} + \dots \right)}$$

unde θ este amplitudinea unghiulară ($\theta > 4^\circ + 5^\circ$). Care este eroarea pe care o facem, când calculăm perioada unui pendul cu amplitudinea de 30° , aplicând relația (1.11) pentru micile oscilații. Apreciați eroarea luând în relația precedentă trei termeni.

$$R: \text{Raportul perioadelor } 1,071$$

- 25*. Coloana de apă de lungime l din tubul desenat în figura 1.37 oscilează dacă se produce o denivelare. Stabiliți relația prin care se poate calcula perioada de oscilație a coloanei. (Se neglijează frecarea.)

$$R: T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{2g}}.$$

26. Să se calculeze raportul lungimilor a două pendule gravitaționale care oscilează în același timp și loc cu frecvențele de 28 și respectiv 7 Hz.

$$R: 16$$

- 27*. Un ascensor urcă vertical la o înălțime $h = 78,48 \text{ m}$, cu accelerația constantă de $9,81 \text{ m/s}^2$ și coboară imediat cu aceeași accelerație. Timpul indicat de o pendulă care este instalată în ascensor este comparat cu timpul indicat de o a

doua pendulă la fel cu prima care rămîne jos. Să se afle: ora de întoarcere a ascensorului observată la cele două pendule, dacă la plecare amîndouă ceasurile indicau ora 12.

R: 12h 0 min 5,65 s; 12h 0 min 8 s.

28. Un pendul este montat pe plafonul unui vagon de cale ferată. Descrieți modul cum evoluează oscilația pendulului între două stații. Considerați că accelerația este constantă la pornire și frînare.
29. Imaginați un dispozitiv cu care să obțineți graficul micilor oscilații ale unui pendul.
30. Un pendul gravitațional bate secunda la nivelul mării. Cum se modifică perioada de oscilație a pendulului dacă este ridicat pe vîrfurile Omul ($\approx 2\,500\text{ m}$) sau dacă este coborît într-o mină, la 200 m sub nivelul mării. (Raza pămîntului = 6 360 km.)

R: Raportul perioadelor relativ la perioada la nivelul zero este 1,00039 și 0,99997

31. Un pendul gravitațional de lungime $L = 0,2\text{ m}$ oscilează cvasiarmonic într-un ascensor. Între două opriri situate la diferențe de nivel de $h = 200\text{ m}$ ascensorul are următoarea mișcare: a) pornește accelerat cu accelerația $a = g/10$ timp de $t_1 = 8\text{ s}$; b) se deplasează uniform și c) frînează cu aceeași accelerație timp de 8 s. Să se calculeze numărul de oscilații ale pendulului și timpul deplasării.

R: ≈ 38 oscilații; 33,48 s.

32. Se modifică mersul unei pendule la schimbarea temperaturii. De ce? Priviți cu atenție o pendulă. Ce a făcut constructorul pentru a corecta acest neajuns? Există un dispozitiv de reglare a mersului pendulei? Cum se modifică mersul unei pendule dacă este transportată de la ecuator la pol? Dar dacă este transportată de la nivelul mării pe vîrf de munte?

R: Discul pendulului are un șurub de ridicare sau coborîre pe tijă; merge înainte; rămîne în urmă.

33. Prezența unui zăcămint de țiței este indicată deseori de existența unei mari cavități aflate deasupra zăcămintului. În dreptul acestei cavități, la sol, accelerația gravitațională se micșorează. S-ar putea determina prezența zăcămintului cu ajutorul pendulului gravitațional?

R: Da; măsurînd cu precizie pe g se observă deosebiri față de valoarea standard.

- 34*. Demonstrați relația (1.8) pentru un pendul elastic aplicînd legea conservării energiei.
35. Desenați pozițiile succesive, la intervale de $T/4$, ale unui pendul elastic în decursul unei perioade. Urmăriți apoi transformările energetice corespunzătoare pe graficul din figura 1.20. La momentul inițial pendulul se află în origine.
- 36*. Arătați că într-un sistem inerțial aflat la suprafața Pămîntului un pendul gravitațional oscilează într-un plan vertical. Dar într-un sistem accelerat uniform pe orizontală în același loc?

37. Firul de susținere al unui pendul gravitațional este metalic. Pendulul înaintează cu 7 secunde în 24 de ore la temperatura de 0°C și rămâne în urmă cu 9 secunde în același interval de timp la 20°C . Să se determine coeficientul de dilatație a metalului din care este construit firul.

$$\text{R: } \alpha \approx 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}.$$

38. Închipuiți-vă că pendulul lui Foucault, descris în exemplul de la pagina 33 este instalat la pol. La ce interval de timp se fac două urme consecutive pe nisip? $\left(g_{\text{pol}} = 9,780 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$.

$$\text{R: } 16,45 \text{ s.}$$

39. E. Verificați cu ajutorul relației (1.13) compunerea oscilațiilor din graficul 1.36

40. Un leagăn oscilează având o perioadă de 2,5 s. a) Ce frecvență au oscilațiile?; b) Câte oscilații face în 60 s?

$$\text{R: } 0,4 \text{ Hz; } 20 \text{ oscilații pe secundă.}$$

41. Un corp de masă egală cu 100 g este suspendat de un resort lung și ușor. Tras 20 cm, în jos, pe direcția arcului oscilează cu o perioadă de 2 s. Să se calculeze: a) viteza în poziția de echilibru; b) cu cât se scurtează resortul, dacă se îndepărtează corpul; c) care este energia cinetică maximă?

$$\text{R: } 0,628 \text{ m/s; } \approx 1 \text{ m; } 0,02 \text{ J.}$$

42. Să se scrie legea de mișcare a unui corp de masă egală cu 4 kg suspendat de un resort a cărui constantă elastică este de $36 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$, dacă amplitudinea oscilațiilor este de 20 cm, iar corpul trece în jos prin poziția de echilibru la $t = 0$. Să se reprezinte grafic.

$$\text{R: cu axa orientată în sus, } y = 0,2 \sin(3t + \pi); \text{ cu axa orientată în jos, } y = 0,2 \sin 3t.$$

43. Care trebuie să fie amplitudinea oscilațiilor unui pendul elastic astfel încât să existe o accelerație maximă egală cu 10 g, dacă frecvența este de 10 Hz?

$$\text{R: } 24 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

44. Mișcarea unui arc elicoidal este dată de ecuația $y = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2t + \frac{1}{2} \sin 2t$. a)

Să se arate că mișcarea este oscilatorie armonică; b) să se determine elongația, viteza și accelerația unui punct la momentul $t = \frac{\pi}{6} \text{ s}$; c) să se reprezinte grafic.

$$\text{R: } y \text{ se mai poate scrie } y = \sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right); y = +\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m; } v = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}}; a = -2\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

45. a) Măsurati cu un cronometru perioadele de oscilație a două pendule elastice construite cu resoarte identice dar având suspendate două corpuri A și B de mase diferite. Legați cele două resoarte mai întâi în serie și apoi în paralel și suspendați la un capăt al sistemului astfel format în ambele cazuri unul din corpuri, de exemplu A. Măsurati perioadele noilor pendule. (Temă experimentală.) b) Stabiliți relațiile care dau perioadele T și T' ale pendulelor elastice astfel formate cunoscând masa m_A și constanta k a unui resort. Verificați rezultatele obținute cu datele determinate experimental

$$\text{R: } T = 2\pi \sqrt{\frac{2m_A}{k}}; T' = 2\pi \sqrt{\frac{m_A}{2k}}.$$

- 46*. Un corp suspendat de un resort oscilează armonic cu perioada $T_1 = 0,2$ s. Se leagă, mai întâi în serie și apoi în paralel cu resortul dat, un al doilea resort de constantă elastică $k_2 = 2k_1$. Să se calculeze perioadele de oscilație ale sistemelor astfel formate.

R: În serie 0,24 s; în paralel 0,12 s.

47. Arcurile unui autoturism cu masa de 1 000 kg se comprimă vertical cu $7 \cdot 10^{-3}$ m, când se urcă doi oameni, unul de 45 kg, iar celălalt de 55 kg. Câte oscilații pe secundă efectuează autoturismul astfel încărcat când intră într-o adâncitură a șoselei?

R: $\nu = 1,8$ Hz

- 48 E. Cu aparatul desenat în figura 1.26, utilizând pendulele 1 și 2, se poate produce fenomenul de bătăi. Cum? Se observă simultan și fenomenul de rezonanță? Cum ar trebui să procedăm pentru a observa clar acest ultim fenomen pe aparatul din figura 1.26?

49. Care vor fi energiile cinetică și potențială ale unui punct material de masă $m = 5 \cdot 10^{-4}$ kg care oscilează armonic cu amplitudine de $5 \cdot 10^{-2}$ m și frecvența $\nu = \frac{1}{\pi}$ Hz, când acesta se găsește la distanța de 4 cm de poziția de echilibru.

R: $9 \cdot 10^{-7}$ J; $16 \cdot 10^{-7}$ J.

50. Un corp suspendat de un cablu elastic oscilează conform legii

$$y = A \sin \left(\omega t + \frac{3\pi}{2} \right)$$

unde A este dat în centimetri, iar ω în radiani pe secundă. Să se determine amplitudinea și pulsația oscilațiilor corpului dacă perioada este egală cu 0,4 s, iar în momentul inițial $y_0 = -4$ cm.

R: 4 cm; $15,70 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

51. Să se compună grafic oscilațiile

$$y_1 = 4 \sin(100 \pi t); \quad y_2 = 2 \sin(100 \pi t + \varphi)$$

când φ este: 0 ; $\frac{\pi}{2}$; π .

52. Pe un drum cu ridicături echidistante ($d = 4 \cdot 10^{-1}$ m) este tras un cărucior cu masa de 20 kg construit pe o axă cu două roți. Suspensia este făcută din două resorturi identice ($k = 400 \frac{\text{N}}{\text{m}}$). Să se calculeze viteza cu care trebuie tras uniform căruciorul pentru a se produce zguduituri puternice (rezonanță).

R: $v = 0,4$ m/s.

53. Folosind reprezentarea lui Fresnel să se determine amplitudinea oscilației rezultate din compunerea oscilațiilor paralele

$$y_1 = 3 \cdot 10^{-2} \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{3} \right) \text{ și } y_2 = 8 \cdot 10^{-2} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{6} \right),$$

exprimate în metri.

R: $a = 10,70 \cdot 10^{-2}$ m.

54. *E* Prin compunerea a două mișcări oscilatorii armonice de aceeași frecvență, paralele și cu amplitudinile de $5 \cdot 10^{-2}$ m respectiv $7 \cdot 10^{-2}$ m rezultă o mișcare oscilatorie cu amplitudinea de $9 \cdot 10^{-2}$ m. *a)* Să se afle defazajul celor două mișcări. *b)* Viteza maximă a unui punct care execută mișcarea rezultantă dacă viteza maximă a unui punct care efectuează prima mișcare este de $5 \cdot 10^{-1} \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

$$\text{R: } 84^\circ 10'; 9 \cdot 10^{-1} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

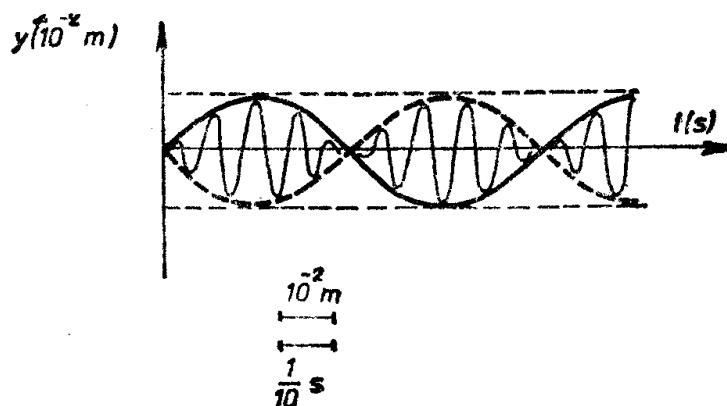


Fig. 1.38. Pentru problema 56.

55. *E* Într-o încăpere sînt instalate două mașini de cusut de același tip acționate de două electromotoare. Cînd se lucrează la prima mașină un punct oarecare de pe podea oscilează cu amplitudinea de $4 \cdot 10^{-4}$ m și cu frecvența de 23,5 Hz. Cînd se lucrează la a doua mașină același punct oscilează cu aceeași amplitudine și cu frecvența de 24 Hz. Ce efect va fi observat cînd se lucrează la ambele mașini?

$$\text{R: Apare fenomenul de bătăi. Aici } \nu_{\text{bătăi}} = 0,5 \text{ Hz cu amplitudinea de } 2 \cdot 10^{-4} \text{ m.}$$

56. *E* Prin observarea graficului din figura 1.38 să se găsească frecvențele și amplitudinile componentelor.

$$\text{R: } 5,75 \text{ Hz; } 4,25 \text{ Hz; } 10^{-2} \text{ m.}$$

2.

OSCILAȚII ELECTROMAGNETICE ȘI DISPOZITIVE CU SEMICONDUCTORI PENTRU REDRESAREA, AMPLIFICAREA ȘI ÎNTREȚINEREA LOR

2.1. GENERAREA TENSIUNII ELECTROMOTOARE (t.e.m.) ALTERNATIVE

În electrotehnică cea mai largă întrebuințare o are curentul alternativ sinusoidal prin faptul că poate fi produs, transmis și utilizat în condiții mult mai avantajoase decât curentul continuu. La baza producerii t.e.m. alternative stă fenomenul inducției electromagnetice. Rotirea uniformă a unei spire conductoare electric într-un câmp magnetic uniform sau, invers, rotirea uniformă a unui câmp magnetic în fața unei bobine fixe permite obținerea unei t.e.m. alternative sinusoidale. Aceste două posibilități sînt analizate în următoarele două experimente.

Experimentul 1. Un cadru metalic dreptunghiular este rotit uniform în jurul axei de simetrie OO' într-un câmp magnetic uniform, perpendicular pe axa OO' , produs de un electromagnet NS (fig. 2.1). Capetele cadrului sînt prinse rigid la două inele b și b' . Ele pot aluneca sub două lamele P și P' la care sînt legate bornele unui galvanometru G ce formează circuitul exterior al dispozitivului, circuit cu caracter rezistiv. În laturile AB și CD ale cadrului, laturi care taie liniile de câmp magnetic, se va induce o t.e.m., care, conform regulii mîinii drepte (burghiului drept), are în fiecare latură, în poziția cadrului în care normala $\vec{n}$ formează unghiul α cu liniile de câmp, sensul arătat în figura 2.2. T.e.m. indusă în cadru este suma dintre t.e.m. indusă în latura AB , $e_{AB} = vBl \sin \alpha$ și t.e.m. indusă în latura CD $e_{CD} = vBl \sin(\pi - \alpha)$, adică

$$e_{AD} = e_{AB} + e_{CD} = 2 vBl \sin \alpha,$$

α fiind totodată și unghiul dintre viteza conductorului liniar AB și liniile câmpului magnetic de inducție $\vec{B}$. Pentru mișcarea de rotație uniformă

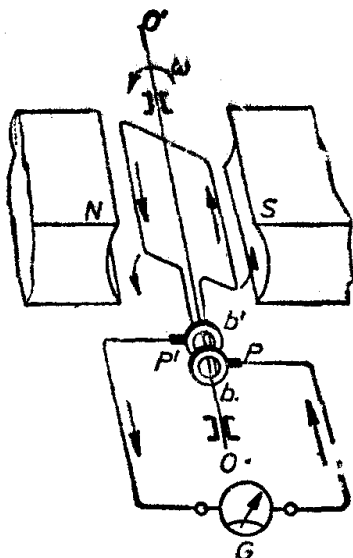


Fig. 2.1. Generarea unei t.e.m. alternative prin rotația uniformă a unui cadru metalic în câmp magnetic uniform

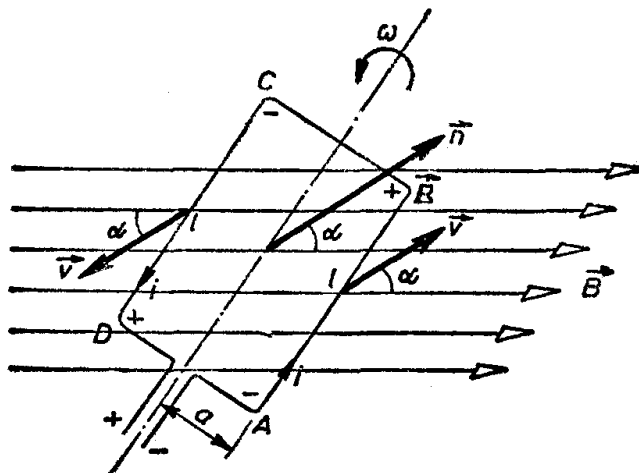


Fig. 2.2. Generarea unei t.e.m. alternative. Prin rotația cadrului, laturile AB și CD intersectează liniile de câmp magnetic, în ele se induce o t.e.m. AB și CD se numesc laturi active.

$\alpha = \omega t$, iar $v = a\omega$. Aria cadrului este $S = 2al$. Fluxul maxim (când $\alpha = 0$) prin suprafața cadrului este $\Phi_m = BS$. Cu aceste precizări, valoarea instantanee a t.e.m. induse poate fi scrisă sub forma $e = \Phi_m \omega \sin \omega t$ sau

$$e = E_m \sin \omega t.$$

Rotația uniformă în jurul axei de simetrie a unui cadru metalic într-un câmp magnetic uniform, perpendicular pe axa de rotație generează în cadru o t.e.m. alternativă sinusoidală, adică se produce o oscilație a tensiunii.

Mărimea $E_m = \omega\Phi_m$ se numește valoarea maximă a t.e.m. alternative sinusoidale iar $\omega = 2\pi\nu$ — pulsația t.e.m., $\nu = \frac{1}{T}$ — frecvența și T — perioada t.e.m.

T.e.m. alternativă indusă în cadru menține un curent alternativ sinusoidal prin circuitul electric al dispozitivului, curent pus în evidență* prin deviațiile alternative, la stînga și la dreapta poziției de zero a acului indicator al galvanometrului. Trecurile acului prin zero și prin deviația maximă au loc în momentele cînd și e ia valoarea zero respectiv cea extremă, corespunzător pozițiilor cadrului. Rezultă că printr-un circuit pur rezistiv, ca cel din figura 2.1 intensitatea curentului alternativ este în con-

* Pentru viteze de rotație a cadrului mici. Din cauza inerției acului indicator, acesta nu poate urmări variația intensității curentului pentru $\nu > 2$ Hz.

cordanță de fază cu t.e.m. e . Valoarea intensității instantanee va fi deci de forma

$$i = I_m \sin \omega t,$$

unde I_m este valoarea maximă (amplitudinea) a intensității curentului alternativ sinusoidal.

Experimentul realizat cu dispozitivul din figura 2.1 arată că valorile extreme $+E_m$, $-E_m$ și $+I_m$, $-I_m$ se obțin în pozițiile în care fluxul $\Phi = \Phi_m \cos \alpha$ este egal cu zero [pentru $\alpha = (2k + 1) \frac{\pi}{2}$, unde $k = 0, 1, 2, \dots$].

În aceste poziții, viteza de variație a fluxului $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ este maximă, deoarece laturile „active” AB și CD ale cadrului taie cele mai multe linii de câmp în unitatea de timp. În pozițiile în care fluxul are valori extreme ($\alpha = k\pi$), t.e.m. și intensitatea curentului sînt egale cu zero; în aceste poziții ale cadrului laturile active nu taie liniile câmpului și viteza de variație a fluxului $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ este egală cu zero. T.e.m. e este pozitivă dacă $\alpha \in (0, \pi)$ și negativă pentru $\alpha \in (\pi, 2\pi)$. Aceasta înseamnă că, în prima jumătate a rotației, prin cadru circulă un curent indus i care creează un câmp magnetic paralel și avînd același sens cu normala $\vec{n}$ la cadru, iar în a doua jumătate a rotației curentul indus i creează un câmp magnetic îndreptat în sens opus normalei $\vec{n}$. Deci, într-o singură rotație, t.e.m. e și curentul indus, de intensitate i , își schimbă semnul (deci și sensul) de două ori, luînd simultan valori extreme și nule.

În figura 2.3 sînt date graficele variației fluxului magnetic Φ (linia întreruptă), a t.e.m. e (linia continuă groasă) și a intensității curentului i (linia continuă subțire), în funcție de unghiul de rotație α .

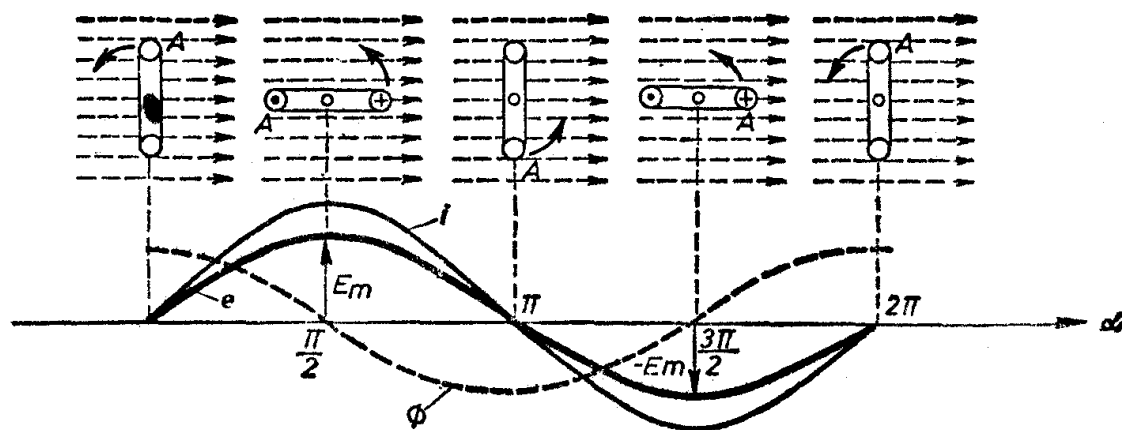


Fig. 2.3. Variația t.e.m. e , intensității curentului i și fluxului magnetic Φ în dependență de unghiul de rotație α .

Experimentul 2. O tensiune electromotoare alternativă sinusoidală se poate obține și prin rotirea uniformă a unui magnet bară în jurul unui ax orizontal sub o bobină cu miez de fier (fig. 2.4). Bobina este străbătută în fiecare moment de un flux variabil de inducție magnetică, care induce în bobină o t.e.m. alternativă sinusoidală. Curentul sinusoidal care se stabilește prin circuitul montajului experimental din figura 2.4, este pus în evidență prin deviațiile alternativ stînga-dreapta ale acului indicator al galvanometrului.

Dispozitivul descris, numit și alternator, stă la baza principiului de funcționare a generatorului de curent alternativ din centralele electrice, numit tot alternator.

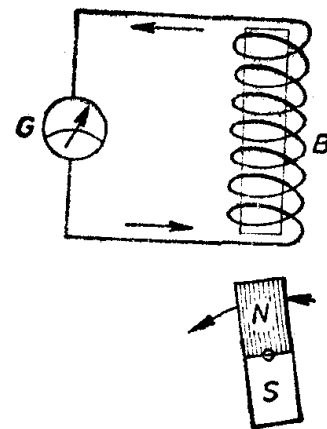


Fig. 2.4. Producerea unei t.e.m. alternative prin rotirea uniformă a unui magnet bară în jurul unui ax orizontal sub o bobină cu miez de fier.

2.1.1. Interpretare electronică. Sub acțiunea t.e.m. sinusoidale electronii liberi din conductorul metalic care formează circuitul electric al dispozitivelor din experimentele descrise vor căpăta o mișcare de ansamblu oscilatorie, sincronă t.e.m. induse e .

Mărimea numită intensitate instantanee i a curentului electric reprezintă intensitatea curentului electric la momentul de timp considerat. Ea este proporțională cu viteza de oscilație a electronilor. Pentru un circuit de dimensiuni obișnuite, fără derivații, intensitatea instantanee va fi aceeași în toate punctele circuitului. Tensiunea instantanee de la bornele rezistorului din circuitul exterior al alternatorului va fi, ca și în curentul continuu, dată de relația $u = Ri = RI_m \sin \omega t$. Deci u și i vor fi două funcții sinusoidale în concordanță de fază. După cum se va vedea în capitolele următoare, pentru porțiuni ale circuitului care conțin bobine sau condensatoare, i și u pot să nu fie în fază. Deși mărimile u și i sînt definite ca în curentul continuu, ele au în curentul alternativ caracteristici noi care le leagă direct de procesele oscilatorii.

Pornind și de la cunoștințele acumulate, la analiza experimentelor de inducție electromagnetică, care stau la baza explicării producerii t.e.m. alternative sinusoidale, pot fi făcute următoarele precizări:

a) Energia mecanică necesară rotirii uniforme ($\omega = \text{constant}$) a cadrului sau a magnetului se transformă, în sistemul fizic reprezentat de cadrul electric conductor (fig. 2.1) sau de bobină (fig. 2.4), în energie a curentului electric alternativ (sinusoidal) indus. Cadrul metalic (sau bobina) constituie un sistem fizic în care se produc oscilații forțate ale electronilor de conducție sub acțiunea t.e.m. alternative induse. Factorul excitator este

fluxul de inducție magnetică cu variație cosinusoidală prin suprafața delimitată de cadru $\Phi_c = BS \cos \omega t$ sau prin spirele bobinei $\Phi_b = NBS \cos \omega t$, unde N reprezintă numărul de spire, S — aria unei spire, spirele fiind dispuse în serie.

b) Datorită variației fluxului magnetic $\Phi = \Phi_m \cos \omega t$ (1) în circuit se induce o tensiune electromotoare

$$e = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = E_m \sin \omega t = \omega \Phi_m \sin \omega t. \quad (2)$$

Din formula (2) rezultă:

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = - \omega \Phi_m \sin \omega t = \omega \Phi_m \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (3)$$

Mărimea $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ care reprezintă viteza de variație a fluxului magnetic, este o mărime oscilatorie armonică. Din compararea relațiilor (1) și (3) se trage concluzia că viteza de variație a unei mărimi oscilatorii armonice este tot o mărime oscilatorie armonică, cu amplitudinea de ω ori mai mare și defazată cu $\frac{\pi}{2}$ radiani înainte.

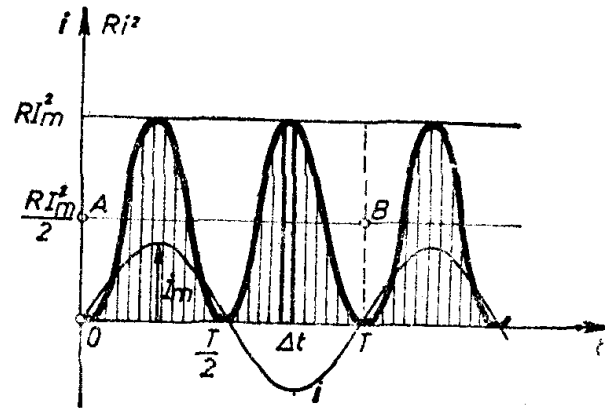
c) Dacă viteza de variație a unei mărimi caracteristice a unui sistem fizic reprezintă o mărime oscilatorie armonică, atunci mărimea caracteristică este tot o mărime oscilatorie armonică. Amplitudinea mărimii caracteristice este de ω ori mai mică iar faza în urmă cu $\frac{\pi}{2}$ față de amplitudinea și respectiv faza vitezei de variație. Astfel, dacă $e = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = E_m \sin \omega t$, sau $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = - E_m \sin \omega t = \omega \Phi_m \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$, atunci $\Phi = - \frac{E_m}{\omega} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = \Phi_m \cos \omega t$, deoarece $E_m = \omega \Phi_m$.

2.2. VALOAREA EFECTIVĂ A INTENSITĂȚII CURENTULUI ȘI TENSIUNII ALTERNATIVE

Pînă acum, am considerat în studiul circuitelor de curent alternativ, numai tensiunea electromotoare și intensitatea instantanee de curent cu valorile lor maxime, pozitive și negative. Vom introduce o noțiune nouă, aceea de *valoare efectivă* a intensității curentului și tensiunii alternative. Pentru aceasta pornim de la căldura disipată în prezența curentului alternativ într-un rezistor de rezistență R .

Dacă i este intensitatea instantanee a curentului alternativ care străbate rezistorul R , atunci căldura disipată în intervalul de timp Δt , foarte mic față de perioada T a intensității $i = I_m \sin \omega t$, este egală cu $Ri^2 \Delta t$.

În diagramele din figura 2.5, curba sinusoidală reprezintă variația cu timpul a intensității instantanee i . Curba trasată cu o linie mai groasă reprezintă variația produsului Ri^2 , proporțional cu căldura instantanee disipată în rezistor. Pentru o perioadă T sau un multiplu întreg de perioade nT , suprafețele hașurate situate deasupra liniei $\frac{RI_m^2}{2}$ acoperă



complet suprafețele nehașurate dintre abscisă și această linie.

Fig. 2.5. Interpretarea geometrică a valorii efective a intensității curentului alternativ.

Pentru un interval de timp, egal cu o perioadă T , căldura produsă în rezistor este egală cu aria dreptunghiului $ABTO$, adică

$$Q_T = \frac{RI_m^2}{2} T. \quad (4)$$

Rezistorul poate fi parcurs și de un curent continuu de intensitate I care să producă în timpul T , o aceeași căldură

$$Q_T = RI^2 T. \quad (5)$$

Din egalarea relațiilor (4) și (5) rezultă

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m.$$

Mărimea I se numește *intensitatea efectivă* a curentului alternativ și are valoarea egală cu 0,707 din intensitatea maximă a curentului alternativ considerat

Așadar: *valoarea efectivă a intensității curentului alternativ i este egală cu intensitatea unui curent continuu I care, străbătînd același rezistor ca și curentul alternativ, produce aceeași căldură Q într-un timp egal cu perioada T a intensității curentului alternativ.*

Valoarea efectivă a mărimilor alternative u (e) sau i se notează cu litera mare de tipar a simbolului mărimii respective. Astfel:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0,707 U_m \qquad \frac{I}{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m.$$

Instrumentele de măsurare pentru intensitatea curentului și tensiunii alternative indică valori efective.

Exemplu. Un ampermetru conectat într-un circuit de curent alternativ indică 20 A. Cu cît este egală valoarea maximă a curentului în circuit?

$$R: I_m = \sqrt{2} I = 1,41 \cdot 20 = 28,2 \text{ A.}$$

2.3. CIRCUITE DE CURENT ALTERNATIV.

COMPARAȚIE CU CIRCUITUL DE CURENT CONTINUU

Se numesc *circuite de curent alternativ* circuitele electrice alimentate cu tensiuni electromotoare alternative. Aceste circuite prezintă o importanță deosebită în producerea, transmisia și utilizarea energiei electromagnetice cât și în electrocomunicații și automatizări.

Cele mai simple și robuste mașini electrice, generatoare sau motoare, sînt acelea de curent alternativ. Transmisia optimă la distanță a energiei electromagnetice impune transformarea după voie a tensiunii, ceea ce se poate obține cu ajutorul transformatoarelor numai în curent alternativ. Semnalele corespunzătoare vorbirii, muzicii etc., care fac obiectul transmisiilor de telecomunicații, sînt practic suprapuneri de semnale alternative. Aceste exemple explică importanța practică a studiului circuitelor în regim permanent sinusoidal (numit și regim permanent armonic), adică a acelor circuite care, dacă sînt alimentate cu tensiuni alternative sinusoidale, atunci și curenții din toate laturile circuitului sînt sinusoidali și de aceeași frecvență.

Circuitele (rețelele) electrice pentru producerea, transmisia și distribuția energiei sînt circuite de curent alternativ sinusoidal cu frecvența standard de 50 Hz (în America și Australia 60 Hz), numită *frecvență industrială*. Această valoare a frecvenței a fost aleasă cît mai joasă pentru că dificultățile producerii și transmisiei energiei sînt cu atît mai mari, cu cît frecvența e mai înaltă, dăr suficient de mare pentru ca variațiile intensității luminoase a lămpilor cu incandescență folosite în iluminat să nu fie sesizabile vederii.

Prin comparație cu circuitul în curent continuu, aplicarea legii lui Ohm în cazul circuitului în curent alternativ prezintă aspecte noi.

— Dacă într-un circuit de curent continuu condensatorul întrerupe circuitul, într-un circuit de curent alternativ condensatorul rînd pe rînd se încarcă și se descarcă, neîmpiedicînd mișcarea oscilatorie de ansamblu a electronilor de conducție, deci stabilirea curentului alternativ în circuitul care îl conține.

— Prezența unei bobine într-un circuit de curent alternativ face să apară fenomenul de autoinducție care contribuie la modificarea intensității curentului alternativ.

— Rezistorul are în curent alternativ același efect ca și în curent continuu: absoarbe energie electrică pe care o transformă în căldură. Deci rezistorul opune curentului alternativ aceeași rezistență ca și curentului continuu.

Studiul experimental și teoretic al legii lui Ohm în curentul alternativ se va face pentru circuite în care generatorul de alimentare constituie o sursă de energie electromagnetică care introduce în circuitul din care face parte o t.e.m. alternativă e_g dată, independentă de structura rețelei în care e conectată și între ale cărei borne căderea de tensiune interioară neglijabilă; adică $e_g = u = U\sqrt{2} \sin \omega t$, U fiind tensiunea efectivă.

În studiul variației tensiunii sau curentului în timp, a comparației fazelor și amplitudinilor mărimilor periodice, o largă utilizare o are osciloscopul electronic, a cărui descriere este prezentată în paragraful care urmează.

2.4. OSCILOSCOPUL ELECTRONIC FOLOSIT ÎN STUDIUL CIRCUITELOR DE CURENT ALTERNATIV

Este un aparat care permite vizualizarea fenomenelor periodice electrice, transformând semnalele electrice în semnale optice care pot fi observate pe un ecran sau pot fi fotografiate sub forma unor imagini numite oscilógrame.

Elementul mobil al osciloscopului este un fascicul foarte subțire de electroni, practic lipsit de inerție, ceea ce permite studierea proceselor oscilatorii cu frecvențe de la câțiva herți pînă la sute de megaherți (10^8 Hz).

Partea principală a osciloscopului catodic îl reprezintă tubul catodic (fig. 2.6), cu următoarele componente:

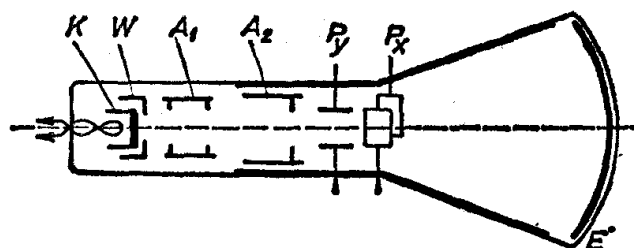


Fig. 2.6. Schema tubului catodic al osciloscopului electronic.

a) un tun electronic, alcătuit dintr-un termocatod (K) pentru emisiă electronilor și un sistem de electrozi cilindrici (A_1 și A_2) puși la diferite potențiale, cu ajutorul cărora se accelerează electronii și se formează fasciculul electronic foarte subțire;

b) două perechi de plăci de deflexie pe verticală (P_y) și pe orizontală (P_x) care deviază fasciculul conform tensiunilor aplicate;

c) ecranul E , format dintr-un strat de luminofor depus pe peretele interior al ecranului de sticlă al tubului. Luminoforul (sulfură de zinc sau sulfură de cadmiu) are proprietatea de a emite lumină cînd este bombardat cu electroni. Fasciculul electronic formează pe ecran, în absența unei tensiuni pe plăcile de deflexie P_y și P_x , un punct luminos (numit spot) în centrul ecranului.

Pentru vizualizarea formei curbei mărimilor de studiat, pe plăcile verticale P_y se aplică tensiunea de cercetare u_y , adică variabila dependentă, iar pe plăcile de deviere orizontală P_x o tensiune u_x care are o variație liniară în timp, în formă de dinți de ferăstrău, care constituie baza de timp, adică variabila independentă.

Sub acțiunea cîmpului electric produs de tensiunea bazei de timp u_x (fig. 2.7, a), în absența semnalului studiat u_y , în intervalul de timp t_1 corespunzător porțiunii ascendente a curbei în formă de dinți de ferăstrău, fasciculul de electroni se deplasează pe ecran din punctul 1 în punctul 2 cu o viteză constantă. În intervalul de timp t_2 , foarte scurt, corespunzător porțiunii descendente a tensiunii bazei de timp u_x , fasciculul de electroni se întoarce foarte repede în poziția inițială 1 și reîncepe mișcarea sa uniformă din punctul 1 spre punctul 2.

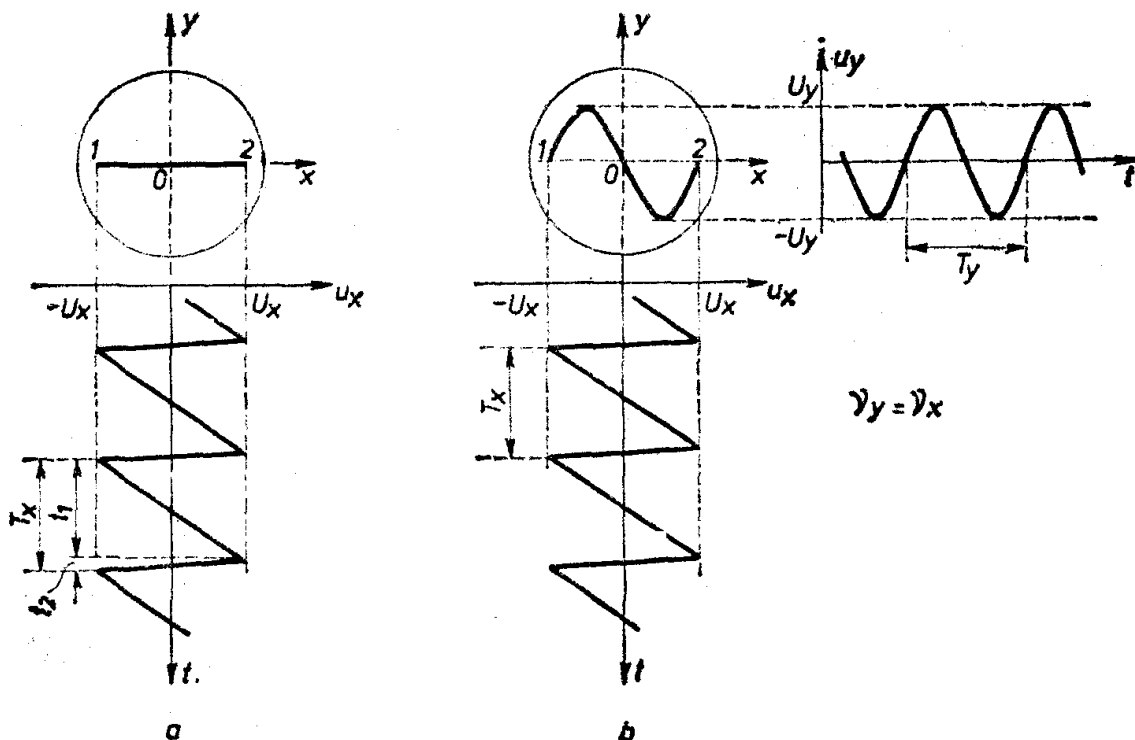


Fig. 2.7. Formarea imaginilor pe ecranul osciloscopului:
 a) imagine în absența semnalului de analizat, $u_y = 0$; b) imagine pentru $v_y = v_x$.

Dacă simultan cu tensiunea u_x se aplică și semnalul de cercetat u_y (fig. 2.7, b), fasciculul de electroni, sub acțiunea cîmpurilor produse de cele două tensiuni, descrie curba luminoasă a variației în timp a tensiunii de cercetat, $u_y = f(t)$. Curba este continuă datorită persistenței imaginii luminoase pe retină. Dacă frecvența tensiunii de cercetat v_y este egală cu frecvența tensiunii bazei de timp v_x , pe ecran apare curba corespunzătoare unei perioade de oscilație. Dacă $v_y = n v_x$, curba cuprinde n perioade pe ecran.

Pentru a putea studia simultan două semnale pe ecranul unui tub catodic cu un singur spot, se utilizează un dispozitiv special numit *comutator electronic*, care permite aplicarea pe plăcile de deviere verticală P_y pe rînd a tensiunilor de cercetat. Curbele luminoase a celor două tensiuni apar în același timp pe ecran datorită persistenței luminoase (postluminiscentă) a ecranului. Un asemenea osciloscop se numește cu spot multiplu și se va folosi în cele ce urmează la experimentele legate de studiul circuitului în curent alternativ.

Exemplu numeric. Pe plăcile P_y ale unui osciloscop se aplică o tensiune alternativă u . Spotul luminos oscilînd numai pe verticală va da pe ecran o linie luminoasă avînd lungimea $l = 50$ mm. Cînoscînd că devierea spotului luminos este de 1 mm pentru o tensiune aplicată plăcilor egală cu 1 V, adică sensibilitatea tubului catodic este $S = 1 \frac{\text{mm}}{\text{V}}$, să se calculeze valoarea tensiunii efective aplicată plăcilor P_y .

Rezolvare.

Lungimea liniei verticale fiind proporțională cu dublul amplitudinii tensiunii aplicate, cunoscând și sensibilitatea tubului catodic, rezultă că $2U_m = \frac{l}{S} = 50V$ sau $U_m = 25 V$, de unde $U \approx 0,707 U_m = 17,675 V$.

2.5. REZISTOR ÎN CURENT ALTERNATIV

Circuitele care nu conțin bobine sau condensatoare opun curenților alternativi (de frecvență joasă) practic aceeași rezistență ca și curentului continuu. Căderea de tensiune produsă la trecerea curentului alternativ

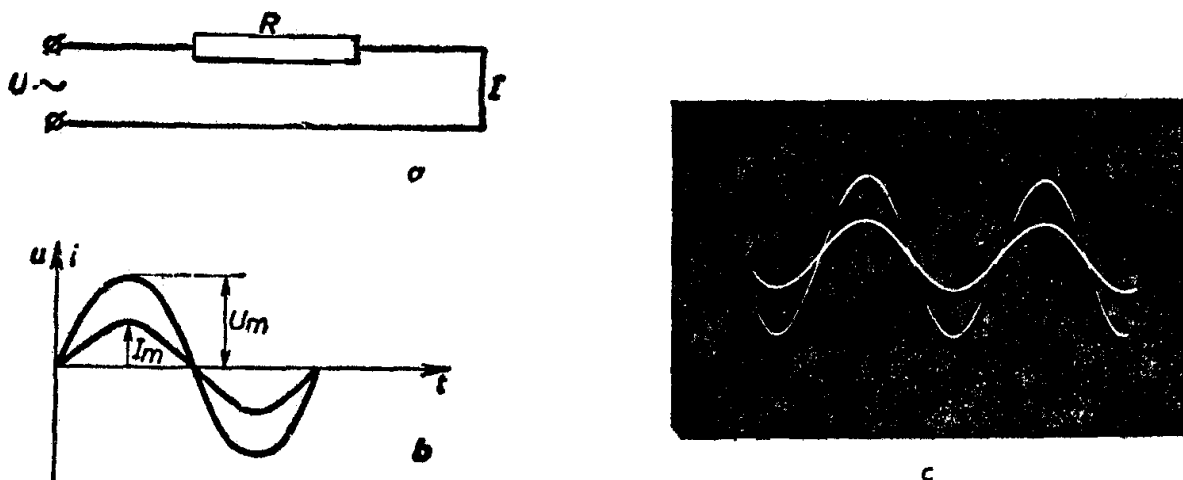


Fig. 2.8. a) Circuit cu rezistor ohmic, b) variația tensiunii și intensității curentului într-un circuit cu rezistor; c) fotografie de pe ecranul osciloscopului.

printr-un rezistor este, conform legii lui Ohm, $u = Ri$. Valorile instantanee u și i trec simultan prin valori maxime și nule (fig. 2.8), adică sînt în concordanță de fază așa cum s-a arătat la paragraful 2.1.1. Scrisă pentru valori efective, legea lui Ohm pentru circuitul cu rezistor este $U = RI$. În curent alternativ, rezistenței rezistorului i se spune *rezistență activă*, întrucît disipă energie prin trecerea curentului spre deosebire de așa-numitele elemente reactive (sau nedisipative) care prin trecerea curentului nu disipă energie.

2.6. CIRCUIT SERIE CU REZISTOR ȘI BOBINĂ ÎN CURENT ALTERNATIV

Experiment (a). Un circuit serie format dintr-o bobină cu multe spire, în care se poate introduce un miez de fier, dintr-un rezistor și dintr-un ampermetru de curent alternativ, este alimentat sub tensiunea alternativă u cu valoarea eficace U (fig. 2.9).

Prin introducerea miezului de fier M în bobină, inductanța crește, iar ampermetrul indică scăderea intensității curentului alternativ prin

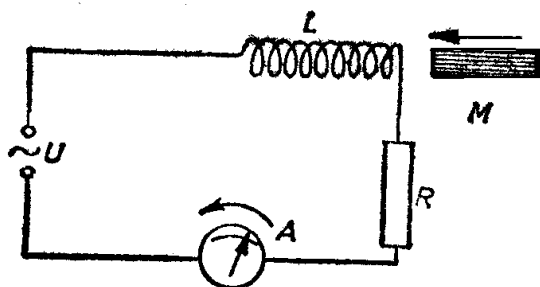


Fig. 2.9. Circuit serie RL . Inductanța crește, intensitatea curentului scade.

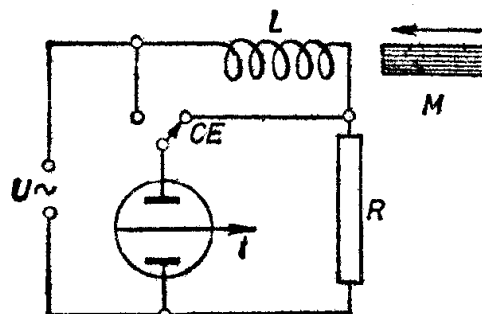


Fig. 2.10. Efectul inductanței în circuit LR studiat cu ajutorul osciloscopului electronic.

circuitul serie bobină, rezistor. Bobina introduce, deci, în circuit o rezistență aparentă cu atât mai mare cu cât inductanța L a bobinei este mai mare.

(b) Cu montajul a cărui schemă este prezentată în figura 2.10, se poate studia variația tensiunii u și a intensității i . Cu ajutorul comutatorului electronic CE se aplică pe rând pe plăcile P_v tensiunea u și tensiunea $u_R = Ri$ de la bornele rezistorului, tensiune care corespunde variației intensității instantanee i . Figura 2.11 indică poziția curbelor corespunzătoare lui u și i pe ecranul osciloscopului. Curba pentru i , care păstrează aceeași perioadă ca și u , este decalată cu δ pe axa timpului, ceea ce indică o defazare în urmă a intensității i față de tensiunea u .

În concluzie la cele două experimente:

o bobină într-un circuit de curent alternativ introduce o rezistență aparentă și o defazare în urmă a intensității curentului față de tensiunea aplicată circuitului.

Ecuția circuitului este:

$$u - L \frac{\Delta i}{\Delta t} = Ri.$$

Cunoscînd că

$$u = \sqrt{2} U \sin \omega t,$$

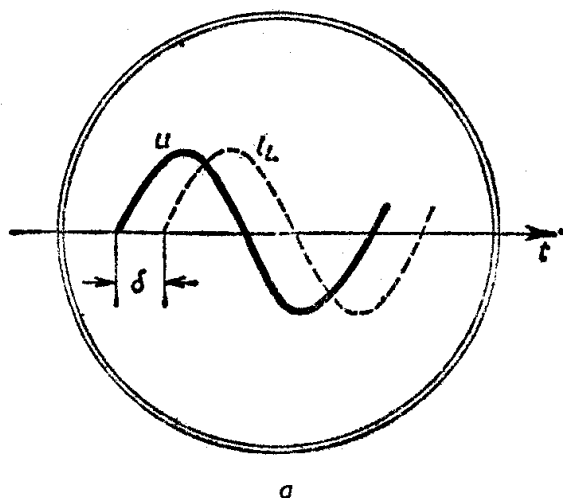


Fig. 2.11. a) Defazarea în urmă a intensității curentului față de tensiune în circuitul LR serie; b) fotografie de pe ecranul osciloscopului.

atunci

$$i = \sqrt{2} I \sin(\omega t - \varphi)$$

exprimă intensitatea curentului, defazată cu unghiul φ în urma tensiunii aplicate u , iar

$$\frac{\Delta i}{\Delta t} = \sqrt{2} \omega I \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

reprezintă viteza de variație a intensității curentului (vezi §. 2.1.1, b).

Trecînd în membrul drept al egalității termenii în I , ecuația circuitului RL devine

$$U \sin \omega t = RI \sin(\omega t - \varphi) + \omega LI \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right).$$

Folosind reprezentarea Fresnel, relațiile între I , U , R , ω , L și φ se pot imediat determina.

Fazorul $\vec{OA}$ (tig. 2.12), de modul RI reprezintă termenul $RI \sin(\omega t - \varphi)$. Fazorul $\vec{AB}$, de modul ωLI reprezintă termenul $\omega LI \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$,

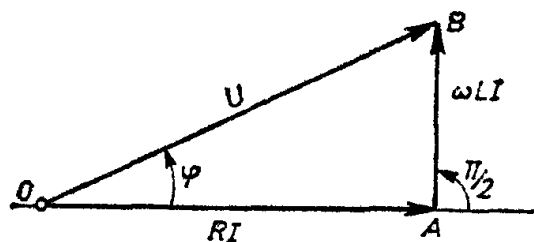


Fig. 2.12. Reprezentarea fazorială a circuitului RL serie.

defazat înainte față de fazorul $\vec{OA}$. Suma $\vec{OA} + \vec{AB}$ dă fazorul $\vec{OB}$ care reprezintă termenul $U \sin \omega t$ de modul U . În triunghiul dreptunghic OAB , unghiul $\varphi = \angle(\vec{OA}, \vec{OB})$ reprezintă unghiul de defazare în urmă a intensității curentului față de tensiune.

Pentru triunghiul dreptunghic OAB se poate scrie

$$U = I \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \quad \text{și} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R}.$$

Se numește *impedanță* Z a unui circuit de curent alternativ, raportul dintre valorile maxime sau efective ale tensiunii aplicate la borne și intensității curentului prin circuit:

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I}.$$

Expresia $U = I \cdot Z$ reprezintă legea lui Ohm în curent alternativ.

Pentru circuitul analizat, impedanța este: $Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$.

Mărimea $X_L = \omega L$ se numește *reactanță inductivă*.

Atît impedanța cît și reactanța inductivă se măsoară în Ω , ca și rezistența R .

Relația

$$U = I \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

exprimă legea lui Ohm pentru circuitul RL . Dacă bobina ar avea rezistență neglijabilă (bobină ideală), atunci ea ar defaza intensitatea curentului cu $\varphi = \frac{\pi}{2}$ rad în urma tensiunii u . Legea lui Ohm pentru circuitul cu bobină ideală ar fi: $U = I \cdot X_L$.

Exemplu numeric. Să se calculeze intensitatea curentului printr-o bobină cu conductanța $L = 0,5$ H și rezistența $R = 5 \Omega$, aflată, pe rînd: a) sub tensiunea efectivă $U = 100$ V, cu $\nu = 50$ Hz; b) sub tensiunea continuă avînd aceeași valoare, $U = 100$ V.

Rezolvare

a) Reactanța inductivă este $X_L = 2\pi\nu L = 157 \Omega$, iar

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{100}{\sqrt{25 + 24\,649}}, \text{ deci } I = \frac{100}{157} = 0,64 \text{ (A)}$$

$$b) I = \frac{U}{R} = \frac{100}{5} = 20 \text{ (A)}$$

Pentru frecvențe mari reactanța bobinelor poate căpăta valori foarte mari, ceea ce duce la blocarea curentului; pentru frecvențe mici bobina se comportă ca un scurt circuit.

2.7. CIRCUIT SERIE CU REZISTOR, BOBINĂ ȘI CONDENSATOR ÎN CURENT ALTERNATIV (CIRCUIT RLC SERIE)

Experiment. Studiul comportării unui circuit serie RLC în curent alternativ se poate face cu ajutorul unui montaj a cărui schemă este prezentată în figura 2.13, bobina și condensatorul avînd o inductanță, respectiv capacitatea variabile. Conectînd circuitul la sursa de tensiune alternativă, cu ajutorul ampermetrului se poate observa că:

— variația capacității condensatorului, menținînd o valoare constantă pentru L , poate duce la o creștere a intensității curentului prin circuit, trecerea printr-un maxim, după care intensitatea curentului începe să scadă (fig. 2.14);

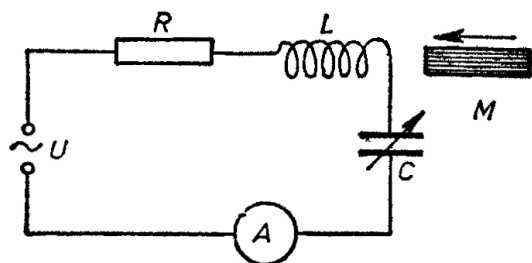


Fig. 2.13. Circuit pentru stabilirea regimului de rezonanță a circuitului RLC serie.

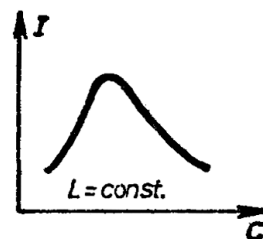


Fig. 2.14. Variația lui I pentru $L = \text{ct.}$ și C variabil.

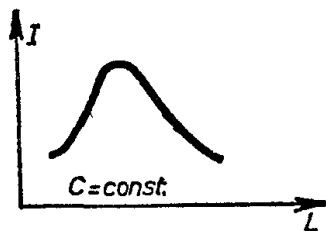


Fig. 2.15. Variația lui I pentru $C = \text{ct}$ și L variabil.

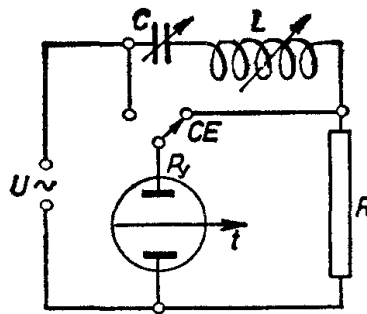


Fig. 2.16. Schema montajului pentru studiul osciloscopic circuitului RLC .

— menținând C constant, variația lui L poate corespunde unei creșteri a intensității efective a curentului prin circuit, a trecerii prin maxim, urmată de o descreștere (fig. 2.15).

Studiul osciloscopic asupra circuitului serie RLC (fig. 2.16) arată că, pentru valori convenabil alese pentru L și C , efectul inductiv (i defazat în urmă față de u) poate să predomine sau, invers, i să prezinte o defazare înainte față de u , ceea ce înseamnă că în circuit predomină efectul capacitiv (fig. 2.17). Deci, în ceea ce privește defazajul dintre i și u , bobina are un efect antagonist față de acela al condensatorului.

Studiul teoretic al comportării circuitului RLC în curent alternativ confirmă rezultatele experimentale.

Ecuția tensiunilor pentru circuitul LCR este

$$\underbrace{u}_{\text{tensiunea sursei de alimentare}} - \underbrace{L \frac{\Delta i}{\Delta t}}_{\text{t.e.m. de autoinducție}} = \underbrace{\frac{q}{C}}_{\text{tens. la bornele condensatorului}} + \underbrace{R \cdot i}_{\text{tensiunea la bornele rezistorului}}$$

Știind că defazajul între i și u este exprimat prin unghiul φ , intensitatea instantanee a curentului prin circuitul cu elementele reactive, bobină și condensator, poate fi scrisă sub forma:

$$i = \sqrt{2} I \sin(\omega t - \varphi);$$

cu $\varphi > 0$, dacă predomină aspectul inductiv și $\varphi < 0$, dacă predomină aspectul capacitiv.

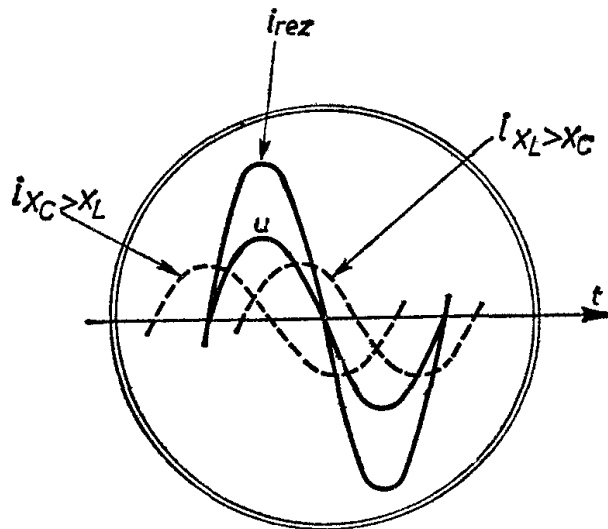


Fig. 2.17. Regimurile capacitiv, inductiv și de rezonanță în circuitul RLC .

Sarcina electrică instantanee q a suprafeței armăturii condensatorului poate fi exprimată cu ajutorul lui i plecând de la expresia

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \sqrt{2} I \sin(\omega t - \varphi),$$

de unde (v. §. 2.1.1, c) $q = \frac{\sqrt{2} I}{\omega} \sin\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2} I}{\omega} \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$.

Cu această expresie pentru q și cunoscând că $\frac{\Delta i}{\Delta t} = \sqrt{2} \omega I \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$, ecuația tensiunilor poate fi scrisă sub forma:

$$U \sin \omega t = \omega L I \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right) - \frac{I}{\omega C} \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right) + R I \sin(\omega t - \varphi).$$

Construcția Fresnel dă pentru fazori modulele (fig. 2.18 a, b, c):

pentru $\vec{OA}$: $R I = U_R$

pentru $\vec{AB}$: $\omega L I = U_L$

pentru $\vec{BC}$: $\frac{I}{\omega C} = U_C$, unde raportul $\frac{1}{\omega C}$ se numește *reactanță capacitivă* și se notează cu X_C

pentru $\vec{OC}$: U .

În figura 2.18 a, b, c se observă că sînt posibile trei cazuri:

a) Dacă $U_L > U_C$, adică $\omega L > \frac{1}{\omega C}$, efectul inductiv predomină față de cel capacitiv; curentul este defazat în urmă față de tensiune, deci $\varphi > 0$.

b) Dacă $U_L < U_C$, adică $\omega L < \frac{1}{\omega C}$, efectul capacitiv predomină față de cel inductiv; curentul este defazat înainte față de tensiune, deci $\varphi < 0$.

c) Dacă $U_L = U_C$, $\omega L = \frac{1}{\omega C}$, cele două efecte se compensează, $\varphi = 0$; este cazul numit *rezonanță* care va fi analizat separat.

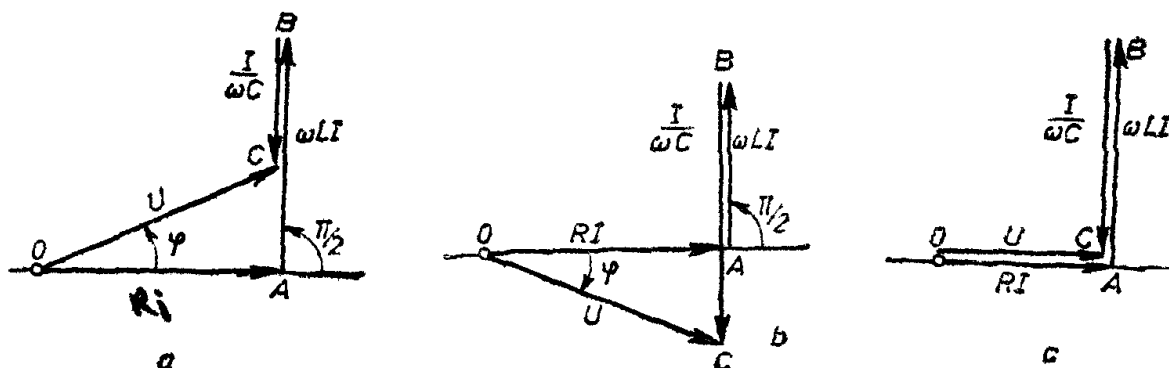


Fig. 2.18. Diagramele fazoriale ale circuitului RLC serie

Pentru cazurile $U_L \neq U_C$ (fig. 2.18 a, b) din *triunghiul tensiunilor* OAC rezultă

$$U = I \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (1) \quad \text{și} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (2)$$

sau

$$U = I \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = I \cdot Z \quad \text{și} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

Z fiind *impedanța* circuitului serie RLC .

Formula $U = I \cdot Z$ exprimă legea lui Ohm pentru circuitul serie RLC . Dacă circuitul ar avea numai condensator, atunci $\varphi = -\frac{\pi}{2}$, deci condensatorul ar defaza intensitatea i a curentului electric cu $\frac{\pi}{2}$ înaintea tensiunii u . Legea lui Ohm pentru circuitul cu condensator ar fi: $U = I \cdot X_C$.

2.8. REZONANȚA CIRCUITULUI SERIE RLC

Dacă pentru un circuit serie RLC alimentat de la o sursă de tensiune efectivă U se aleg valori pentru L , C sau ω astfel încît $X_L = X_C$, adică

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}, \quad (1)$$

circuitul RLC se află în regim de *rezonanță*.

În acest caz, tensiunile la bornele bobinei u_L și ale condensatorului u_C opuse ca fază, devin egale și $U_L - U_C = 0$, iar defazajul φ dintre curent și tensiunea la bornele circuitului devine zero. Diagrama fazorială pentru rezonanța circuitului serie RLC capătă forma din figura 2.18, c. Rezonanța la circuitul serie se mai numește și *rezonanța tensiunilor*. În condițiile rezonanței intensitatea curentului devine maximă $I_r = \frac{U}{R}$, deoarece impedanța circuitului se reduce la valoarea rezistenței circuitului, $Z = R$, iar tensiunile la bornele bobinei și condensatorului devin maxime:

$$U_L = I_r X_L = \frac{U \omega L}{R} \quad \text{și} \quad U_C = I_r X_C = \frac{U}{\omega RC}.$$

Raportul, notat cu Q

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{\omega L}{R} = \frac{1}{\omega RC}.$$

care arată de cîte ori este mai mare, la rezonanță, tensiunea la bornele bobinei sau condensatorului decît tensiunea generatorului se numește *factor de supratensiune*.

Tensiunea ridicată de la bornele bobinei și ale condensatorului prezintă o particularitate extrem de interesantă a rezonanței serie. Însăși denumirea de „rezonanță de tensiune” subliniază creșterea tensiunii în regim de rezonanță.

În instalațiile industriale pentru transmisia și utilizarea energiei electrice în curent alternativ, apariția supratensiunilor poate să ducă la descărcări electrice între spirele bobinajelor sau armăturilor condensatoarelor prin străpungerea materialelor izolante și să dea naștere la deteriorări sau accidente.

În radiotehnică, rezonanța serie este utilizată pentru obținerea curentului și a tensiunii maxime în circuit. De exemplu, circuitul de antenă a unei stații de emisie radio este întotdeauna serie, pentru a se obține în antenă un curent maxim, deoarece în acest caz bătaia stației este și ea maximă.

Rezolvînd ecuația (1), în raport cu ω , se obține

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0 \quad (2)$$

ceea ce înseamnă că, la rezonanță, perioada tensiunii alternative, aplicată la bornele circuitului, trebuie să fie

$$T = T_0 = 2\pi \sqrt{LC}, \quad (\text{formula lui Thomson})$$

adică egală cu perioada de „oscilație proprie” $T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$ a circuitului, dată de formula lui Thomson.

Din egalitatea (1) și expresia pulsației ω la rezonanță (2) se obține

$$\frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}},$$

de unde rezultă că

$$U_L = U_C \gg U \text{ dacă } R \ll \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Mărimea $\sqrt{\frac{L}{C}}$ are dimensiunile unei rezistențe și se numește *impedanța caracteristică* Z_0 a circuitului serie.

2.8.1. Analogie mecanică. Circuitul RLC la bornele căruia se aplică o tensiune alternativă se comportă ca un sistem excitat. Sursa de t.e.m. alternativă are rolul de excitator, rezistența circuitului corespunzînd frecării cu mediul în cazul pendulului elastic. Constanta k a pendulului are ca echivalent pe $\frac{1}{C}$, iar masa pendulului pe L . Sursa de t.e.m. alternativă întreține în circuitul RLC un curent alternativ de aceeași perioadă cu cea a t.e.m., intensitatea curentului fiind dată de legea lui Ohm, circuitul lucrează deci în regim de *oscilații forțate*.

Dacă perioada t.e.m. este egală cu perioada $2\pi\sqrt{LC}$ de oscilație proprie a circuitului RLC , în circuit se produc oscilații puternice ale electronilor de conducție, caracterizate prin tensiuni și intensități de curent mari. Sursa va debita o putere relativ mică, necesară numai pentru compensarea pierderilor de energie prin efect Joule datorate rezistenței R a circuitului. Este cazul rezonanței electrice, generatorul și circuitul RLC constituind un sistem de doi oscilatori cuplați, funcționând în regim de rezonanță, serie. Tot astfel se poate face să oscileze, la rezonanță, un pendul.

Procesul descris este asemănător celui de întreținere a oscilațiilor unui pendul explicat la paragraful 1.2.9 (fig. 1.32). Energia sursei este analoagă energiei potențiale a corpului suspendat. Ea este folosită pentru compensarea energiei disipate de pendul (analogul circuitului RLC) în decursul unei semioscilații.

Pornind de la formula generală care exprimă legea lui Ohm

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

se poate construi cu precizie graficul curbei variației intensității efective a curentului prin circuitul RLC , în funcție de mărimile L , C sau ω , curbă obținută calitativ prin variația lui L sau a lui C și în experimentul corespunzător montajului din figura 2.13. Maximul curbei arată că, într-adevăr, cu cât rezistența circuitului este mai mică, cu atât intensitatea curentului la rezonanță este mai mare. Curbele din figura 2.19 se numesc curbe de rezonanță, forma lor fiind asemănătoare cu cele obținute la studiul rezonanței mecanice (fig. 1.29).

Problemă rezolvată. Circuitul serie RLC din figura 2.13, pentru care $R = 4 \Omega$, $L = 6,37 \text{ mH}$ și capacitatea condensatorului variabil fixată pentru $C = 159 \mu\text{F}$, este alimentat de un generator cu tensiunea efectivă $U = 120 \text{ V}$ și frecvența $\nu = 200 \text{ Hz}$.

1. Să se determine:
 - a) intensitatea curentului din circuit și tensiunile U_R , U_L și U_C ;
 - b) defazajul între curent și tensiunea la bornele circuitului;
 - c) valoarea capacității condensatorului variabil pentru care în circuit apare rezonanța;
 - d) factorul de supratensiune.
2. Este posibil să se înlocuiască bobina și condensatorul (cu $C = 159 \mu\text{F}$) din circuitul inițial, cu o bobină echivalentă?

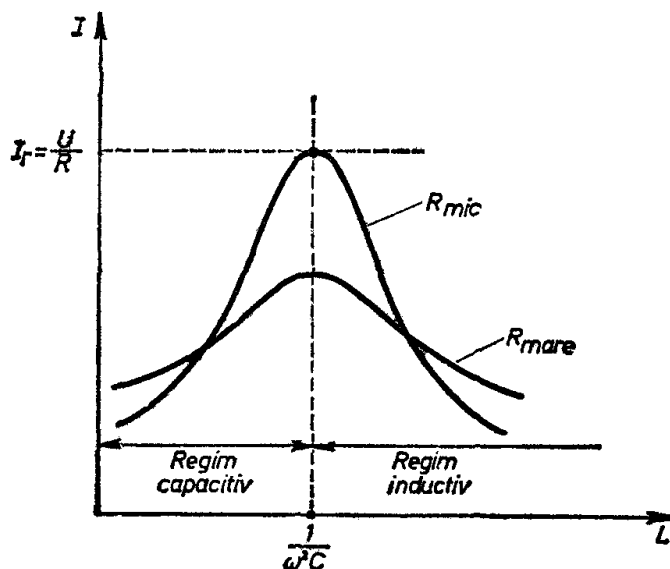


Fig. 2.19. Curbe de rezonanță pentru circuitul RLC serie.

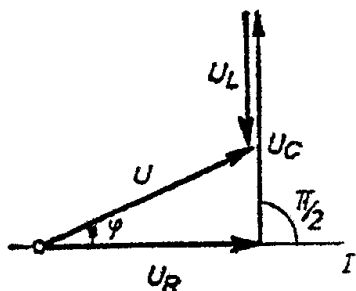


Fig. 2.20. Pentru problema rezolvată.

Rezolvare

$$1. a) X_L = \omega L = 2\pi \nu L \approx 8 \Omega, \quad X_C = \frac{1}{2\pi \nu C} \approx 5 \Omega,$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{120}{\sqrt{16 + 9}} = 24 \text{ (A)}$$

$$U_R = RI = 4 \cdot 24 = 96 \text{ V}, \quad U_L = X_L I = 8 \cdot 24 = 192 \text{ (V)}$$

$$U_C = X_C I = 5 \cdot 24 = 120 \text{ (V)}$$

$$\text{Verificare: } U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = 120 \text{ V}$$

(fig. 2.20).

$$b) \tan \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{3}{4} = 0,75, \quad \varphi = 37^\circ.$$

$$c) \text{ La rezonanță } X'_C = X_L, \text{ de unde } C_r = \frac{1}{\omega X_L} = \frac{1}{1256 \cdot 8} = 99,5 \text{ (}\mu\text{F)}$$

$$d) I_r = \frac{U}{R} = 30 \text{ A}; \quad U'_R = I_r R = 120 \text{ V}, \quad U'_L = I_r X_L = 240 \text{ V},$$

$$U'_C = I_r X'_C = 240 \text{ V}.$$

(La rezonanță U'_L și U'_C sînt egale și în opoziție de fază, astfel că $U'_L - U'_C = 0$.)

$$Q = \frac{U'_L}{U} = \frac{U'_C}{U} = \frac{\omega L}{R} = \frac{1}{\omega C R} = 2.$$

2. Întrucît $X_L > X_C$, circuitul are caracter inductiv și totul se petrece ca și cum în circuit ar exista numai o bobină, cu inductanța echivalentă:

$$L_e = \frac{X}{\omega} = \frac{X_L - X_C}{\omega} = 2,4 \text{ mH. (} X \text{ este reactanța circuitului.)}$$



EXTINDERE ÎN FIZICĂ

2.9. CIRCUITUL PARALEL RLC ÎN CURENT ALTERNATIV

Circuitul conține un rezistor cu rezistența R , o bobină cu inductanța L și un condensator cu capacitatea C , toate legate în paralel (în derivație) la o sursă de tensiune alternativă $u = \sqrt{2} U \sin \omega t$ (fig. 2.21, a). Prin cele 3 ramuri ale circuitului se stabilesc curenți cu intensitățile:

$$i_R = \frac{\sqrt{2} U}{R} \sin \omega t, \quad i_L = \frac{\sqrt{2} U}{X_L} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right), \quad i_C = \frac{\sqrt{2} U}{X_C} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

Aplicînd teorema I a lui Kirchhoff, intensitatea totală, care în general nu va fi în fază cu tensiunea aplicată, are expresia $i = i_R + i_L + i_C$. Rezultă:

$$I \sin \left(\omega t + \varphi \right) = \frac{U}{R} \sin \omega t + \frac{U}{X_L} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) + \frac{U}{X_C} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (1)$$

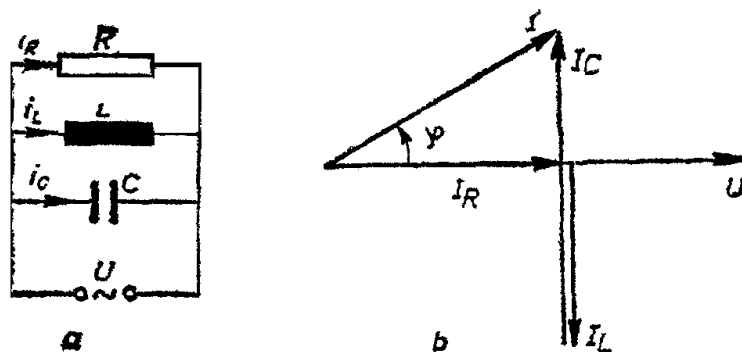


Fig. 2.21. Circuit RLC paralel:
a) schema circuitului; b) diagrama fazorială.

La momentele $t_1 = 0$ și $t_2 = \frac{\pi}{2\omega}$, relația (1) devine

$$I \sin \varphi = U \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right); \quad I \cos \varphi = \frac{U}{R}. \quad (2)$$

Raportul acestor ultime două relații permite obținerea tangentei defazajului φ dintre tensiune și intensitatea curentului total:

$$\operatorname{tg} \varphi = R \left(C\omega - \frac{1}{L\omega} \right).$$

Ridicînd relațiile (2) la pătrat și adunînd, se obține

$$I = U \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2}. \quad (3)$$

Formula $U = IZ$ care exprimă *legea lui Ohm* pentru circuitele de curent alternativ, permite stabilirea expresiei pentru impedanța circuitului RLC paralel. Astfel, din relația (3) rezultă

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2}}.$$

Folosind relația (1) se poate construi diagrama fazorială a circuitului RLC paralel, considerînd ca fază origine — faza tensiunii aplicate u (fig. 2.21,b).

2.9.1. Rezonanța circuitului paralel

Experiment. În montajul din figura 2.22 prin ridicarea sau coborîrea miezului M cu ajutorul șurubului S , se găsește poziția pentru care becul 1 se stinge sau luminează minim. Deplasarea miezului M în sus sau în jos, față de această poziție, face să scadă intensitatea luminii becului 2 sau a lui 3 și să crească intensitatea luminii becului 1.

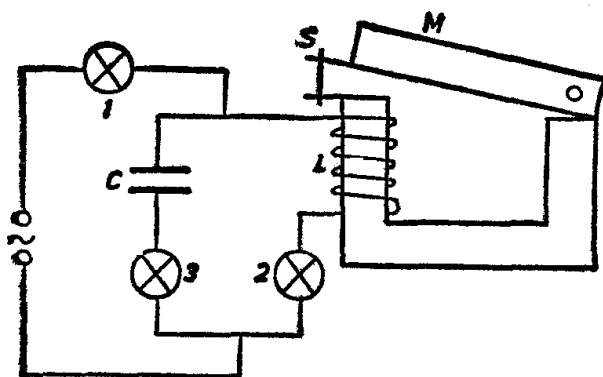


Fig. 2.22. Montaj pentru demonstrarea fenomenului de rezonanță în circuitul paralel.

Considerînd un circuit paralel LC (fig. 2.23,a), condiția de rezonanță $X_L = X_C$, impune anularea intensității curentului total:

$$I_{rez} = U \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right) = 0.$$

Deci impedanța circuitului la rezonanță tinde spre infinit*.

$$Z_{rez} = \frac{1}{\omega C - \frac{1}{\omega L}} \rightarrow \infty$$

pentru curenții care au frecvența corespunzătoare condiției $LC\omega^2 = 1$; de unde

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Deși intensitatea curentului total este zero la rezonanță, totuși în interiorul circuitului serie, format din bobină și condensator, oscilează un curent de intensitate

$$I' = U\omega C = \frac{U}{\omega L}.$$

Această situație este posibilă, deoarece curentul în bobină este totdeauna de sens contrar cu cel din ramura cu condensator (fig. 2.23, a și b).

Ridicarea miezului de fier M mai sus față de poziția pentru care se obține rezonanța paralel atrage modificarea reactanței ramurii L în sensul micșorării ei, $X_L < X_C$ și becul 2 va lumina mai intens decât becul 3. Invers, coborînd miezul de fier M, $X_C < X_L$ și becul 3 va lumina mai intens.

În ambele cazuri, intensitatea curentului total I fiind mai mare decât I_{rez} , becul 1 va lumina.

Aceste considerații explică observațiile care rezultă din experimentul ce demonstrează fenomenul de rezonanță paralel, numit și rezonanță de curent.

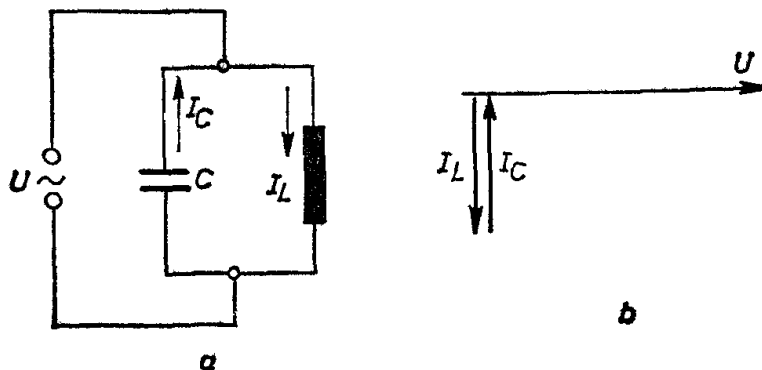


Fig. 2.23. Rezonanța circuitului paralel LC.

* În practică, ea devine foarte mare deoarece bobina prezintă și o rezistență activă.

2.10. PUTEREA ÎN CURENT ALTERNATIV MONOFAZAT

Se știe că în circuitele de curent continuu, puterea este dată de relația $P = UI$ și reprezintă energia disipată în unitatea de timp prin trecerea unui curent continuu de intensitate I printr-un circuit la capetele căruia este aplicată tensiunea continuă U .

Dacă tensiunea la bornele unui circuit de curent alternativ este $u = U_m \sin \omega t$, iar intensitatea curentului prin circuit $i = I_m \sin (\omega t - \varphi)$, puterea instantanee a circuitului este:

$$p = ui = U_m \sin \omega t \cdot I_m \sin (\omega t - \varphi),$$

unde φ este defazajul dintre u și i .

Folosind identitatea trigonometrică $\sin a \sin b = \frac{1}{2} \cos (a - b) - \cos (a + b)$,

puterea instantanee se mai poate scrie sub forma:

$$p = \underbrace{\frac{U_m I_m}{2} \cos \varphi}_{\text{componentă constantă}} - \underbrace{\frac{U_m I_m}{2} \cos (2\omega t - \varphi)}_{\text{componentă alternativă}}. \quad (1)$$

În figura 2.24 sînt redată curbele intensității curentului, tensiunii și puterii. Ordonatele punctelor curbei reprezentînd puterea instantanee dată de expresia (1), sînt obținute prin înmulțirea ordonatelor respective ale punctelor diagramelor intensității curentului și tensiunii. Se observă că puterea

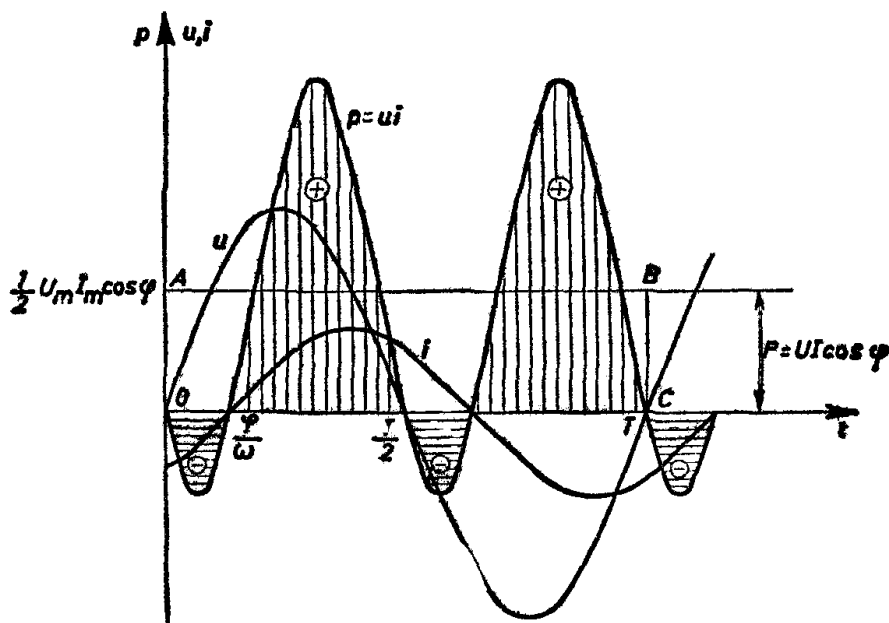


Fig. 2.24. Puterea instantanee și puterea medie într-un circuit de curent alternativ. Se observă că valorile medii pe o perioadă ale mărimilor u și i sînt nule. Valoarea medie p este însă diferită de zero deoarece produsul $p = ui$ a două mărimi oscilatorii armonice nu mai reprezintă o mărime oscilatorie armonică.

Instantanee poate să ia la momente diferite valori diferite, pozitive, negative sau nule.

Pentru a putea caracteriza un circuit în curent alternativ din punct de vedere al consumului mediu de energie în unitatea de timp, să căutăm să stabilim expresia puterii medii $\bar{p}$ corespunzătoare unei perioade a curentului alternativ.

Diagrama variației puterii instantanee cu timpul arată că, pentru o perioadă, suprafețele hașurate situate deasupra liniei $\frac{1}{2} U_m I_m \cos \varphi$ umplu locurile rămase libere între abscisă și această linie și anulează domeniile negative (hașurate, sub axa abscisă). Ca urmare, energia absorbită în circuitul de curent alternativ, corespunzătoare unei perioade T , va fi egală cu aria dreptunghiului OABC:

$$W = \frac{1}{2} U_m I_m \cos \varphi \cdot T.$$

De aceea, într-o perioadă, valoarea medie a puterii unui circuit de curent alternativ este egală cu componenta constantă a puterii instantanee $\bar{p}$ scrisă sub forma relației (1), adică

$$P = \bar{p} = \frac{1}{2} U_m I_m \cos \varphi = UI \cos \varphi.$$

Astfel, puterea medie sau puterea activă a circuitului de curent alternativ este egală cu produsul valorilor efective ale tensiunii și intensității curentului înmulțit cu cosinusul unghiului de defazaj

$$P = UI \cos \varphi.$$

Puterea activă se măsoară în wați. Ea se regăsește, în circuit, în căldură (raportată la timp) sau în putere mecanică.

Factorul $\cos \varphi$ se numește *factor de putere*.

Expresia (1) a puterii instantanee arată că aceasta oscilează cu pulsația 2ω , în jurul valorii ei medii, care este puterea activă P (fig. 2.24). În momentele din decursul unei perioade când puterea primită p este negativă (adică, în fapt este cedată sursei), energia câmpului electric al condensatoarelor sau a câmpului magnetic al bobinelor este parțial restituită sursei de alimentare.

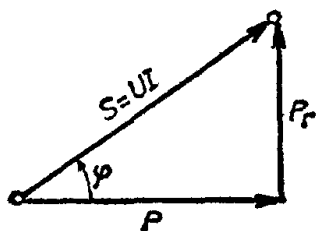


Fig. 2.25. Triunghiul puterilor.

Prin înmulțirea cu I a laturilor triunghiului tensiunilor (fig. 2.18,a) se obține triunghiul asemenea numit „triunghiul puterilor” (fig. 2.25). Cateta $P = U_R I = RI^2$ reprezintă puterea activă. Cum $U_R = U \cos \varphi$, rezultă $P = UI \cos \varphi$.

Produsul $S = UI$ se numește *putere aparentă* și reprezintă energia transferată în unitatea de timp circuitului de către sursa de alimentare. O parte

din ea reprezintă puterea activă P utilizată de consumator, iar cealaltă parte $P_r = U_X I = UI \sin \varphi$, numită *putere reactivă*, este necesară pentru producerea câmpului magnetic și a câmpului electric. Unitatea de măsură pentru puterea aparentă S este voltamperul (VA), iar pentru puterea reactivă P_r este volt-amperul-reactiv (var^*).

Între puterea aparentă, puterea activă și puterea reactivă există relațiile:

$$P^2 + P_r^2 = S^2; P_r = P \operatorname{tg} \varphi; P = S \cos \varphi; P_r = S \sin \varphi,$$

care se rețin ușor cu ajutorul triunghiului puterilor.

2.11. CIRCUITUL OSCILANT. PRODUCEREA OSCILAȚIILOR ELECTROMAGNETICE LIBERE

Descărcarea unui condensator printr-un circuit cu bobină și rezistor în serie cu condensatorul se poate face aperiodic sau periodic.

Experiment. Cu ajutorul montajului din figura 2.26 se poate studia descărcarea condensatorului. Condensatorul este încărcat de la sursa de tensiune continuă (baterie, redresor), apoi este conectat în circuitul de descărcare prin aducerea comutatorului K_1 în poziția 2 și comutatorului K_2 în poziția 1. Rezistența activă totală a circuitului este suma dintre rezistența rezistorului și rezistența sîrmei spirelor bobinei: $R_t = R + r$.

a) Dacă $R_t \geq 2 \sqrt{\frac{L}{C}}$ (1), curba variației în timp a tensiunii u_C la bornele condensatorului, după comutarea pe poziția 2, arată pe ecranul

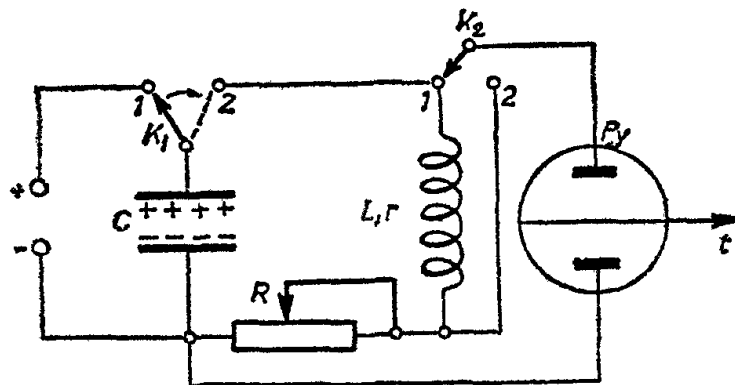


Fig. 2.26. Montaj pentru studiul descărcării condensatorului prin circuitul oscilant.

osciloscopului ca în figura 2.27. Descărcarea este aperiodică. Încărcînd și apoi descărcînd condensatorul cu osciloscopul conectat la bornele rezistorului (K_2 în poziția 2), se obține curba variației în timp a intensității curentului prin circuit, care este în fază cu tensiunea $u_R = Ri$ de la bornele rezistorului (fig. 2.27).

* Unitate adoptată internațional de Comisia Electrotehnică Internațională, în 1930, la propunerea academicianului român Constantin Budeanu (1886—1959).

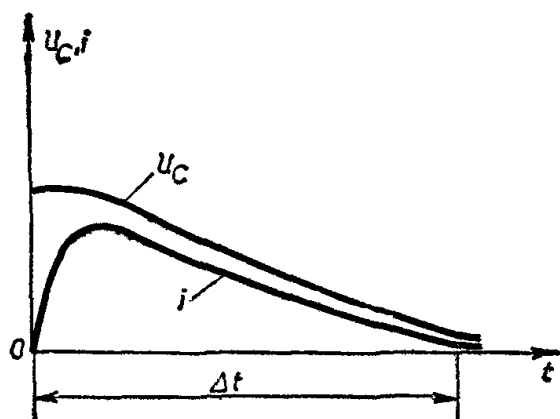
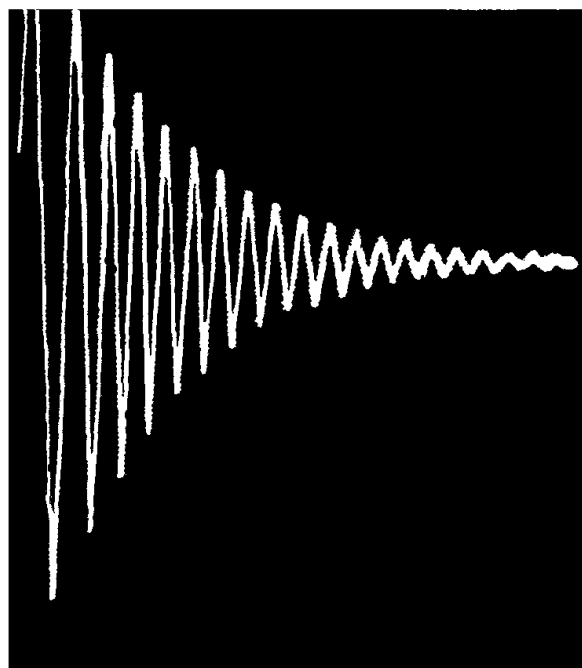
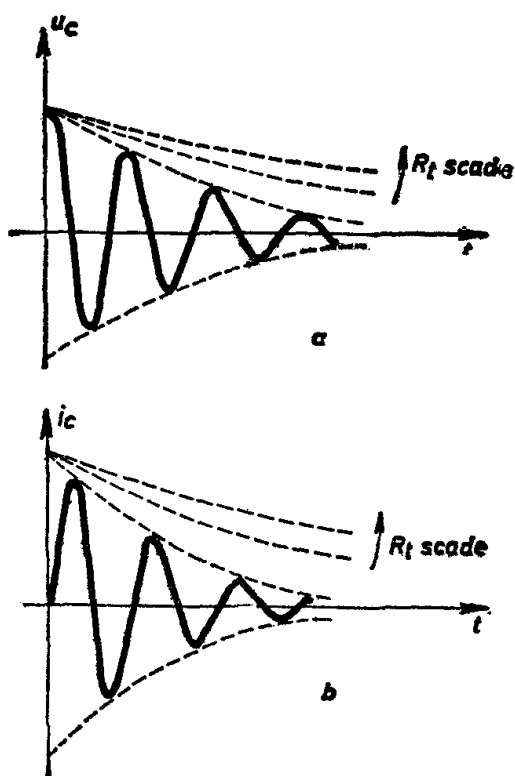


Fig. 2.27. Descărcarea aperiodică.

Intensitatea curentului prin circuit crește la început de la zero pînă la o anumită valoare maximă, pentru ca apoi să descrească continuu pînă la zero (fig. 2.27). În intervalul de timp Δt pentru care tensiunea u_C practic se anulează are loc transformarea energiei acumulate inițial în câmpul electric al condensatorului în căldură. T.e.m. de autoinducție care apare odată cu des-

creșterea intensității curentului de descărcare prin bobină este insuficientă pentru a produce încărcarea condensatorului în sens invers. După cum rezultă din relația (1), în descărcarea aperiodică $L < \frac{R_t^2 C}{4}$.

b) Dacă rezistența totală devine mai mică decît dublul impedanței caracteristice a circuitului, adică $R_t < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, descărcarea condensatorului este periodică. Tensiunea la bornele condensatorului u_C și intensitatea curentului i prin circuit păstrează caracteristica unei oscilații armonice amortizate în timp (fig. 2.28 a, b, c). Oscilațiile lui u_C și i se produc singure, fără acțiunea unei t.e.m. alternative sinusoidale exterioare, numai datorită excitației inițiale realizată prin încărcarea condensatorului. Oscilațiile de



c

Fig. 2.28. Oscilații amortizate.

acest fel se numesc *oscilații electromagnetice libere*; cu cât rezistența circuitului este mai mică cu atât amortizarea oscilațiilor este mai mică (fig. 2.28 *a, b*).

Circuitul închis format dintr-un condensator de capacitate C și o bobină de inductanță L și rezistență r în care se pot produce oscilații electromagnetice libere se numește *circuit oscilant*.

2.11.1. *Studiul calitativ al fenomenelor.* Procesul de descărcare a condensatorului și de producere a oscilațiilor în circuit poate fi urmărit pe graficul din figura 2.29 care arată variația tensiunii u_C la bornele condensatorului și a intensității curentului în bobină, rezistența sârmei bobinei fiind considerată neglijabilă. Circuitul oscilant este analog cu un pendul elastic. La momentul inițial $t = 0$, tensiunea u_C între armăturile condensatorului are valoarea maximă $u_C = U_m$, iar energia circuitului oscilant este egală cu energia câmpului electric dintre armăturile condensatorului. Sarcina de pe armături este $q_m = CU_m$ iar pendulul va avea o deformare maximă — y_m (fig. 2.29, *a*). Odată cu începerea descărcării, prin bobină circulă un curent care crește treptat în intensitate. T.e.m. de autoinducție care ia naștere

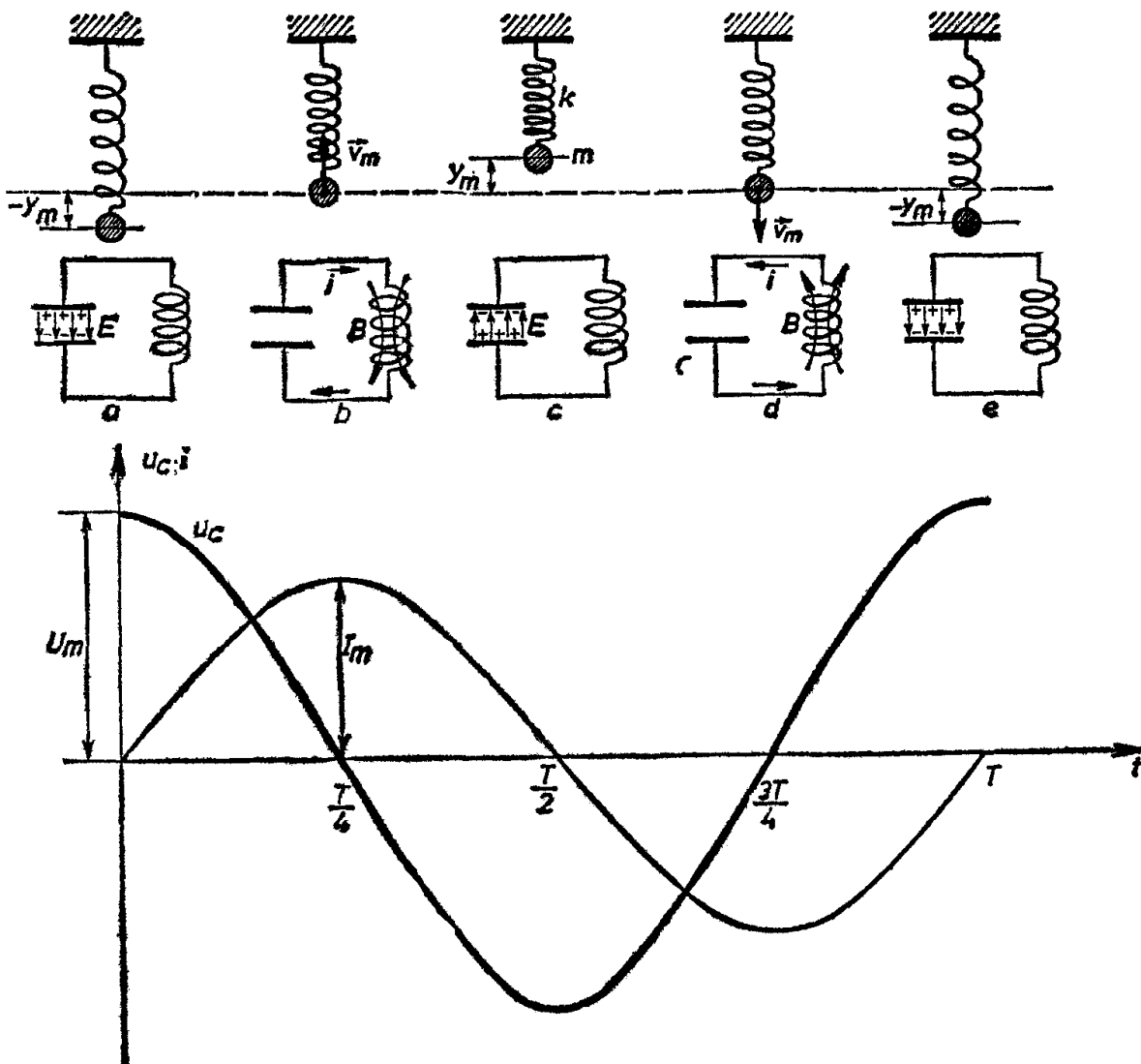


Fig. 2.29. Schimbul de energie între condensator și bobină.

în bobină împiedică o creștere rapidă a intensității curentului. Pe măsura creșterii intensității curentului, tensiunea u_C scade, deoarece un număr tot mai mare de electroni pleacă de la armătura încărcată negativ și același număr de electroni trec la armătura pozitivă, micșorându-i sarcina. Sensul mișcării electronilor este invers sensului curentului electric. La momentul $t = \frac{T}{4}$, condensatorul este complet descărcat, $u_C = 0$, intensitatea curentului este maximă $i = I_m$, iar energia circuitului, este egală cu energia câmpului magnetic din bobină $\frac{1}{2} L I_m^2$.

La același moment $\left(t = \frac{T}{4}\right)$ energia pendulului elastic este egală cu energia cinetică $\frac{1}{2} m v_m^2$ (fig. 2.29, b). (Vezi și graficul din fig. 1.20).

În intervalul $\left(\frac{T}{4}, \frac{T}{2}\right)$ energia cinetică a pendulului se transformă în energie potențială. Viteza bilei variază repede când $v \rightarrow 0$ și în același timp accelerația $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ crește, deci și forța de inerție $m \frac{\Delta v}{\Delta t}$ crește. Această forță de inerție deformează puternic resortul, deviația fiind maximă dar în sens opus celei de la $t = 0$, adică egală cu $+y_m$. Analog, în circuitul electric oscilant, curentul după ce a ajuns la valoarea maximă a intensității scade tinzând către zero. Dar la acest moment $\left(t = \frac{T}{4}\right)$ viteza de variație a intensității curentului $\frac{\Delta i}{\Delta t}$ este maximă, deci și t.e.m. de autoinducție $-L \frac{\Delta i}{\Delta t}$, care are același sens cu curentul. În intervalul de timp $\left(\frac{T}{4}, \frac{T}{2}\right)$ bobina lucrează ca un generator și încarcă condensatorul în sens invers, la $t = \frac{T}{2}$ tensiunea atinge valoarea extremă negativă $u_C = -U_m$ (fig. 2.29, c). În continuare, fenomenele se succed în aceeași ordine ca în intervalul $\left(0, \frac{T}{2}\right)$ dar în sens contrar. Începînd din momentul $t = \frac{T}{2}$ condensatorul se descarcă, trecînd din starea (c) în starea (d), tensiunea u_C scade, intensitatea curentului crește. În orice moment din intervalul $\left(\frac{T}{2}, \frac{3T}{4}\right)$ energia circuitului oscilant este egală cu suma dintre energia câmpului electric și cea a câmpului magnetic. La $t = \frac{3T}{4}$ curentul va avea aceeași intensitate maximă dar de sens contrar, $i = -I_m$, întocmai ca și bila care atinge viteza maximă v_m ; energia circuitului oscilant este egală cu cea a câmpului magnetic din bobină: $\frac{1}{2} L I_m^2$ (fig. 2.29, d). Urmează apoi, în intervalul $\left(\frac{3T}{4}, T\right)$

reîncărcarea condensatorului de către t.e.m. autoindusă în bobină și se ajunge la situația inițială a condensatorului încărcat, $u_C = U_m$, iar deformarea pendulului elastic corespunde deviației maxime $-y_m$. Ambele sisteme oscilante au ajuns în starea inițială după o oscilație. Apoi oscilația reîncepe.

Graficele din figura 2.29 arată că maximum intensității curentului (sau a energiei câmpului magnetic) coincide în timp cu anularea tensiunii (sau a energiei câmpului electric) și invers, adică defazajul dintre tensiune și intensitatea curentului este egal cu un sfert de perioadă sau cu $\frac{\pi}{2}$ radiani. În primul și al treilea sfert de perioadă, condensatorul are rolul unui generator de energie electrică, iar bobina are rolul unui receptor de energie; în al doilea și al patrulea sfert de perioadă, bobina se comportă ca un generator, din cauza apariției t.e.m. de autoinducție, care se opune scăderii intensității curentului. Bobina cedează energie din câmpul său magnetic condensatorului, care are acum rolul unui receptor de energie.

Analogia pendul elastic — circuit oscilant, oferă posibilitatea stabilirii următoarei corespondențe între mărimile ce le caracterizează:

Mărimile mecanice	Mărimile electrice
Elongația y	Sarcina q
Viteza $v = \frac{\Delta y}{\Delta t}$	Intensitatea curentului $i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$
Constanta elastică k	Înversa capacității $\frac{1}{C}$
Masa m	Inductanța L
Accelerația $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	Viteza de variație a intensității curentului $\frac{\Delta i}{\Delta t}$

Corespondența poate continua:

Legea transformării și conservării energiei pentru cele două sisteme analogic studiate, pendulul elastic și circuitul oscilant, are expresiile

$$\frac{1}{2}ky^2 + \frac{1}{2}mv^2 = W_{mec} = \text{const.}$$

și respectiv

$$\frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2 = W_{el} = \text{const.}$$

2.11.2. Perioada oscilațiilor electromagnetice libere. Oscilațiile electromagnetice dintr-un circuit oscilant sînt libere. Procesul oscilator se produce singur, datorită numai sarcinii electrice inițiale q_m a condensatorului.

De aceea oscilațiile se produc cu o perioadă proprie T_0 care depinde numai de valorile capacității C și inductanței L a circuitului oscilant.

Pentru a găsi relația dintre perioada de oscilație T_0 , capacitatea C și inductanța L ale unui circuit ideal, fără pierderi, se pleacă de la ecuația tensiunilor (scrisă sub forma de la pag. 69) pentru un circuit RLC în curent alternativ, unde $U = 0$ și $R \approx 0$, bornele la care se aplică t.e.m. fiind în scurt circuit.

Se obține $I\omega_0 L = \frac{I}{\omega_0 C}$, adică tensiunea la bornele bobinei este egală cu tensiunea dintre armăturile condensatorului și intensitatea efectivă a curentului prin bobină și prin condensator va fi aceeași, deoarece pentru curentul oscilațiilor libere ale electronilor de conducție, circuitul oscilant se prezintă ca un simplu circuit serie. Împărțind cu I se obține

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}.$$

În circuitul oscilant, reactanța inductivă X_L este întotdeauna egală cu reactanța capacitivă X_C .

În circuit se produc numai oscilații a căror pulsație este

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Perioada acestor oscilații proprii ale circuitului oscilant va fi

$$T_0 = 2\pi \sqrt{LC} \quad (\text{Formula lui Thomson})$$

$\downarrow$
s

$\downarrow \quad \downarrow$
H F

T_0 se mai numește perioada proprie a circuitului oscilant.

Am regăsit formula lui Thomson, întâlnită la circuitele serie în fenomenul de rezonanță, când pulsația tensiunii alternative aplicate circuitului serie era egală cu pulsația proprie $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Prin urmare, perioada proprie a oscilațiilor electromagnetice produse în circuitul oscilant depinde de valorile capacității și inductanței din circuit și nu depinde de alte elemente caracteristice oscilațiilor și circuitului.

O observație fundamentală: în cele spuse pînă acum nu s-a examinat rolul rezistenței circuitului oscilant nici rolul frecării din sistemul mecanic. Datorită rezistenței sîrmei bobinei și conexiunilor, în circuitul oscilant real are loc o pierdere de energie sub formă de căldură, care se transferă sistemelor înconjurătoare. La fel se întîmplă și în cazul sistemului mecanic. Sistemul se încălzește în timpul oscilațiilor datorită frecărilor. Amplitudinea inițială scade deoarece scade energia oscilatorului prin disipare. Tot așa scade și amplitudinea lui u_c și i după fiecare oscilație. **Mișcarea oscilatorie liberă, fie electromagnetică, fie mecanică este în realitate o mișcare amortizată.**

2.12. PRODUCEREA CURENTULUI ALTERNATIV MONOFAZAT. ALTERNATORUL

2.12.1. Principiul generatorului de curent alternativ monofazat (alternatorul). La bornele unei bobine fixe în fața căreia se rotește un magnet ia naștere o tensiune electromotoare alternativă, cum s-a arătat la §. 2.1. La o rotație completă a magnetului curentul alternativ indus în bobină efectuează o oscilație. Oscilația poate fi pusă în evidență cu ajutorul unui ampermetru de curent continuu, cu ac indicator la mijlocul scalei, conectat la bornele bobinei. Rotim bobina cu o viteză de rotație (fig. 2.4) uniformă pornind dintr-o poziție în care magnetul este orientat în lungul axului bobinei. În decursul unei rotații complete a magnetului, acul ampermetrului va devia spre una din extremitățile scalei indicând un maxim, apoi trece prin zero deviind spre cealaltă extremă a scalei și după ce indică un maxim (egal ca valoare cu primul) revine la zero.

Funcționarea alternatorului se bazează pe inducția electromagnetică produsă într-o bobină aflată într-un câmp magnetic rotitor.

2.12.2. Construcția și funcționarea alternatorului. Ca orice mașină electrică rotativă, generatorul de curent alternativ numit alternator are două părți principale: una din ele produce câmpul magnetic inductor și se numește *inductor*, iar cealaltă se numește *indus*. Acesta este format din bobine cu miez feromagnetic, în care se induc t.e.m. alternative.

La alternator, indusul fiind fix se mai numește stator, inductorul fiind partea care se rotește, se numește rotor.

Statorul este alcătuit dintr-o carcasă cilindrică în interiorul căreia se află o armătură realizată din tole de material feromagnetic (oțel electrotehnic). Armătura poartă bobinajele, legate în serie și bobinate alternativ când într-un sens când în altul, așa cum arată figura 2.30. În interiorul armăturii cilindrice a statorului se află dispus coaxial rotorul format din electromagneți în număr par, egal cu numărul bobinelor din stator. Miezul electromagneților este realizat tot din tole de oțel electrotehnic. Polii electromagneților alternează (fig. 2.30, a). Inductorul este alimentat cu un curent continuu, numit curent de excitație, produs de un mic generator de c.c. (excitatoarea), al cărui indus se află pe axul alternatorului.

De la excitatoare curentul ajunge în circuitul inductorului prin două perii din cărbune P_1 și P_2 care lunecă pe două inele de aramă I_1 și I_2 de care sînt fixate capetele circuitului inductor.

Trecerea succesivă a polilor de pe rotor prin fața bobinelor statorului, alternat bobinate și legate în serie face să apară în circuitul indusului, o t.e.m. alternativă. Intervalul de timp în care perechile de poli trec concomitent prin fața cîte unei bobine a statorului determină perioada t.e.m. alternative. Notăm cu n turația în rot/min a motorului care pune în rotație inductorul și cu p numărul de perechi de poli. Cum în fiecare rotație

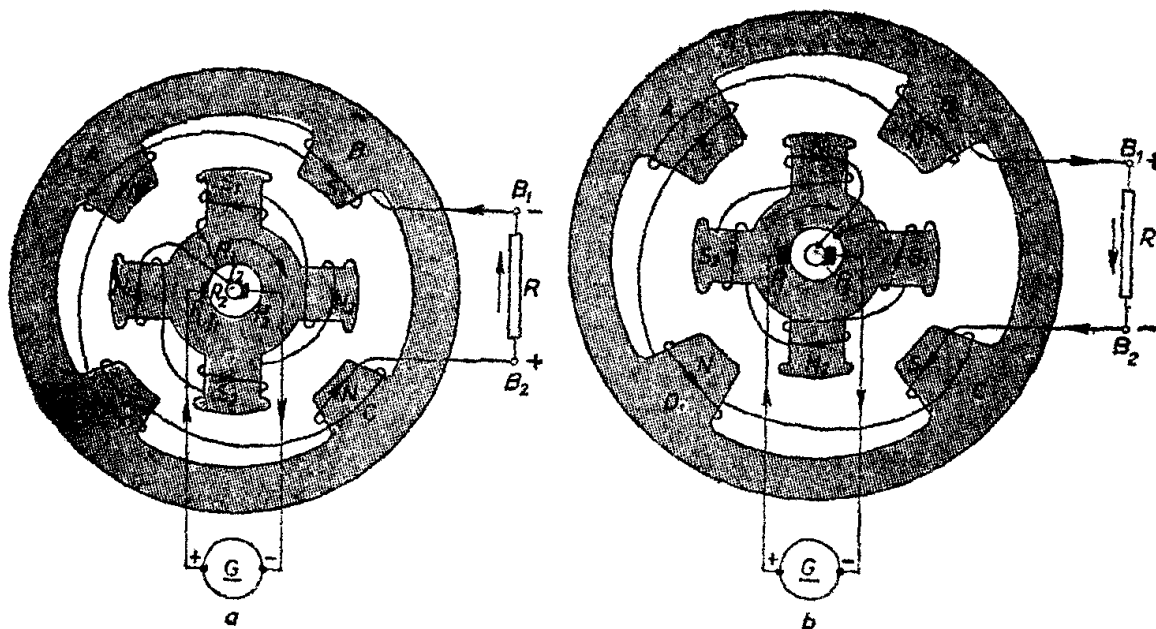


Fig. 2.30. Alternatorul monofazat.

prin dreptul unei bobine a statorului trec p perechi de poli, iar într-o secundă $p = \frac{n}{60}$ perechi de poli, rezultă că în acest interval de timp se produc $p = \frac{n}{60}$ oscilații ale t.e.m. alternative. Deci, frecvența t.e.m. alternative a unui generator de tipul alternatorului este $\nu = \frac{pn}{60}$ (Hz.)

Exemplu: pentru ca frecvența t.e.m. a unui alternator cu patru perechi de poli să fie de 50 Hz, turația motorului de antrenare trebuie să fie 750 rot/min.

Principiul de funcționare al alternatorului poate fi urmărit în figura 2.30 *a, b*). Prin rotirea inductorului, polii săi creează fluxuri variabile sinusoidal prin bobinele statorului, în care induc tensiuni electromotoare. În figura 2.30, *a*, polul nord N_1 se apropie de bobina *A*, polul sud S_1 se apropie de bobina *B*, N_2 de *C* și S_2 de *D*. Fluxul magnetic prin bobinele statorului crește. Sensul t.e.m. induse face borna 2 pozitivă și borna 1 negativă. Sensul curentului prin circuitul indusului și sarcina rezistivă este indicat în figură prin săgeți. T.e.m. indusă este nulă când polii trec exact prin fața bobinelor *ABCD*, deoarece fluxul prin acestea este maxim, iar viteza de variație a fluxului este nulă. În figura 2.30, *b*, polii au depășit poziția de flux maxim, t.e.m. indusă este de sens contrar, borna 1 devine pozitivă, borna 2 negativă, sensul curentului fiind contrar celui din figura precedentă. Astfel ia naștere la bornele 1 și 2 ale alternatorului o tensiune alternativă care poate fi trecută direct pe circuitul de utilizare.

După tipul de motor care pune în rotație inductorul, alternatoarele se pot numi termogeneratoare (motor cu turbină cu aburi), hidrogeneratoare (turbină hidraulică drept motor) sau generatoare Diesel (motor Diesel).

2.13. SISTEMUL TRIFAZAT

Se numește sistem trifazat simetric, sistemul compus din 3 circuite electrice generatoare de curent alternativ, de aceeași frecvență, ale căror t.e.m. au valori efective egale și diferențe relative de fază egale între ele cu $\frac{2\pi}{3}$ radiani (sau $\frac{2\pi}{3\omega}$ secunde).

În majoritatea cazurilor sistemele trifazate sînt simetrice, de aceea se folosește pentru acest tip de sistem denumirea scurtă de sistem trifazat.

Cele trei surse independente de curent alternativ, se obțin prin modificarea alternatorului monofazat: pentru p perechi de poli ai rotorului se introduc p perechi de bobine pe stator. În figura 2.31 care explică principiul de funcționare a alternatorului trifazat, pentru cei doi poli ai rotorului, sînt 3 grupe a câte 2 bobine legate în serie și bobinate alternat. Fiecare grup constituie un circuit independent generator de curent alternativ, decalat spațial cu $\frac{2\pi}{3}$ radiani de celelalte două circuite. Deci t.e.m. nu trec simultan prin valorile maxime. T.e.m. indusă ajunge la valoarea maximă mai întîi în înfășurarea AX (fig. 2.31), apoi în BY , după ce inductorul s-a rotit cu un unghi de $\frac{2\pi}{3}$ rad. T.e.m. indusă în înfășurarea CZ va fi defazată în urmă cu $\frac{2\pi}{3}$ față de cea din BY și în urmă cu $\frac{4\pi}{3}$ față de t.e.m. din înfășurarea AX .

Bornele A, B și C ale înfășurărilor generatorului trifazat sînt numite începutul înfășurărilor, iar bornele X, Y, Z sfîrșitul lor (fig. 2.31).

Se consideră sens pozitiv al t.e.m., în înfășurările generatorului, sensul de la sfîrșitul înfășurării către începutul ei.

În vocabularul specific al electrotehnicii, înfășurările statorice ale alternatorului trifazat se numesc, pe scurt, *faze*. Fixînd ca origine a timpului, momentul cînd t.e.m. din faza AX

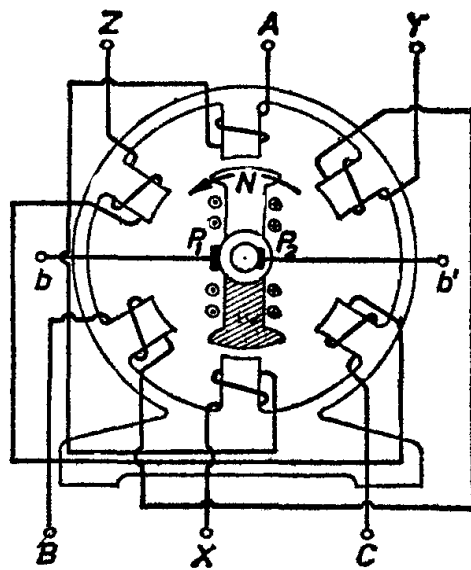


Fig. 2.31. Schema alternatorului trifazat. Rotorul inductor este alimentat cu curent continuu la bornele bb' .

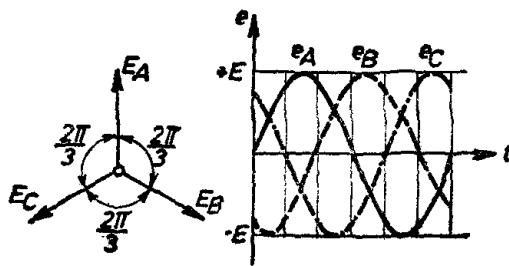


Fig. 2.32. Diagrama fazorială a t.e.m. a generatorului trifazat.

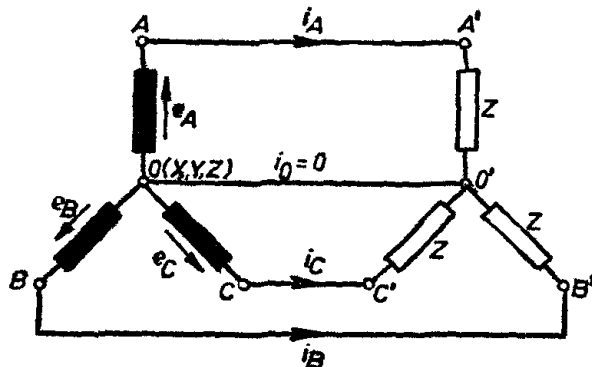


Fig. 2.33. Montaj în stea generator-consumator, cu fir de nul.

trece prin zero, t.e.m. pentru sistemul trifazat se exprimă prin ecuațiile $e_A = \sqrt{2}E \sin \omega t$, $e_B = \sqrt{2}E \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$, $e_C = \sqrt{2}E \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) = \sqrt{2}E \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right)$. În figura 2.32 sînt reprezentate curbele acestor t.e.m. și diagrama lor fazorială.

Cele 3 faze pot fi legate independent, fiecare, la cîte un circuit de utilizare (consumator), sau pot fi interconectate între ele. Interconectarea fazelor și consumatorilor duce la importante economii de cupru (sau aluminu) la liniile de transfer al energiei.

Interconectarea fazelor se poate realiza în stea (fig. 2.33) sau în triunghi (fig. 2.34).

2.13.1. Montaj în stea (Y). În acest montaj, sfîrșitul fazelor X, Y, Z se leagă într-un singur punct, numit *punct nul* sau *neutru* (fig. 2.33). Generatorul trifazic se leagă cu receptorii de energie prin 3 sau 4 conductori. Trei dintre ei, denumiți *conductori de linie*, se leagă la bornele A, B, C , iar al patrulea (cel neutru) se leagă la nul. Dacă cei trei receptori sînt identici, sistemul trifazat este *echilibrat*. În acest caz, valorile maxime ale intensității curenților pe linie sînt egale și după cum se observă în figura 2.35, suma fazorilor lor este nulă. Pentru sistemul trifazat echilibrat conductorul de nul poate lipsi. Denumirea de conductor de nul provine din faptul că borna de nul a generatorului se leagă, de cele mai multe ori, la pămînt.

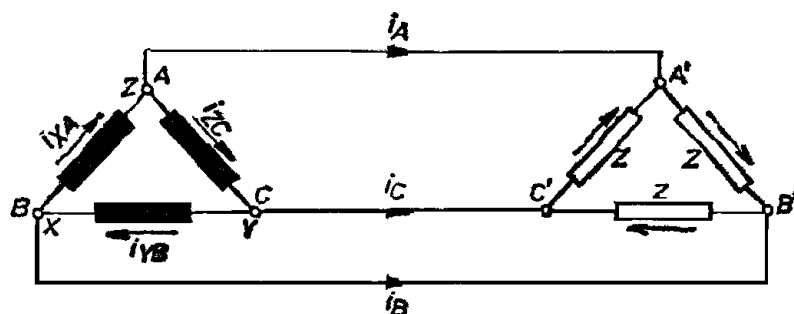


Fig. 2.34. Montaj în triunghi.

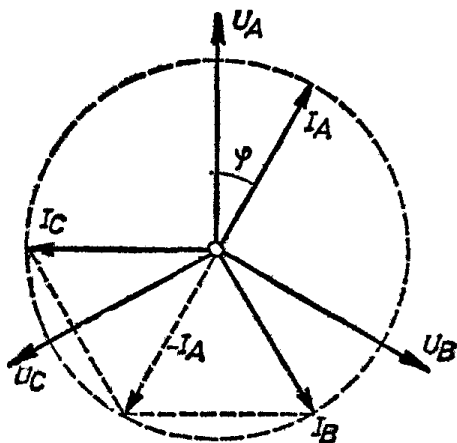


Fig. 2.35. Diagrama fazorială a tensiunilor și intensităților curenților pentru sistemul trifazat echilibrat.

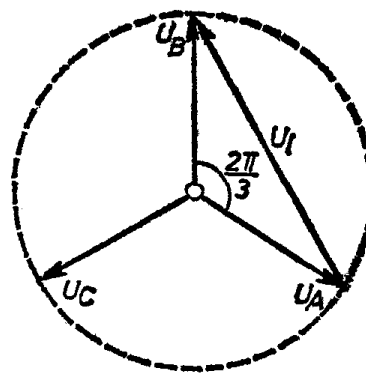


Fig. 2.36 Tensiunea de linie.

Tensiunile dintre începutul fazelor A, B, C și punctul de nul se numesc *tensiuni pe fază* u_f . Valorile tensiunilor pe cele trei faze sînt egale: $u_{AX} = u_{BY} = u_{CZ} = u_f$. Tensiunile între conductorii de linie se numesc *tensiuni de linie* u_l . Din figura 2.33 se observă: $u_l = u_{AB} = u_{AX} + u_{YB} = u_{AX} - u_{BY} = U_f \sqrt{2} \sin \omega t - U_f \sqrt{2} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$. Din figura 2.36 se observă că $U_l^2 = U_f^2 + U_f^2 - 2U_f^2 \cos \frac{2\pi}{3} = 2U_f^2 + 2U_f^2 \cos \frac{\pi}{3} = 3U_f^2$, adică $U_l = \sqrt{3} U_f$. Intensitatea de linie I_l este egală cu intensitatea pe fază I_f (fig. 2.33). Deci, pentru rețeaua trifazată în stea:

$$U_l = \sqrt{3} U_f$$

$$I_l = I_f$$

Sistemul trifazat în stea cu conductor de nul se folosește mai ales în iluminatul interior, care constituie o rețea trifazică neechilibrată (fig. 2.37).

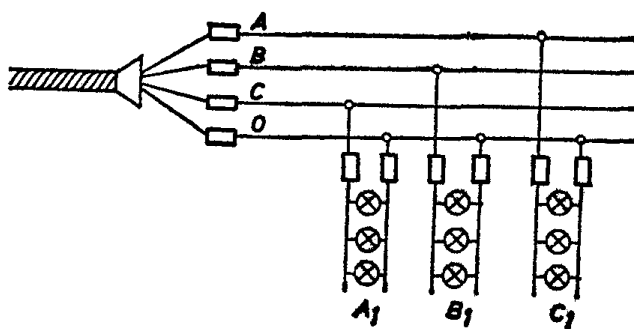


Fig. 2.37. Rețea trifazică cu fir de nul pentru iluminatul interior.

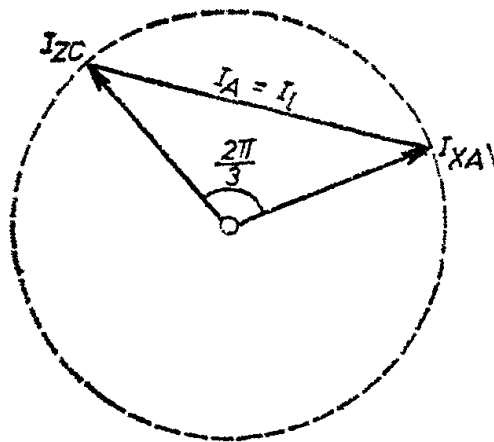


Fig. 2.38. Intensitatea curentului de linie I_l .

2.13. Montaj în triunghi (Δ). Pentru acest montaj se leagă borna care reprezintă sfârșitul unei faze cu borna începutului fazei următoare, adică X cu B , Y cu C și Z cu A (fig. 2.34). Numărul conductorilor de legătură se reduce la 3. Pe figura 2.34 se observă că tensiunea pe linie este egală cu tensiunea pe fază $U_l = U_f$. Potrivit teoremei I a lui Kirchhoff, la unul din nodurile montajului în triunghi, intensitatea curentului de linie este egală cu suma algebrică a intensităților a doi curenți pe fază:

$$i_l = i_{BA} - i_{AG} = i_{XA} - i_{ZG} = I_f \sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi) - I_f \sqrt{2} \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{2\pi}{3}\right).$$

Din figura 2.38 rezultă $I_l = \sqrt{3} I_f$.

La montajul în triunghi tensiunea de linie este egală cu tensiunea pe fază $U_l = U_f$, iar intensitatea curentului de linie este egal cu intensitatea curentului de fază, înmulțit cu $\sqrt{3}$:

$$U_l = U_f$$

$$I_l = \sqrt{3} I_f$$

2.13.3. Puterea în curent trifazat se exprimă prin tensiunea și intensitatea de linie, singurele mărimi care sînt întotdeauna accesibile măsurării la consumator. Fiind 3 surse, de tensiuni pe fază U_f și de intensități de fază I_f , puterea generatorului trifazat în cazul rețelei echilibrate este $P = 3 U_f I_f \cos \varphi$, unde φ este defazajul dintre tensiune și intensitate. Pentru a exprima puterea sistemului trifazat prin tensiunea de linie și intensitatea curentului de linie, observăm că oricum ar fi legate fazele generatorului, în Y sau Δ , avem $U_f I_f = U_l I_l / \sqrt{3}$ și deci

$$P = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi.$$

2.14. CONDUCTORI. IZOLATORI. SEMICONDUCTORI

Din punct de vedere al proprietății corpurilor solide de a fi străbătute de curent electric sub acțiunea unei tensiuni electrice continue aplicate din exterior, acestea se împart în trei mari categorii: conductori (metalele), semiconductori și izolatori.

În unele corpuri solide atomii alcătuiesc anumite figuri geometrice spațiale: cub, tetraedru, prismă etc. Se spune că atomii formează o rețea cristalină. Deoarece la metale electronii de valență ai atomilor sînt foarte slab legați de atomi, legăturile lor de menținere în cadrul atomilor sînt rupte și ei se deplasează liber. Așadar, în nodurile rețelei metalului se găsesc ioni pozitivi, printre care se mișcă *electronii liberi*, ce formează așa-numitul gaz electronic, denumire care provine din compararea comportării lor cu cea a moleculelor unui gaz. Se spune că electronii liberi interacționează cu ionii atomici pozitivi din nodurile rețelei realizînd „cimentarea” rețelei prin *legături metalice*. Concentrația electronilor liberi în metale este de ordinul 10^{28} pe metru cub, *concentrație care nu depinde de temperatură*. Rezistența electrică a metalelor este determinată de frecvența ciocnirilor electronilor liberi cu ionii pozitivi din nodurile rețelei, ioni care se găsesc într-o permanentă vibrație în jurul unei poziții medii de echilibru. Cu creșterea temperaturii amplitudinea vibrațiilor, crește, ceea ce frînează mișcarea de ansamblu a electronilor liberi sub acțiunea unui cîmp electric exterior: *rezistența electrică a metalelor crește cu temperatura*.

Dacă metalele au o conductivitate foarte mare, $\sigma_m \in [10^6, 10^8] \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$, ea este extrem de mică pentru izolatori, $\sigma_i \in [10^{-12}, 10^{-20}] \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$. Electronii de valență ai atomilor care formează izolatorii sînt foarte puternic legați de atomi. **Izolatorii nu conduc curentul electric deoarece în interiorul lor nu există purtători de sarcini electrice liberi.** Exemple de izolatori: mica, materialele plastice folosite în electrotehnică etc.

Semiconductorii sînt corpuri solide cu conductivitatea $\sigma_s \in [10^4, 10^{-8}] \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ cuprinsă între cea a metalelor și cea a izolatorilor. Ea crește puternic cu temperatura (fig. 2.39).

În categoria semiconductorilor se află o mare varietate de substanțe: oxizi, sulfuri și unele elemente chimice: germaniul, siliciul etc.

Cele mai folosite substanțe cu proprietăți semiconductoare, datorită multiplelor aplicații în tehnica dispozitivelor electronice sînt germaniul și siliciul, elemente din grupa a IV-a a tabelului periodic.

În semiconductori, electronii de valență sînt mai slab legați de atomi decît cei ai izolatorilor. Legăturile lor pot fi rupte dacă li se transmite suficientă energie și astfel devin electroni liberi. Energia minimă ΔW necesară pentru trecerea electronilor din starea de electroni legați de atomi în starea de electroni liberi se numește *energie de activare*. Energia de activare pentru semiconductori este cuprinsă în intervalul $0,1 - 2 \text{ eV}^*$ și

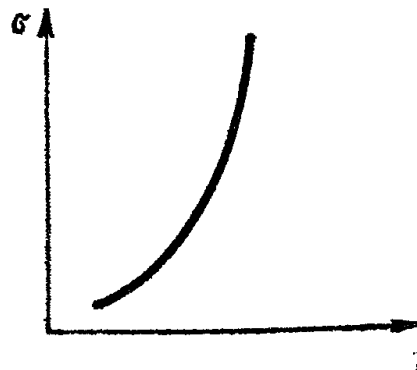


Fig. 2.39. Variația conductivității semiconductorilor cu temperatura

* Energia unei particule este dată de obicei în electroni volți (eV), care reprezintă variația energiei unui electron care străbate o diferență de potențial acceleratoare egală cu un volt.

este o mărime caracteristică fiecărui semiconductor în parte: pentru germaniu $\Delta W = 0,72$ eV, pentru siliciu $\Delta W = 1,1$ eV etc. Pentru metale $\Delta W < 0,1$ eV, iar pentru izolatori $\Delta W = 3 - 10$ eV. Având valori mici, energia de activare poate fi transmisă electronilor de valență din semiconductor din energia de agitație termică a rețelei proprii și, de aceea, spre deosebire de metale, cu creșterea temperaturii semiconductorului crește numărul electronilor ce devin liberi. La siliciul pur, de exemplu, concentrația electronilor liberi crește de la 10^{17} pe m^3 , la temperatura camerei, la 10^{24} pe m^3 la $700^\circ C$.

Energia de activare la metale fiind foarte mică, la orice temperatură numărul de purtători este același; la izolatori fiind foarte mare, prin încălzire practic nu apar purtători liberi.

2.15. PURTĂTORII DE SARCINĂ ÎN SEMICONDUCTORI. SEMICONDUCTORI INTRINSECI

Specific la semiconductori este faptul că la conducție participă nu numai electronii liberi, ci și electronii de valență care au rămas legați de atomii din rețea. Pentru înțelegerea fenomenului conductibilității electrice la semiconductori, să analizăm comportarea electronilor dintr-un cristal de germaniu. Atomul de germaniu are 4 electroni de valență. În rețeaua cristalului de germaniu fiecare atom este echidistant înconjurat de 4 atomi. Fiecare electron de valență al unui atom formează o pereche cu un electron de valență din atomul vecin, ei devenind comuni ambilor atomi. Un asemenea tip de legătură între atomi, prin punerea în comun a electronilor de valență între atomi vecini, se numește legătură covalentă. În figura 2.40, *a* este reprezentat modelul în plan al legăturilor covalente dintre atomii de germaniu, iar în figura 2.40, *b*, modelul spațial al legăturilor unui atom de germaniu. Această stare a legăturilor corespunde la temperaturi foarte scăzute, când cristalul de germaniu se comportă ca un izolant aproape perfect. La

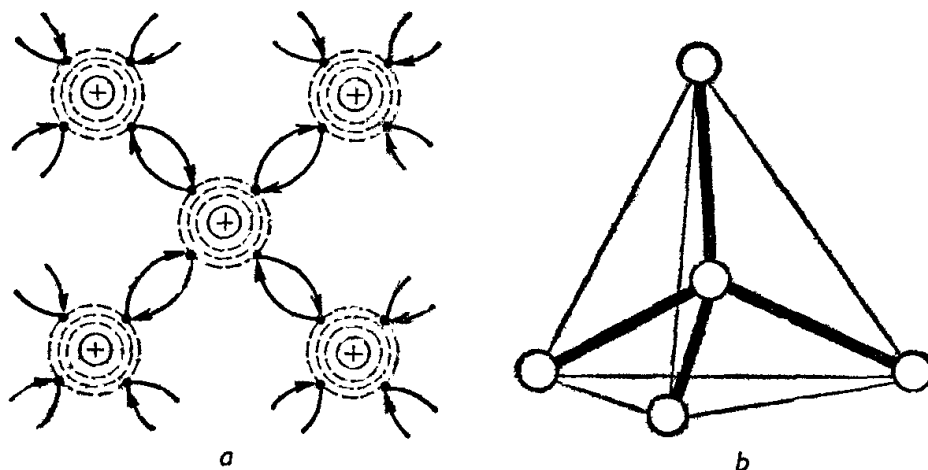


Fig. 2.40. *a*) Legăturile covalente în cristalul de germaniu pur
b) modelul spațial al legăturilor unui atom de germaniu.

temperaturi mai ridicate, datorită agitației termice, o parte din electronii care asigură legături covalente pot fi eliberați, primind energie egală cu energia de activare și devin electroni liberi. Acești electroni eliberați din atomi neutri lasă în locurile pe care le părăsesc „goluri”, legături nesatisfăcute. Sub acțiunea unui câmp electric exterior, electronii unor legături covalente de la atomii vecini pot să umple aceste „goluri”, lăsând alte goluri în legătura covalentă la atomii de la care au plecat. După ce a apărut deci un „gol”, un electron al unei legături covalente al unui atom vecin îl umple, lăsând în urma lui un alt gol. Prin urmare, are loc o deplasare a electronului legat (de valență) într-un sens și a golului în sens contrar. Astfel, golurile se comportă ca niște particule cu sarcină pozitivă care se deplasează prin cristal și contribuie ca și electronii liberi, la conducția curentului electric.

În semiconductori participă la conducție două feluri de purtători de sarcină: electronii (negativi) și golurile (pozitive).

În semiconductorii puri electronii liberi și golurile apar perechi, numărul electronilor N_n este egal cu al golurilor N_p și conducția se numește *intrinsecă*, iar semiconductorii cu acest tip de conducție se numesc *intrinseci*.

2.16. SEMICONDUCTORI CU IMPURITĂȚI

Tipul conducției electrice într-un semiconductor mai poate fi determinat de prezența și de natura atomilor străini (numiți impurități) aflați în rețeaua lui cristalină. Procesul de impurificare a unui semiconductor se numește *dopare*.

a) Dacă, în cristalul de germaniu, se introduc atomi pentavalenți de arseniu — spre exemplu — numai 4 din cei 5 electroni de valență se leagă covalent cu atomii vecini de germaniu, iar al cincilea se desprinde de atomul de impuritate și devine liber (fig. 2.41). Electronul cedat nu lasă în locul lui un gol de legătură; atomul de As devine ion pozitiv. Impuritățile pentavalente creează deci, în rețeaua cristalină de germaniu, un singur fel de purtători mobili de sarcină: electroni. Impuritățile care permit astfel de cedări de electroni liberi se numesc *donori*, iar semiconductorul cu atomi de impuritate donori se numește *semiconductor extrinsec de tip n (negativ)*.

În semiconductorul extrinsec de tip *n*, N_n reprezintă numărul total de electroni liberi proveniți atât de la atomii de impuritate, cât și datorită agitației termice a rețelei, care generează perechi electron — gol. În acest caz $N_n \gg N_p$ și semiconductorul are

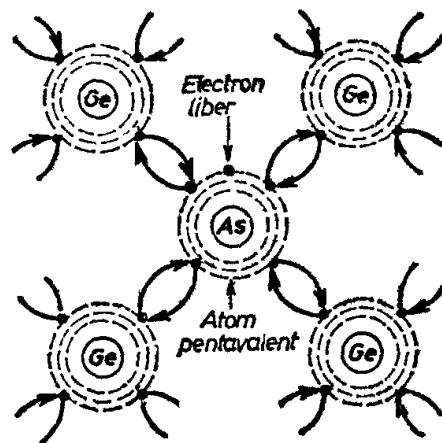


Fig. 2.41. Legăturile covalente în cristalul de germaniu, în care un atom de germaniu a fost înlocuit cu un atom de impuritate pentavalentă (arseniu).

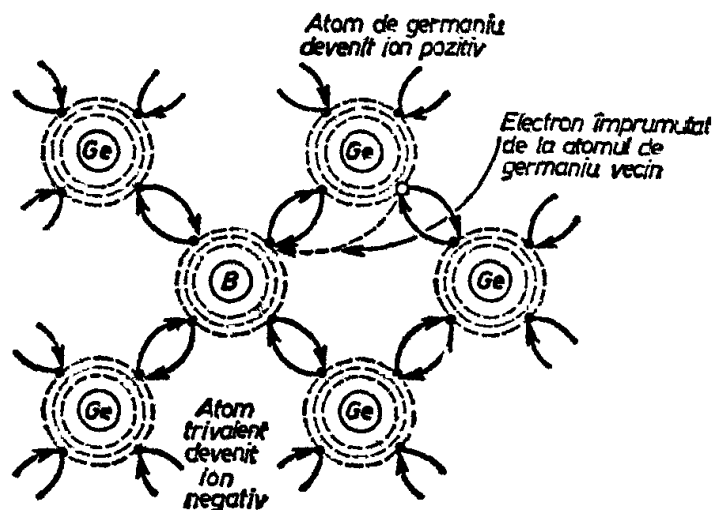


Fig. 2.42. Principiul de formare a golurilor în cristalul de germaniu.

conductivitatea electrică mult mai mare decât conductivitatea aceleiași semiconductor în stare pură. Deoarece conducția în acest caz se face în principal cu electroni, ea se numește *conducție de tip n*. În semiconductorul de tip *n* electronii sînt *purtătorii majoritari*, iar golurile *purtătorii minoritari*. Un exemplu: la temperatura de 20°C, germaniul pur are conductivitatea $\sigma = 2,2 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$, iar germaniul de tip *n* are conductivitatea $\sigma = 10^2 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$. Rezultă că conductivitatea semiconductorului este cu atît mai mare cu cît concentrația purtătorilor de sarcină liberi este mai mare.

b) În cristalul de germaniu se pot introduce impurități formate din atomi trivalenți (indiu, galiu, bor, aluminiu). Și în acest caz atomii de impuritate vor ocupa în rețea locul unor atomi de germaniu, avînd însă fiecare cîte o legătură covalentă nesatisfăcută. Atomului trivalent de bor — spre exemplu, îi lipsește un electron de legătură (fig. 2.42). Atomul de bor poate accepta un electron provenind de la o legătură Ge—Ge a unui atom vecin. Apare un gol care tinde să se completeze prin atragerea unui electron de valență de la un alt atom de germaniu vecin. Astfel, în rețeaua semiconductorului se formează un număr de goluri egal cu numărul atomilor de impuritate. Atomii de impuritate devin ioni negativi și poartă denumirea de acceptori. Purtătorii de sarcină mobili majoritari sînt în acest caz golurile, iar purtătorii mobili de sarcină minoritari sînt electronii liberi proveniți din generarea de perechi electron-gol, pe seama energiei termice a rețelei. Deci $N_p \gg N_n$ și *conducția este de tip p*.

2.17. PROPRIETĂȚILE JONCTIUNII P—N

Prin joncțiune se înțelege o regiune foarte îngustă dintr-un solid în care se schimbă conducția electrică de la un tip la altul, cînd se trece de la o extremitate a ei la cealaltă. Joncțiunea *p—n* se realizează prin crearea

Într-un cristal semiconductor, prin procedeul de difuzie la temperaturi înalte, a unei regiuni de tip n , continuată cu o regiune de tip p . Lărgimea d a joncțiunii pn este de ordinul $d = 10^{-4} - 10^{-5}$ cm. Electronii liberi — purtătorii majoritari din regiunea n — datorită diferenței de concentrație, vor difuza în regiunea p , tinzând să uniformizeze concentrația lor în întregul volum al semiconductorului. Golurile vor difuza în regiunea n . Difuzia purtătorilor de sarcină este însă limitată. Electronii

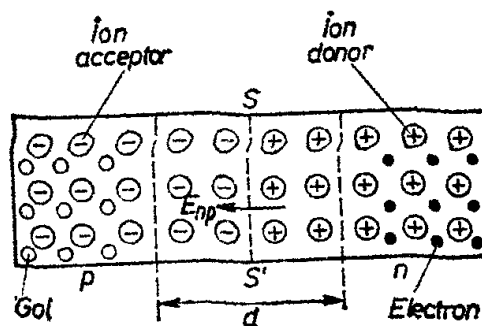


Fig. 2.43. Joncțiunea pn , regiunea d ce se întinde pe ambele părți ale suprafeței de separație SS' în care concentrația purtătorilor de sarcină mobili este mult mai mică decât concentrația purtătorilor imobili.

ajunși în partea p a joncțiunii neutralizează printr-un proces numit *recombinare*, prin care dintr-un electron liber și un gol se reface o legătură chimică, o parte din golurile care circulă în acea regiune. Sarcinile negative ale ionilor negativi acceptori nu mai sînt compensate de golurile rămase și astfel apare o sarcină spațială negativă. Printr-un proces asemănător, în partea n a joncțiunii va apărea o sarcină spațială pozitivă datorită ionilor pozitivi. În joncțiune, sărăcită de purtători de sarcină mobili, apare un câmp electric intens (fig. 2.43), orientat de la n la p , care se opune trecerii în continuare a purtătorilor majoritari dintr-o regiune în alta; reușind să treacă numai aceia care au o energie egală sau mai mare decât energia necesară pentru a învinge *bariera datorită diferenței de potențial* U_0 , de ordinul zecimilor de volt. Câmpul electric din joncțiune favorizează în schimb trecerea purtătorilor minoritari din regiunea n , golurile, în regiunea p și a electronilor din regiunea p în regiunea n . La echilibru, intensitatea curentului prin joncțiune determinat de trecerea purtătorilor majoritari și minoritari dintr-o regiune în alta, este zero.

Dacă se notează cu I_d intensitatea curentului format de purtătorii majoritari care trec prin barieră, numit și curent direct (sau de difuzie) și cu I_0 intensitatea curentului prin barieră creat de purtătorii minoritari, echilibrul (dinamic), pentru o temperatură dată a semiconductorului, se exprimă prin relația $I_d - I_0 = 0$. Pentru semiconductorul de Ge cu joncțiune pn , I_0 este de ordinul a câtorva microamperi.

În concluzie: în joncțiunea $p-n$, unde densitatea purtătorilor mobili de sarcină este mult mai mică decât densitatea purtătorilor imobili (ioni donori și acceptori), are loc o abatere de la neutralitatea electrică, caracterizată printr-un „strat de baraj” cu câmp electric intens, care se opune deplasării purtătorilor mobili majoritari dintr-o regiune de conducție în alta.

2.18. DIODA SEMICONDUCTOARE

Dacă semiconductorului cu joncțiune $p-n$ i se aplică o tensiune U_a , conectînd borna plus a unei surse de tensiune continuă la regiunea p și borna minus la regiunea n (conectare denumită *polarizare directă*), diferența de potențial dintre regiunile p și n scade de la U_0 la $U_0 - U_a$ (fig. 2.44, *a*). Corespunzător, cîmpul electric în stratul de baraj își micșorează intensitatea. Intensitatea curentului total prin joncțiune este egală cu suma intensităților curenților datorati celor două tipuri de purtători de sarcină majoritari (golurile deplasîndu-se în sens opus electronilor, creează un curent electric de același sens cu al electronilor) din care se scade I_0 .

Intensitatea curentului purtătorilor minoritari prin joncțiune (I_0) aproape nu se va schimba pînă în momentul cînd tensiunea aplicată va fi atît de mare încît timpul ei va compensa complet cîmpul din stratul de baraj. În acest caz, cîmpul tensiunii aplicate mărește numărul golurilor în regiunea p și a electronilor în regiunea n spre stratul de baraj pînă la compensarea completă a sarcinii totale a ionilor pozitivi și negativi care formau acest strat. Stratul de baraj va dispărea și conductivitatea joncțiunii crește, devenind egală cu aceea a restului materialului semiconductorului. În această situație rezistența semiconductorului și rezistența circuitului exterior vor determina valoarea intensității curentului prin semiconductorul cu joncțiune.

În aceste condiții, electronii din regiunea n și golurile din regiunea p , adică purtătorii majoritari, nu mai pot rămîne în echilibru. Purtătorii majoritari înaintează spre joncțiune și pătrund în regiunea vecină la o distanță de aproximativ 10^{-2} cm, numită *lungime de difuzie*, după care are loc — parțial — un intens proces de recombinare, iar restul merg la electrozii sursei de tensiune. Purtătorii care dispar sînt primiți ulterior incontinuu de la sursa de tensiune, care alimentează în permanență regiunea n cu *electroni* și regiunea p cu *goluri*.

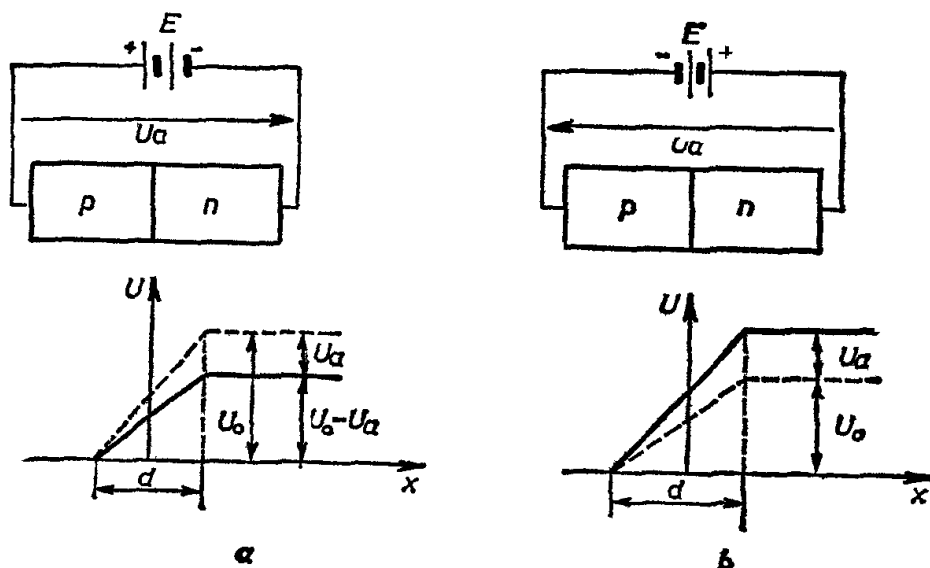
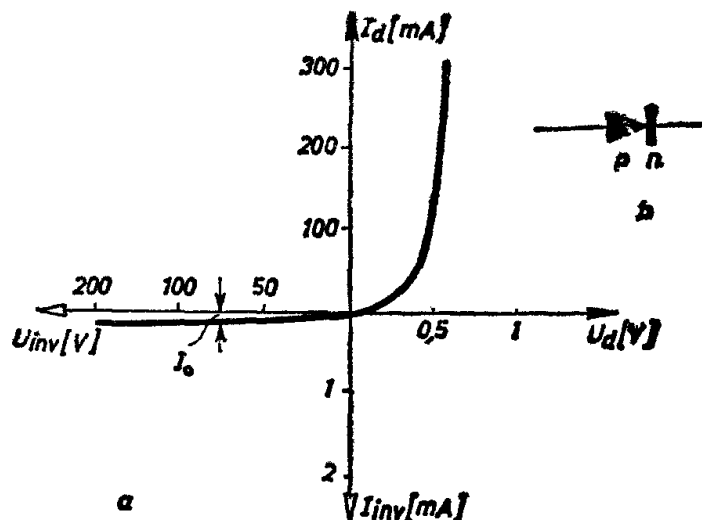


Fig. 2.44. *a*) Polarizarea directă; *b*) polarizarea inversă a joncțiunii $p-n$.

Fig. 2.45, *a*) Caracteristica curent-tensiune a unei diode semiconductoare, cu germaniu. Tensiunea inversă și intensitatea curentului invers au fost reprezentate la scări diferite de cele ale mărimilor directe corespunzătoare; *b*) simbolul diodei semiconductoare.



Așadar, când crește tensiunea directă aplicată U_a , crește și numărul purtătorilor majoritari ce trec prin joncțiune, deci și intensitatea curentului electric.

Dacă tensiunea U_a aplicată are polaritate inversă (polarizare inversă), diferența de potențial dintre regiunile p și n crește la $U_0 + U_a$ (fig. 2.44, *b*). Câmpul electric în stratul de baraj fiind mai intens, micșorează foarte mult numărul purtătorilor de sarcină majoritari care străbat joncțiunea. Intensitatea curentului creat de purtătorii majoritari devine neglijabilă față de intensitatea curentului datorat purtătorilor minoritari (I_0). Curentul rezultat prin circuit va avea intensitatea mult mai mică și un sens invers față de curentul din cazul polarizării directe. În figura 2.45, *a* este reprezentată caracteristica curent-tensiune a unui semiconductor cu joncțiune, cu germaniu.

O mărime caracteristică a semiconductorului cu joncțiune pn , denumit în teoria dispozitivelor electronice *diodă semiconductoare*, este rezistența internă

$$R_i = \frac{\Delta U}{\Delta I}.$$

R_i are o valoare foarte mare ($10^4 \div 10^5 \Omega$), când dioda este polarizată invers, și o valoare mult mai mică ($\sim 10 \Omega$), atunci când este polarizată direct. Rezultă că dioda semiconductoare posedă proprietatea de conducție unidirecțională, ceea ce permite folosirea ei pentru transformarea curentului alternativ în curent continuu.

2.19. REDRESAREA CU DIODE SEMICONDUCTOARE

Un montaj care dă la ieșire tensiune continuă, el fiind alimentat de o tensiune alternativă, se numește redresor.

Un redresor este compus din: *elementul redresor* (diodă semiconductoare diodă cu vid) și *sursa de curent alternativ* (rețeaua de alimentare cu energie electrică, transformator).

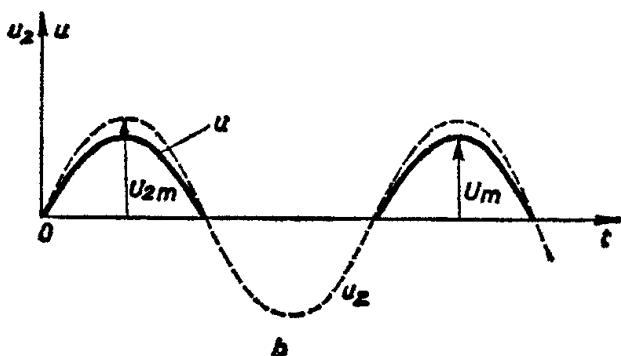
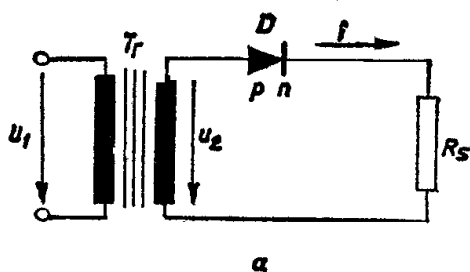


Fig. 2.46. Redresor monoalternanță: a) schema de principiu; b) variația în timp a tensiunii redresate u .

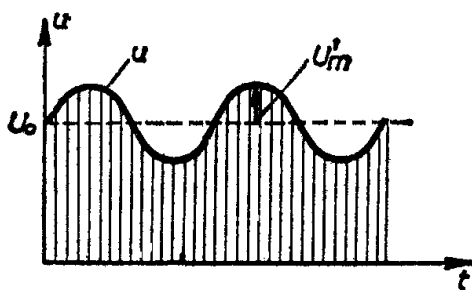


Fig. 2.47. Tensiune pulsatorie.

2.19.1. Redresarea unei singure alternanțe. Schema unui redresor monofazat care realizează redresarea unei singure alternanțe, cu sarcină pur rezistivă, este prezentată în figura 2.46, *a*. Tensiunea alternativă de redresat u_2 de la secundarul transformatorului se aplică diodei semiconductoare D . În acele alternanțe ale tensiunii u_2 pentru care dioda este conectată în sens direct, curentul poate circula prin redresor. În cazul redresorului din figura 2.46, *a* curentul circulă în timpul alternanțelor pozitive ale tensiunii aplicate u_2 . Variația tensiunii redresate u este reprezentată în figura 2.46, *b*. Orice tensiune redresată include o componentă continuă peste care se suprapune o componentă alternativă cu frecvența tensiunii alternative aplicate (fig. 2.47). În cazul redresorului monoalternanță

$$u \approx \frac{U_m}{\pi} + \frac{U_m}{2} \sin \omega t = U_0 +$$

$+ U'_m \sin \omega t$, U_m fiind valoarea maximă a tensiunii redresate. Deci o tensiune periodică de forma celei prezentate în figura 2.46, *b* se poate considera sub forma unei tensiuni pulsatorii (fig. 2.47).

Raportul dintre valoarea maximă U'_m a componentei alternative și valoarea U_0 a tensiunii continue la bornele rezistorului de sarcină R_s , se numește *factor de ondulație*:

$$\gamma = \frac{U'_m}{U_0}.$$

Pentru redresorul monoalternanță $\gamma = \frac{\pi}{2} = 1,57$. Pentru un radioreceptor care ar funcționa cu un redresor cu o valoare atât de mare a lui γ , audiția ar fi însoțită de un zgomot.

Pentru micșorarea factorului de ondulație, se conectează în paralel cu rezistorul de sarcină R_s un condensator de capacitate C (fig. 2.48, *a*). Curentul va circula prin diodă numai când tensiunea la bornele ei va fi

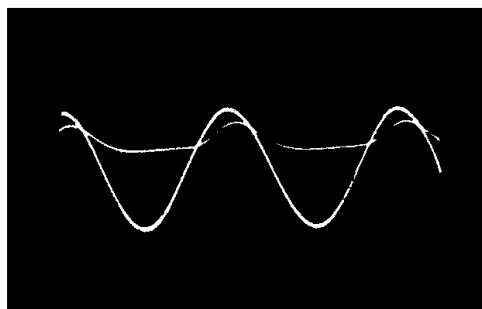
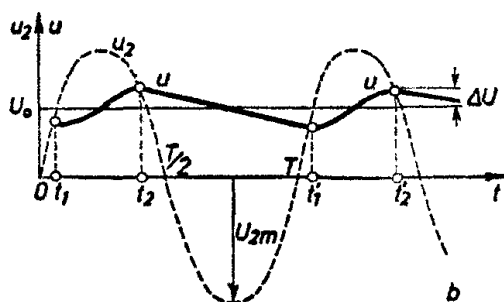
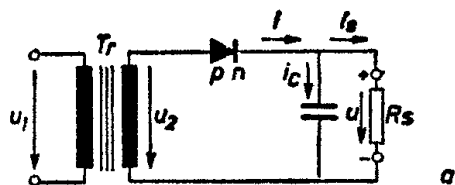


Fig. 2.48. Redresor monoalternanță cu condensator pentru netezirea tensiunii redresate:

a) schema de principiu; b) variația tensiunii redresate u ; c) fotografie de pe ecranul osciloscopului.

directă, adică potențialul regiunii p va fi mai pozitiv decât cel al regiunii n . Acest curent se împarte în curentul de intensitate i_C care încarcă condensatorul și în curentul de intensitate i_s care trece prin rezistorul de sarcină R_s . Variația tensiunii la bornele condensatorului, care reprezintă și variația tensiunii la bornele rezistorului de sarcină, este prezentată în figura 2.48, b .

În decursul alternanței pozitive a tensiunii u_2 , condensatorul se încarcă de la momentul t_1 la momentul t_2 , atît timp cît $u_2 > u$, deci prin diodă circulă curentul i . În momentul t_2 condensatorul începe să se descarce prin rezistorul de sarcină R_s pînă în momentul t_1' cînd u_2 devine din nou mai mare decât u și cînd începe să treacă din nou curentul i prin elementul redresor. Urmează din nou un interval de încărcare a condensatorului care durează pînă în momentul t_2' , după care dioda se blochează, potențialul aplicat regiunii p fiind mai negativ decât cel aplicat regiunii n ($i = 0$).

În regim de funcționare a redresorului, tensiunea la bornele condensatorului C are o componentă continuă U_0 și o componentă alternativă de amplitudine mică ΔU .

În acest caz, pentru γ se obțin valori de la 0,05 pînă la 0,1. Spunem că condensatorul din figura 2.48, a constituie un „condensator de netezire” pentru tensiunea redresată u .

2.19.2. Redresarea ambelor alternanțe. În figura 2.49, a este prezentată schema unui redresor pentru redresarea ambelor alternanțe ale unei tensiuni alternative (fig. 2.49, b). Este tipul de redresor denumit *redresor monofazat în punte*, care are aceeași structură ca și o punte de măsurat în care rezistorii sînt înlocuiți prin diode semiconductoare. La una din diagonalele punții este legat secundarul transformatorului Tr , iar la cealaltă diagonală este legat consumatorul pur rezistiv, reprezentat prin rezistorul R_s . Diodele

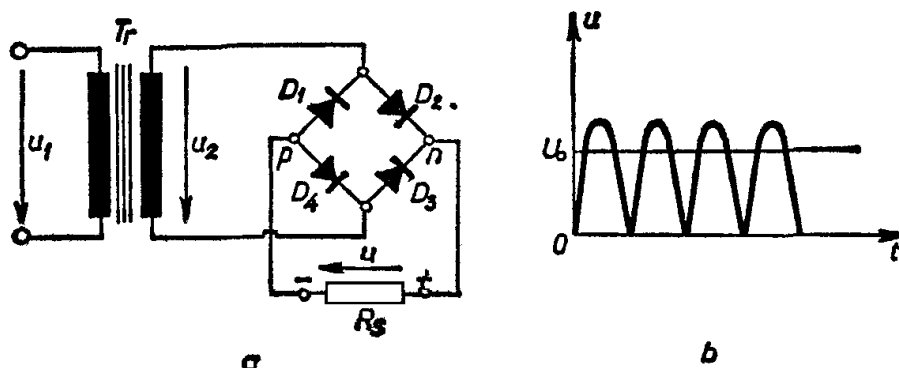


Fig. 2.49. Redresor monofazat în punte:
a) schema de principiu; b) variația tensiunii redresate u .

se dispun în punte astfel încît pentru o alternanță curentul să treacă prin o pereche de diode (D_3, D_1), iar pentru cealaltă alternanță curentul să treacă prin cealaltă pereche de diode (D_2, D_4). După cum se observă pe schemă curentul redresat circulă prin rezistorul de sarcină tot timpul în același sens, borna pozitivă fiind constituită de punctul de legătură al electrozilor regiunilor n ale diodelor D_2, D_3 , iar borna negativă de punctul de legătură a electrozilor regiunilor p ale diodelor D_1, D_4 .

2.20. TRANZISTORUL. CONSTRUCȚIE ȘI FUNCȚIONARE

Tranzistorul este un dispozitiv electronic, alcătuit dintr-un monocristal semiconductor, avînd trei regiuni al căror tip de conducție alternează. Există tranzistori pnp și tranzistori npn (fig. 2.50, a și b). În figura 2.50, c și d se arată simbolurile respective.

Regiunea semiconductoră mijlocie contribuie simultan la formarea unei joncțiuni cu fiecare din regiunile semiconductoră marginale. Regiunile extreme cu același tip de conducție se numesc *emitor* (E) și *colector* (C), iar regiunea centrală cu conducție de tip contrar se numește *bază* (B).

Considerăm un tranzistor pnp . Pentru funcționarea tranzistorului, joncțiunea emitor-bază (numită și joncțiune emitor) se polarizează în sens

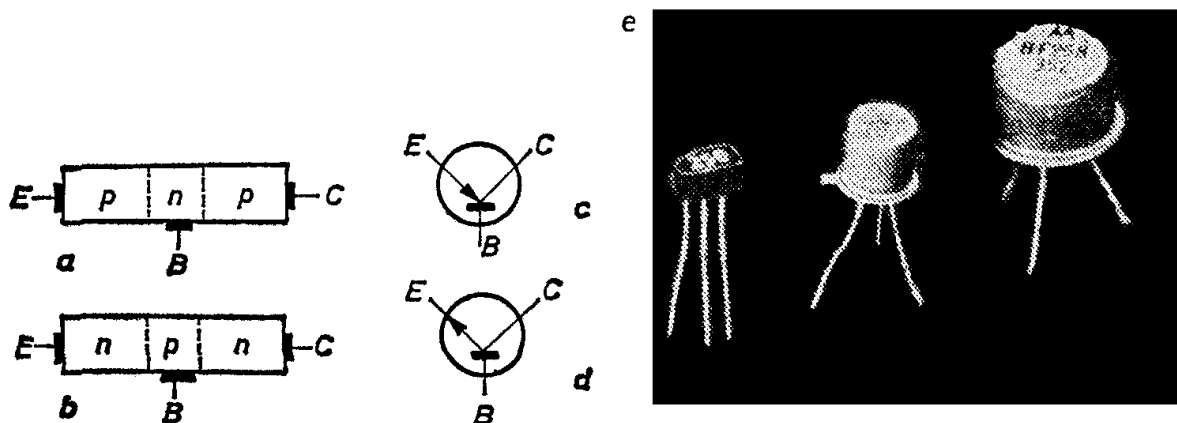


Fig. 2.50. Construcția tranzistorilor pnp și npn (a și b); simbolurile de reprezentare a acestora (c și d); e) tipuri de tranzistori.

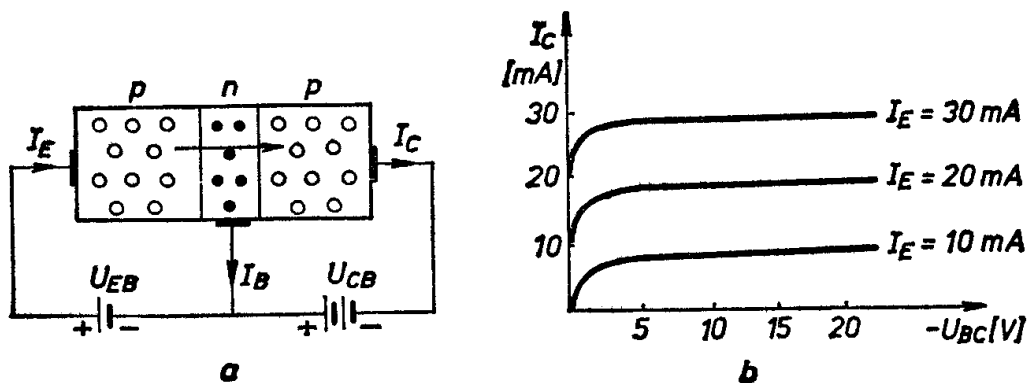


Fig. 2.51. Tranzistorul:

a) alimentarea tranzistorului *pnp*; b) dependența lui I_C de U_{CB} pentru I_E constant.

direct, iar joncțiunea colector-bază (numită joncțiune colector) se polarizează în sens invers (fig. 2.51, a).

Pentru obținerea unor performanțe superioare, în tranzistorii actuali, concentrațiile impurităților diferă mult în cele trei regiuni: emitorul este puternic dopat, în bază concentrația impurităților donoare are o valoare medie iar în colector concentrația acceptorilor este mică.

Joncțiunea emitor va fi străbătută de un curent intens I_E determinat de deplasarea dintr-o regiune în alta a purtătorilor de sarcină majoritari. Deoarece, prin construcție, concentrația impurităților în bază este mai mică decât în emitor, curentul în joncțiunea emitor (I_E) se datorează în special golurilor care trec din emitor în bază, numărul electronilor care trec din bază în emitor fiind mult mai mic.

Datorită grosimii foarte mici a bazei, mult mai mică decât lungimea de difuzie a golurilor (10^{-2} cm), golurile injectate de emitor în bază nu au timp să se recombine cu electronii din bază și difuzează în cea de a doua joncțiune cu excepția unei părți infime (două procente din I_E) care se recombina în bază. Electronii din bază (ca purtători majoritari), care se recombina cu o parte din golurile injectate din emitor, vor fi completați de electronii primiți de la sursa de alimentare prin borna bazei, care vor determina la rândul lor curentul de bază I_B (fig. 2.51, a), sensul acestuia fiind invers sensului de mișcare a electronilor.

În joncțiunea colectorului, polarizată în sens invers, câmpul electric favorizează numai trecerea purtătorilor minoritari dintr-o regiune în alta, deci a golurilor din regiunea *n* (injectate de emitor) în regiunea colectorului și a electronilor din colector în bază. Deoarece numărul purtătorilor minoritari din colector (electroni) este redus, aceștia dau prin joncțiunea colector un curent de intensitate foarte mică (cîțiva microamperi). Rezultă $I_C = I_E - I_B \approx I_E$. Deci curentul în circuitul colectorului este comandat de curentul din circuitul emitorului care la rândul său este determinat de tensiunea aplicată între emitor și bază U_{EB} .

Din modul de circulație al purtătorilor de sarcină rezultă că rolul determinant în funcționarea tranzistorului *pnp* îl au golurile.

În caracteristicile din figura 2.51, *b* se observă că pe măsură ce crește I_E , crește și I_C , iar U_{CB} practic nu influențează intensitatea curentului de colector I_C .

Montajul analizat se numește montaj cu bază comună, deoarece circuitul emitorului și circuitul colectorului au o porțiune comună — baza. În circuitele cu tranzistori se folosesc și montaje cu emitorul comun.

Deși ne-am referit numai la funcționarea tranzistorului *pnp* (în structura $p^{++} n^+ p$), rezultatele obținute pot fi ușor extinse asupra tranzistorului *npn* schimbând în mod adecvat sensurile tensiunilor de polarizare și ale curenților și avînd în vedere natura opusă a purtătorilor.

2.21. PROPRIETĂȚILE DE AMPLIFICARE ALE TRANZISTORULUI

În figura 2.52 se prezintă o schemă de conectare, cu baza comună, a tranzistorului *pnp* ca amplificator de tensiune alternativă. În circuitul de intrare (circuitul emitorului) se introduce o sursă de tensiune alternativă e , care face ca nivelul polarizării U_0 a emitorului să se modifice în timp, iar în circuitul de ieșire (circuitul colectorului) se introduce un rezistor de sarcină R_s . Tensiunea continuă U_0 , care stabilește așa-numitul punct de funcționare a tranzistorului, precum și amplitudinea tensiunii alternative, sînt mici, deoarece pentru a se realiza injectarea golurilor din emitor în bază este suficient să se aplice stratului de baraj al joncțiunii de emitor o diferență de potențial de ordinul zecilor de milivolți.

Tensiunea sursei din circuitul de ieșire poate fi luată mare, în practică între 3 V și 30 V, joncțiunea de colector fiind polarizată invers. Rezistența R_s a rezistorului de sarcină se ia mare (de ordinul zecilor de mii de ohmi), deoarece acesta este conectat în serie cu joncțiunea de colector — care are rezistența foarte mare ($0,3 \div 1 \text{ M}\Omega$), din cauza polarizării inverse a joncțiunii și — deci — nu modifică mult intensitatea curentului prin circuitul de colector.

Peste componenta de curent continuu, prin introducerea sursei e , se suprapune în tranzistor o componentă de curent alternativ.

Astfel ia naștere curentul alternativ de emitor i_E care se divide în curentul i_C prin colector și i_B prin bază.

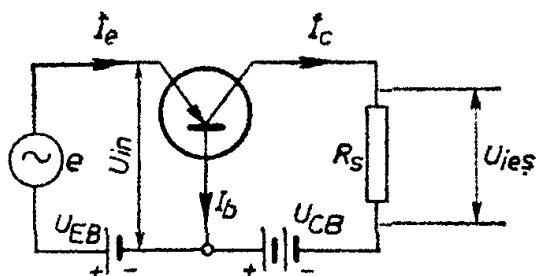


Fig. 2.52. Schema de conectare bază comună (BC) a tranzistorului ca amplificator.

Căderea de tensiune efectivă pe rezistorul de sarcină este $U_{ies} = R_s I_c$, iar pe circuitul de intrare $U_{int} = R_i I_e$, unde R_i este rezistența circuitului de intrare (de ordinul sutelor de ohmi).

Raportul $\frac{U_{ies}}{U_{int}}$, practic egal cu raportul $\frac{R_s}{R_i}$, deoarece $I_e \approx I_c$, (I_e și I_c sînt intensități efective) determină

amplificarea în tensiune. Deoarece $R_s \approx 10 \div 100 \text{ k}\Omega$, iar $R_i \approx 100 \Omega$, rezultă că amplificarea în tensiune ajunge pînă la 1000, adică foarte mare.

Amplificarea tranzistorului apare pentru că un curent (cel de emitor) a fost transferat cu foarte mici pierderi dintr-un circuit de rezistență mică într-un circuit de rezistență mare; de aici termenul „*transfer-rezistor*“, de la care provine denumirea tranzistor.

Puterea suplimentară obținută în circuitul de colector este luată sub formă de putere de curent continuu de la sursa din circuitul de colector și transformată în tranzistor în putere de curent alternativ.

2.22. ETAJ DE AMPLIFICARE ÎN CONEXIUNEA CU EMITORUL COMUN (EC)

Schema unui etaj cu amplificare cu un tranzistor *pnp* în conexiunea *EC* este dată în figura 2.53. Deoarece electrodul comun (emitorul) circuitelor de intrare și ieșire este legat la masă*, conexiunea *EC* se mai numește și conexiunea cu emitorul la masă.

Golurile sînt emise de emitor, controlate de tensiunea aplicată bazei și colectate de colector.

După cum se observă, în figura 2.53 se arată o metodă simplă de polarizare a etajului cu emitorul la masă folosind o singură baterie (sursa *S*, cu t.e.m. continuă E_s).

Circuitul *EBDE* este al bazei iar circuitul *ECSE* este al colectorului.

În circuitul colectorului curentul debitat de sursa *S* realizează: o cădere de tensiune pe dioda formată de regiunile emitor și bază, o cădere de tensiune egală cu cea de polarizare inversă pe dioda bază-colector și o cădere de tensiune pe rezistorul de sarcină R_s . Deoarece tensiunea directă aplicată în felul acesta pe dioda emitor-bază nu este suficientă pentru stabilirea punctului de funcționare, pe dioda emitor-bază se aplică o tensiune mai mare cu ajutorul unui divizor de tensiune alcătuit din rezistorii R_1 și R_2 . Tensiunea sursei se împarte între acești doi rezistori și de la bornele rezistorului R_2 se culege tensiunea necesară pentru stabilirea unui punct de funcționare astfel încît tensiunea amplificată să nu apară deformată de la forma sinusoidală.

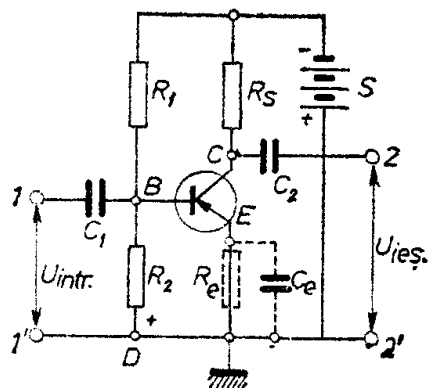


Fig. 2.53. Etaj amplificator, termostabilizat. Valori posibile: $C_1 = C_2 = 10 \mu\text{F}$, $R_1 = 80 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 15 \text{ k}\Omega$, $R_e = 2 \text{ k}\Omega$, $C_e = 50 \mu\text{F}$, $R_s = 5 \text{ k}\Omega$.

* În aparatura electronică, „masa“ este constituită, în general, din șasiul metalic al aparatului, care poate fi legat la pămînt pentru evitarea apariției unor supra-tensiuni între anumite puncte ale circuitelor. Tensiunile din montajele electronice sînt raportate întotdeauna la potențialul masei, considerat potențial de referință.

Tensiunile instantanee $u_{ie} = u_{CE} = E - Ri_C$ și u_{intr} variază în opoziție de fază. Într-adevăr, cînd tensiunea la intrare crește $\Delta u_{intr} > 0$, intensitatea curentului de colector crește $\Delta i_C > 0$, ceea ce determină și creșterea tensiunii alternative pe rezistorul de sarcină, $R_s \Delta i_C > 0$. Aceasta atrage o variație în sensul scăderii tensiunii u_{CE} conform relației $\Delta u_{CE} = -R_s \Delta i_C < 0$. Și invers, dacă $\Delta u_{intr} < 0$, atunci $\Delta u_{CE} = \Delta u_{ies} > 0$.

Bornele circuitului de intrare (circuitul bazei) sînt 1 și 1'. Condensatorul C_1 lasă să treacă numai componentele alternative. Ieșirea se face între bornele 2 și 2'. Condensatorul C_2 lasă de asemenea să treacă numai componentele alternative. În schemele complexe, el transmite tensiunea amplificată unui alt circuit. Raportul

$$A_U = \frac{U_{ies}}{U_{intr}}$$

determină amplificarea în tensiune realizată de etaj.

Conexiunea EC este cea mai frecvent folosită în amplificatoare.

Termostabilizarea regimului de funcționare a tranzistorului. Dacă un tranzistor se încălzește în timpul funcționării, intensitatea curentului care trece prin el va crește. Un curent de intensitate mai mare înseamnă o creștere suplimentară a temperaturii. În tranzistor se produce un proces de ambalare termică, care poate să-l distrugă. Pentru a realiza o polarizare stabilă a bazei, între borna emitor și masă se introduce un rezistor R_e de valoare mică (sute de ohmi). Efectul lui R_e este acela că la creșterea intensității curentului de emitor Δi_E datorită temperaturii, căderea de tensiune $R_e \Delta i_E$, care se aplică prin R_2 cu plusul către bază are ca efect micșorarea tensiunii de polarizare a bazei și deci a curentului de colector i_C . Un condensator C_e scurtcircuitează pe R_e pentru semnalele alternative, deoarece $X_{C_e} \ll R_e$. Grupul de termostabilizare $R_e C_e$ este figurat cu linii întrerupte în figura 2.53.



EXTINDERE ÎN TEHNOLOGIE

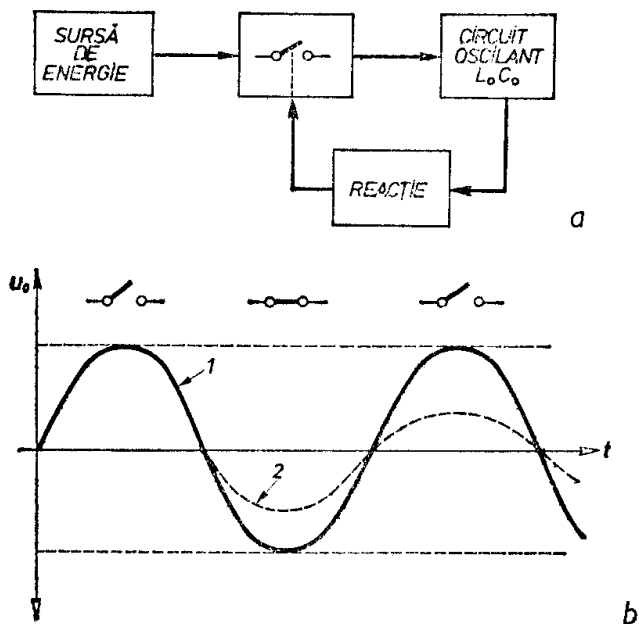
ÎNTREȚINEREA OSCILAȚIILOR ELECTROMAGNETICE. OSCILATOR LC CU TRANZISTOR

În studiul circuitului oscilant s-a arătat că oscilațiile electromagnetice produse în circuit au o frecvență proprie ν_0 , dată de formula lui Thomson:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_0 C_0}}.$$

Aceste oscilații se amortizează, adică amplitudinea lor descrește treptat în timp. Amortizarea oscilațiilor este rezultatul disipării de energie prin efect Joule în rezistența activă a circuitului oscilant.

Fig. 2.54. Principiul de funcționare a unui oscilator LC :
 a) schema funcțională; b) Modul de obținere a oscilațiilor întreținute în circuitul L_0C_0 .
 1. Oscilațiile întreținute obținute prin transmiterea periodică de energie circuitului oscilant.
 2. Oscilațiile amortizate ale circuitului oscilant izolat.



Dacă se transferă în mod periodic circuitului o energie egală cu energia disipată amortizarea se compensează și se obțin oscilații electromagnetice neamortizate, întreținute. În acest scop se intercalează între sursa de energie și circuitul oscilant L_0C_0 un „întrerupător” electronic (fig. 2.54, a). La momente de timp bine determinate „întrerupătorul” se închide cu o frecvență egală cu frecvența proprie ν_0 a circuitului rezonant (fig. 2.54, b). Comanda „întrerupătorului” electronic o face chiar circuitul oscilant L_0C_0 .

Procesul de autocomandare a alimentării de către sistemul oscilant însuși se numește *reacție* (pozitivă). Montajul generator de oscilații electromagnetice întreținute care realizează acest proces de autocomandare (sau autoexcitație) se numește *oscilator*.

Schema unui oscilator LC în care rolul de „întrerupător” electronic îl are un tranzistor în conexiunea emitor comun (EC) este arătată în figura 2.55. Circuitul oscilant L_0C_0 este conectat în circuitul de colector al tranzistorului. Bobina L_0 este cuplată inductiv cu circuitul bazei prin bobina L_b . Acest cuplaj formează bucla de reacție pozitivă

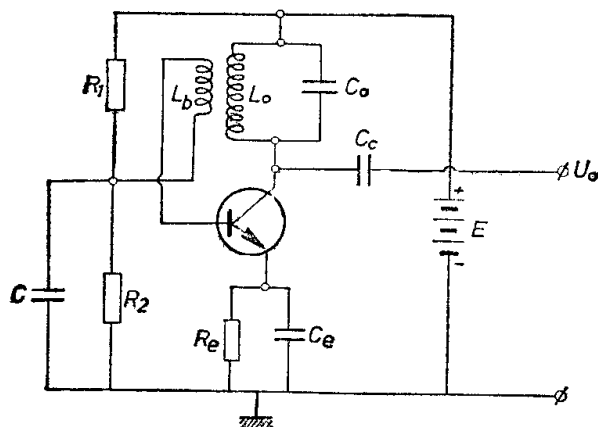


Fig. 2.55. Schema de principiu a unui oscilator LC cu un tranzistor $n-p-n$.

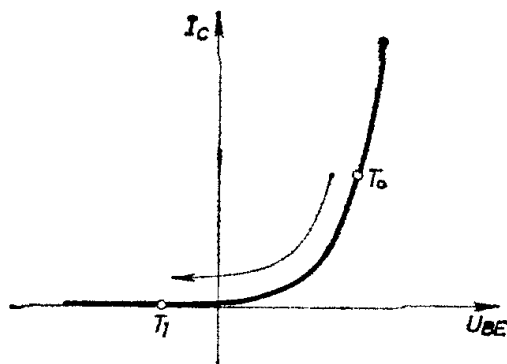


Fig. 2.56. Pozițiile punctului de funcționare ale tranzistorului din montajul oscilator. T_0 — punctul de funcționare în absența oscilațiilor; T_1 — punctul de funcționare după amorsarea oscilațiilor întretinute.

a montajului oscilator. Rezistoarele R_1 , R_2 și R_e asigură polarizarea potrivită a bazei tranzistorului, fixându-i punctul de funcționare în regiunea liniară a caracteristicii $I_C = f(U_{BE})$ (fig. 2.56). Ele au rol numai la amorsarea oscilațiilor. În plus, rezistorul R_e asigură și stabilitatea termică a tranzistorului, deoarece aplică joncțiunii bază-emitor o polarizare inversă, care tinde să mențină constantă intensitatea curentului continuu de emitor.

Condensatoarele C_c și C_e au reactanțe neglijabile la frecvența de oscilație ν_0 , deci din punct de vedere al curentului alternativ tranzistorul este în conexiunea EC iar bobina L_b are o bornă conectată la masă. Condensatorul C_c , de asemenea de reactanță neglijabilă la frecvența ν_0 , asigură cuplajul dintre oscilator și sarcina sa, blocând spre sarcină componenta continuă a curentului care trece prin circuitul oscilant $L_0 C_0$.

Să analizăm modul de funcționare a acestui oscilator. La conectarea sursei de alimentare, prin tranzistor începe să treacă un curent care încarcă pozitiv armătura superioară a condensatorului C_0 . Condensatorul C_0 va începe să se descarce prin bobina L_0 . Datorită fenomenului de autoinducție, prin bobina L_0 va continua să circule curent și după ce condensatorul C_0 este descărcat complet. Acest curent va încărca din nou condensatorul, dar cu sarcină negativă pe armătura superioară. Curentul variabil prin bobina L_0 va induce o t.e.m. în bobina L_b din circuitul bazei tranzistorului. Sensul de înfășurare al bobinei L_b este astfel ales încât t.e.m. de inducție să aibă polaritatea negativă aplicată bazei tranzistorului în momentul în care condensatorul C_0 este încărcat cu sarcină negativă pe armătura sa superioară. Datorită acestei tensiuni joncțiunea bază-emitor a tranzistorului este blocată, deci prin tranzistor nu circulă nici un curent („întrerupător” deschis).

Condensatorul C_0 va începe din nou să se descarce prin bobina L_0 . Curentul prin bobina L_0 va continua să circule și după ce tensiunea la bornele condensatorului este nulă, reîncărcându-l din nou, dar acum cu polaritatea pozitivă pe armătura superioară. T.e.m. indusă de acest curent în bobina L_b va avea de această dată polaritatea pozitivă aplicată bazei tranzistorului. Ea atinge valoarea maximă în momentul în care curentul prin bobina L_0 a încetat să circule (deci când condensatorul C_0 este complet încărcat). În acest moment jonc-

țiunea bază-emitor se deblochează, aducînd tranzistorul în regiunea de saturație („înterupător“ închis).

Apoi intensitatea curentului prin bobina L_0 va începe să crească din nou, atît datorită autoinducției cît și sursei de alimentare E la care bobina L_0 este acum conectată prin intermediul tranzistorului saturat. În acest fel circuitul oscilant L_0C_0 primește de la sursa E energia electrică ce compensează pierderile prin rezistența activă a circuitului.

Condensatorul C_0 se va încărca atît direct de la sursa de alimentare E (tranzistorul fiind în regiunea de saturație) cît și datorită curentului de autoinducție prin bobina L_0 . În cazul în care pierderile Joule sînt relativ mici, tensiunea la sfîrșitul încărcării lui C_0 este aproape $2E$. În acest moment el începe să se descarce prin bobina L_0 . T.e.m. de inducție în bobina L_0 negativează din nou joncțiunea bază-emitor a tranzistorului („înterupător“ deschis) și ciclul reîncepe.

În montajul din figura 2.55 este de remarcat faptul că, deși polarizarea inițială a fost stabilită corespunzător unui punct de funcționare T_0 pe curba caracteristică $I_C = f(U_{BE})$, după amorsarea oscilațiilor punctul de funcționare a tranzistorului se mută în T_1 (fig. 2.56). Tranzistorul funcționează în regim de comutație. Acest lucru se produce datorită grupului R_e și C_e . Condensatorul C_e se încarcă în timpul pulsurilor de curent ce trec prin tranzistor și mărește tensiunea pozitivă a emitorului. Fiind de capacitate mare ($X_{C_e} \ll R_e$), el se descarcă foarte puțin în intervalul dintre pulsuri. În consecință tensiunea medie bază-emitor devine negativă (baza tranzistorului fiind conectată la un potențial fix determinat de rezistorii R_1 și R_2).

Circuitul de utilizare pentru tensiunea alternativă generată de montajul oscilator poate fi circuitul de intrare al unui etaj de amplificare, circuitul unei antene, diverse alte montaje electronice.

ÎNTREBĂRI, EXERCITII, PROBLEME

1. Un cadru metalic dreptunghiular se rotește uniform în jurul axului său de simetrie într-un cîmp magnetic uniform, perpendicular pe axul de rotație. În ce poziții ale cadrului față de liniile cîmpului magnetic, se anulează t.e.m. alternativă indusă?
2. Cum se stabilește sensul t.e.m. induse într-un conductor fix, situat deasupra unui magnet care se rotește uniform, axa de rotație fiind paralelă cu conductorul?
3. Care este frecvența industrială standard a curentului alternativ în țara noastră? De cîte ori se schimbă într-o secundă polaritatea unei borne la o priză de tensiune din rețeaua de alimentare cu energie electrică a locuințelor?
4. Ce se înțelege prin valoarea efectivă a tensiunii alternative sinusoidale?

5. Să se explice electronic de ce condensatorul întrerupe circuitul de curent continuu și închide pe cel de curent alternativ.
6. Care este puterea activă a unui circuit de curent alternativ format din o bobină și un condensator, ambele ideale?
7. În ce raport stau reactanța inductivă și reactanța capacitivă în cazul circuitului oscilant?
8. Se modifică reprezentarea fazorială a t.e.m. din înfășurările alternatorului trifazat, dacă se schimbă sensul de rotație a inductorului?
9. Se schimbă intensitatea curentului prin circuit dacă se inversează polaritatea tensiunii aplicate unui semiconductor extrinsec?
10. O spiră cu suprafața de 200 cm^2 se rotește uniform cu 600 rot/min , într-un câmp uniform de inducție magnetică 10^{-3} T , perpendicular pe axul de rotație. Considerând drept moment inițial al rotației, momentul în care planul spirei este perpendicular pe liniile câmpului magnetic, să se exprime t.e.m. indusă în cadru.

$$R: e = 4\pi \cdot 10^{-4} \sin 20\pi t \text{ V.}$$

11. Doi curenți sinusoidali, de frecvență $\nu = 400 \text{ Hz}$, prezintă o diferență de fază de $\pi \text{ rad}$. Ce interval de timp separă momentele în care cei doi curenți trec prin valoarea extremă pozitivă?

$$R: 1,25 \text{ ms.}$$

12. Să se determine schema electrică a circuitului pentru care a fost ridicată diagrama fazorială din figura 2.57.

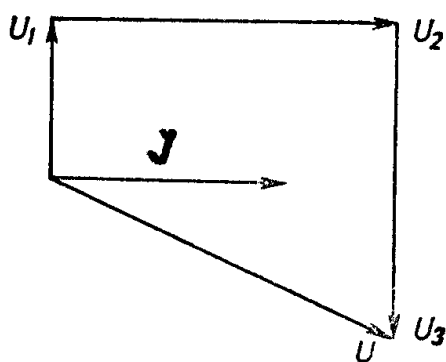


Fig. 2.57. Pentru problema 12.

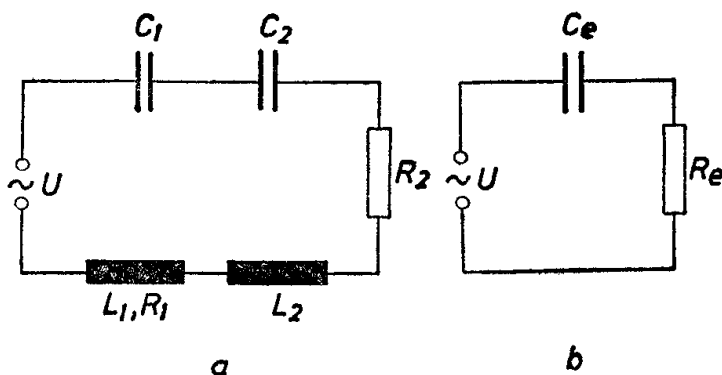


Fig. 2.58. Pentru problema 13.

13. În schema din figura 2.58, *a*; $C_1 = 1,6 \mu\text{F}$, $C_2 = 0,4 \mu\text{F}$, $L_1 = 69 \text{ mH}$, $L_2 = 0,11 \text{ H}$, $R_1 = 500 \Omega$, $R_2 = 100 \Omega$ și frecvența tensiunii de alimentare $\nu = 400 \text{ Hz}$. Să se calculeze valorile C_e și R_e din schema echivalentă simplificată din figura 2.58, *b*.

$$R: C_e = 0,47 \mu\text{F}, R_e = 600 \Omega.$$

14. Unui circuit serie format dintr-un rezistor cu rezistența $3\ \Omega$ și o bobină cu inductanța $12,7\ \text{mH}$ i se aplică o tensiune de $100\ \text{V}$ și $50\ \text{Hz}$. Să se scrie expresiile pentru valorile instantanee ale intensității curentului, tensiunii la bornele rezistorului și tensiunii la bornele bobinei.

$$\begin{aligned} R: i &= 28,2 \sin(314 t - 53^\circ 07')\ \text{A} \\ u_R &= 84,6 \sin(314 t - 53^\circ 07')\ \text{V} \\ u_L &= 112,8 \sin(314 t + 36^\circ 53')\ \text{V}. \end{aligned}$$

15. Un circuit de curent alternativ este alimentat de două surse de tensiune legate în serie, avînd la borne tensiunile $u_1 = U_{1m} \sin \omega t$ și $u_2 = U_{2m} \sin(\omega t + \varphi_0)$. Cunoscînd că $U_{1m} = 60\ \text{V}$, $U_{2m} = 100\ \text{V}$, $\omega = 314\ \text{s}^{-1}$ și $\varphi_0 = 30^\circ$, să se calculeze amplitudinea și faza tensiunii totale aplicate circuitului.

$$R: 155\ \text{V}; \omega t = 19^\circ.$$

16. *Un circuit serie cu $R = 1\ 000\ \Omega$, $L = 0,4\ \text{H}$ și $C = 0,2\ \mu\text{F}$ este alimentat de la un generator de tensiune alternativă a cărui frecvență poate fi variată. Pentru ce valori ale frecvenței generatorului intensitatea curentului este defazată cu $\frac{\pi}{4}$ față de tensiunea de alimentare? Discuția rezultatelor.

$$R: 398\ \text{Hz}, 796\ \text{Hz}.$$

17. *Pentru circuitul din figura 2.59, voltmetrele, ampermetrul și fazometrul indică: $U = 60\ \text{V}$, $U_1 = 30\ \text{V}$, $U_2 = 40\ \text{V}$, $I = 0,4\ \text{A}$ și $\varphi = 55^\circ$. Se cer:

- inductanțele și rezistențele bobinelor. Frecvența tensiunii de alimentare este $\nu = 400\ \text{Hz}$;
- condiția care ar trebui îndeplinită pentru ca indicația voltmetrului V să reprezinte suma indicațiilor voltmetrelor V_1 și V_2 .

$$R: 70\ \Omega, 17\ \Omega, X_1 R_2 = X_2 R_1.$$

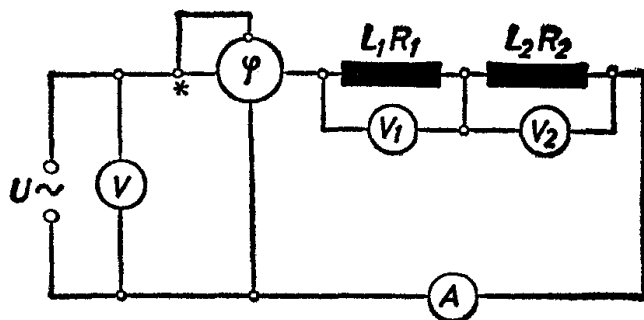


Fig. 2.59. Pentru problema 17

18. O instalație de curent alternativ monofazat, funcționînd sub tensiunea $U = 220\ \text{V}$, absoarbe o putere activă $P = 2\ \text{kW}$, sub $\cos \varphi = 0,8$ inductiv. Se cer:

- rezistența activă a instalației
- reactanța instalației;
- puterea reactivă absorbită
- puterea aparentă.

$$R: 15,5\ \Omega; 11,65\ \Omega; 1,5\ \text{kvar}; 2,5\ \text{kVA}.$$

19. Un circuit serie format dintr-un rezistor cu rezistența $2\ \Omega$, o bobină cu inductanța $0,16\ \text{H}$ și un condensator cu capacitatea $60\ \mu\text{F}$, este alimentat cu o tensiune de $220\ \text{V}$, cu frecvența $200\ \text{Hz}$.

Se cer:

- a) intensitatea curentului prin circuit;
- b) frecvența pentru care apare rezonanța;
- c) tensiunea la bornele elementelor reactive în regim de rezonanță.

R: $1,18\ \text{A}$; $50\ \text{Hz}$; $5\ 500\ \text{V}$.

20. Frecvența de rezonanță a unui circuit serie format dintr-un condensator și o bobină, este $\nu_0 = 4\ \text{kHz}$. Pentru o frecvență $\nu = 1\ \text{kHz}$ a tensiunii de alimentare, impedanța circuitului este de $1\ \text{k}\Omega$. Rezistența bobinei este de $10\ \Omega$. Să se calculeze inductanța bobinei.

R: $10\ \text{H}$.

21. Menținând aceeași tensiune electrică $U = 220\ \text{V}$ la bornele unei bobine, se modifică frecvența acestei tensiuni. La frecvența $\nu_1 = 50\ \text{Hz}$, intensitatea curentului prin bobină este $I_1 = 12\ \text{A}$, iar la frecvența $\nu_2 = 2\nu_1$, $I_2 = 8\ \text{A}$. Să se calculeze inductanța și rezistența bobinei.

R: $37,57\ \text{mH}$; $14\ \Omega$.

22. Un cadru dreptunghiular cu suprafața de $100\ \text{cm}^2$ este bobinat cu 20 spire, de rezistență neglijabilă. Cadrul se rotește uniform în jurul axului său de simetrie într-un câmp magnetic de inducție $B = 1\ \text{T}$, perpendicular pe axul de rotație. La bornele cadrului se conectează un bec, de putere $12\ \text{W}$ la tensiune de $12\ \text{V}$, în serie cu o bobină având rezistența $R = 10\ \Omega$ și inductanța $L = 0,1\ \text{H}$.

Se cere:

- a) numărul de rotații pe secundă pentru ca becul să funcționeze la valorile nominale de putere și tensiune;
- b) defazajul între intensitatea curentului și tensiunea la bornele bobinei.

R: $35\ \text{Hz}$; $65^\circ 33' 21''$.

23. Cum trebuie să fie rezistența unui circuit format dintr-un condensator de capacitate $4\ \mu\text{F}$ și o bobină de inductanță $10\ \text{mH}$ pentru a putea deveni un circuit oscilant?

R: $R < 100\ \Omega$.

24. Un condensator încărcat de capacitate $0,5\ \mu\text{F}$ este conectat la bornele unei bobine de inductanță $5\ \text{mH}$.

Să se determine după cât timp de la conectare energia câmpului electric al condensatorului devine egală cu energia câmpului magnetic al bobinei. Se neglijează rezistența circuitului.

R: $39\ \mu\text{s}$.

25. Într-un circuit oscilant, cu $L = 1\ \text{mH}$ și $R = 3\ \Omega$, se introduce o sursă de t.e.m. alternativă cu $E_m = 1,5\ \text{V}$. Dacă frecvența sursei este egală cu frecvența proprie a circuitului $\nu_0 = 100\ \text{kHz}$, să se calculeze factorul de supra-tensiune a circuitului și tensiunea maximă la bornele condensatorului.

R: 210 ; $330\ \text{V}$.

26. *E* Un circuit serie format dintr-un rezistor R și un condensator C are un factor de putere 0,6. Să se calculeze factorul de putere al circuitului format din aceleași elemente RC montate în paralel, pentru aceeași frecvență a tensiunii de alimentare.

R: 0,8.

27. La o rețea trifazată în stea sînt conectate în paralel cîte patru becuri pe fiecare fază. *a)* Să se determine intensitatea curentului de fază, dacă tensiunea de linie este $U_l = 220$ V, iar rezistența unui bec $R = 80 \Omega$. *b)* Care sînt intensitățile curenților pe faze dacă se întrerupe sau dacă se scurtcircuitază o fază a sarcinii? (Nu se va considera variația rezistenței becurilor cu intensitatea curentului.)

R: 6,35 A; 5,5 A, 11 A.

28. Dacă un material semiconductor prezintă o dopare omogenă cu donori și acceptori în concentrații egale, ce tip de conducție posedă?

29. Este posibil să se obțină o joncțiune pn prin aducerea în contact a unui semiconductor p cu un semiconductor n ?

30. Să se realizeze schema montajului de alimentare pentru un tranzistor npn .

31. *E* Un redresor monoalternanță alimentează o cuvă electrolică cu soluție apoasă de sulfat de cupru. Dacă în timp de 10 minute s-au depus 200 mg de cupru, care este valoarea maximă a intensității curentului redresat?

R: 3,2 A.

32. *E* Se consideră etajul de amplificare din figura 2.53. În ce relație de fază (în fază sau antifază) sînt $u_{ieș}$ și u_{in} dacă tensiunea amplificată este culeasă la bornele rezistorului de sarcină?

33. *E* Să se reprezinte grafic variația în timp pentru u_{CE} , u_{BE} , i_{L_0} și i_{C_0} în cazul oscilatorului LC cu tranzistor.

34. *E* Să se construiască diagrama fazorială de funcționare a oscilatorului LC cu tranzistor.

3.

UNDE MECANICE

Într-un mediu material toate părțile unui corp interacționează. O perturbație mecanică produsă undeva într-un punct oarecare al corpului determină excitarea mecanică a părților vecine care, la rîndul lor le excită pe următoarele și așa mai departe. Perturbația se propagă în tot mediul. Procesul de propagare a unei perturbații se numește *undă*. O caracteristică esențială a undei este faptul că energia primită de mediu de la sursa de oscilații este transmisă pe tot mediul fără ca particulele acestuia să aibă deplasări mari.

În acest capitol vom lua în considerare în special procesele de propagare a unui anumit tip de perturbație și anume perturbația produsă de mișcarea oscilatorie armonică.

3.1. PROPAGAREA UNEI PERTURBAȚII

În următoarele exemple se poate urmări procesul de propagare a unei perturbații oarecare.

1. Cînd garnitura de vagoane garată pe o linie primește un șoc de la locomotiva care este adusă pentru cuplare, șocul constituie o *perturbație* pentru garnitura aflată pînă atunci în repaus. Este vizibil cum impulsul se deplasează rapid de-a lungul întregii garnituri, în timp ce fiecare vagon se mișcă doar cu cîțiva centimetri pe aceeași direcție cu perturbația, rămînînd apoi în repaus. Deplasarea unei perturbații mai este numită *propagare*. Energia transferată de locomotivă este transmisă pînă la ultimul vagon care dacă e decuplat este pus în mișcare.

2. Perturbația produsă prin mișcarea bruscă în sus și în jos a capătului unei corzi aflată pînă atunci în repaus, se propagă sub forma unei bucle către extremitatea cealaltă. Un mic semn *S* pus pe coardă se ridică din

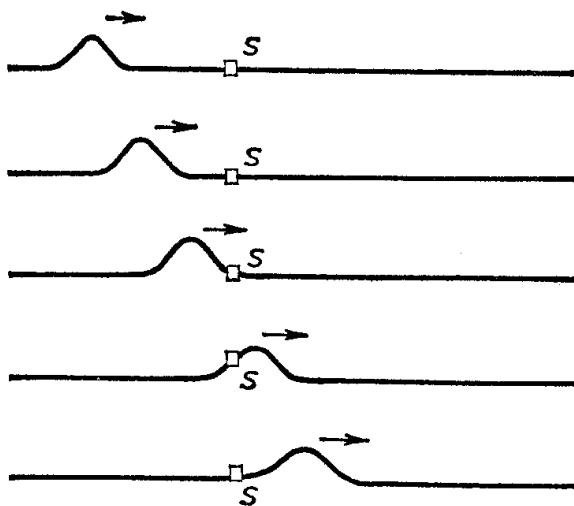


Fig. 3.1. Propagarea unei perturbații transversale.

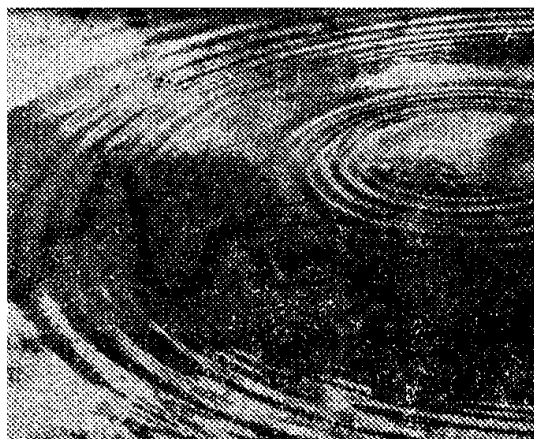


Fig. 3.2. Din punctul unde a căzut piatra perturbația se propagă pe suprafața apei sub forma unor mici valuri.

poziția de repaus și revine în aceeași poziție, deplasarea efectuându-se perpendicular pe direcția de propagare, exact ca și perturbația de la capătul corzii (fig. 3.1).

Energia transferată corzii la capătul din stînga se transmite spre capătul din dreapta.

3. O piatră căzută pe suprafața liniștită a unui lac produce o perturbație pe care o vedem apoi deplasîndu-se sub forma unor mici valuri circulare care se îndepărtează de locul în care a căzut piatra (fig. 3.2). Obiectele ușoare care plutesc pe apă sînt puse temporar într-o mișcare de ridicare și coborîre, după care corpurile rămîn aproximativ în același loc.

În toate aceste exemple **energia primită în procesul de perturbare este transferată de la un oscilator la altul fără să se producă și transport de substanță.**

Se observă că transmiterea unei perturbații nu se face instantaneu. *Este necesar un anumit interval de timp pentru ca perturbația produsă de sursă să se propage pînă într-un punct oarecare al mediului.*

3.2. UNDE ÎNTR-UN MEDIU UNIDIMENSIONAL

3.2.1. Unde transversale. Capătul unei corzi întinse este pus în oscilație mișcînd mîna în sus și în jos o singură dată. Prin această mișcare se produce o deformăție transversală pe direcția corzii care se transmite progresiv spre celălalt capăt (fig. 3.3, *a*). Propagarea acestei perturbații se face prin mișcarea fiecărei secțiuni a corzii în sus și-n jos într-o oscilație efectuată

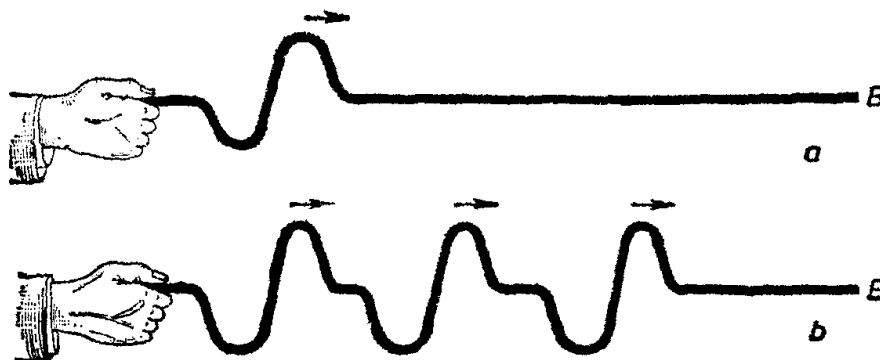


Fig. 3.3. Pe coardă se propagă o perturbație (a) și un tren de unde (b).

perpendicular pe direcția mișcării perturbației. O astfel de undă se numește *transversală*.

Dacă la intervale mici de timp sau în mod continuu repetăm oscilația de câteva ori, pe coardă se vor transmite tot atâtea perturbații succesive. Acest grup de perturbații formează un *tren de unde*. În figura 3.3, b trenul de unde este format din trei perturbații. Fiecare punct al corzii va efectua la trecerea fiecărei deformații o oscilație. Până la trecerea întregului tren de unde fiecare punct va efectua, în acest caz, trei oscilații.

Repetând continuu mișcarea mâinii în același fel ca mai sus, se formează o undă continuă care avansează spre dreapta așa cum arată figura 3.4. Frecvența cu care se mișcă fiecare punct al corzii este aceeași cu frecvența mâinii. Fiecare punct al corzii va oscila forțat continuu începând din momentul în care mișcarea oscilatorie a ajuns la el, mișcarea lui fiind întreținută de energia sursei. Un astfel de regim se numește regim permanent. Dacă oscilația din figura 3.4. este efectuată de către sursă în planul hîrtiei, atunci orice punct de pe direcția de propagare oscilează în planul hîrtiei. Afirmarea se poate dovedi experimental deplasînd de-a lungul corzii, în planul

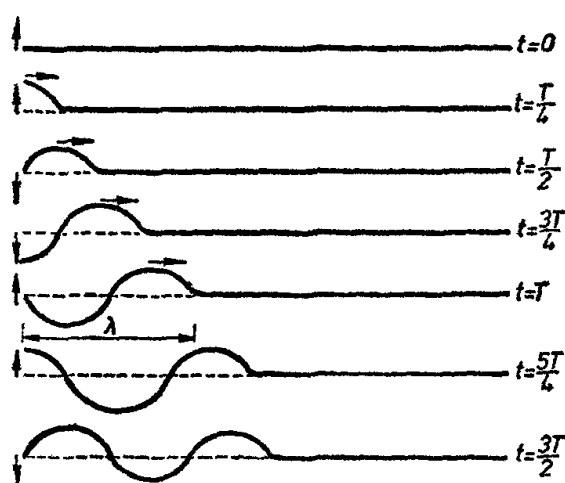


Fig. 3.4. O undă progresivă înaintează spre dreapta.

în care oscilează sursa, o deschidere (fantă) îngustă. Fanta nu împiedică desfășurarea propagării (fig. 3.5). Se spune că unda este *polarizată* în planul în care oscilează sursa (planul hîrtiei).

În figura 3.4, este arătat aspectul undei pentru diferite momente, separate la intervale de timp egale cu un sfert din perioada oscilației sursei. Pentru o perioadă a oscilației sursei mișcarea oscilatorie avansează pe

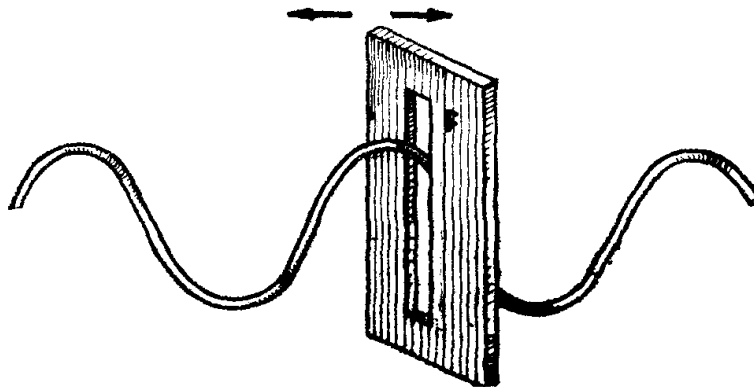


Fig. 3.5. O undă plan polarizată. Fanta F lasă punctele corzii să oscileze.

coardă pe distanța λ . Dacă propagarea se face uniform cu viteza v , atunci

$$\lambda = vT \quad (3.1)$$

sau, exprimând prin frecvență,

$$\lambda = \frac{v}{\nu} \quad (3.1')$$

λ se numește *lungime de undă* și, fiind o lungime, se măsoară în metri. Pentru exprimarea lungimii de undă când aceasta este foarte mică se utilizează angström (Å) $1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$ *. Dacă viteza nu se modifică cu timpul sau de-a lungul direcției de propagare, lungimea de undă nu se schimbă, fiind deci o caracteristică a undei în acel mediu.

Este de observat că producerea undei transversale în coardă este posibilă datorită faptului că orice parte a corzii poate antrena în ridicare și coborîre părțile adiacente. Mișcările transversale crează în coardă o solicitare de forfecare (fig. 3.6). Pe figura 3.6 sînt prezentate trei mici părți adiacente ale corzii. Mișcarea părții 2 nu se poate face fără ca aceasta să nu antreneze părțile 1 (prin forța $\vec{F}_{21}$) și 3 (prin forța $\vec{F}_{23}$) care, la rîndul lor, se opun prin forțele $\vec{F}_{12}$ și, respectiv, $\vec{F}_{32}$. Aceste legături asigură cuplajul părților 1, 2, 3. Prin acțiunea forțelor de cuplaj se produc deformări elastice în corpurile elastice. Corpul solid poate prelua aceste solicitări dar fluidele nu au această capacitate, deoarece au proprietatea de curgere, motiv pentru care *unda transversală apare numai în corpuri solide*.

Exemplu de calcul. O mișcare oscilatorie se propagă într-un mediu elastic omogen și străbate 9 900 m în 3 s. Să se calculeze: *a)* viteza de propagare a acestei mișcări; *b)* perioada; *c)* frecvența ei știind că lungimea de undă este $\lambda = 33 \text{ m}$.

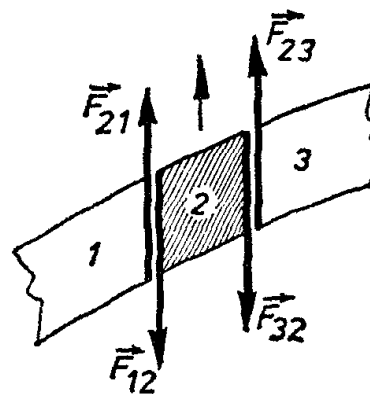


Fig. 3.6. Unda transversală implică solicitare de forfecare.

* Deoarece $1 \text{ nm (nanometru)} = 10^{-9} \text{ m}$, $1 \text{ Å} = 10^{-1} \text{ nm}$.

Rezolvare:

a) Mediul fiind omogen propagarea se face uniform cu o viteză v dată de

$$v = \frac{s}{t} = \frac{9\,900\text{ m}}{3\text{ s}} = 3\,300 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

b) Folosind relația (3.1) se scrie:

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{33\text{ m}}{3\,300\text{ m/s}} = \frac{1}{100}\text{ s}.$$

c) Frecvența se calculează din (3.1') sau direct din

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{\frac{1}{100}\text{ s}} = 100\text{ Hz}.$$

3.2.2. Un model pentru mediul elastic în care se propagă o undă transversală. Pendulele gravitaționale din figura 3.7 sînt cuplate între ele. Șirul pendulelor modelează un mediu unidimensional omogen, adică un mediu care are aceeași proprietate în orice punct. Punem în oscilație pendulul 1 dîndu-i o mișcare perpendiculară pe direcția șirului de sfere. Prin intermediul cuplajului energia oscilatorului 1 se transmite succesiv în șirul de oscilatori. Pentru mediul alcătuit din oscilatorii din șir, care la început se aflau în repaus, excitarea pendulului 1 constituie o perturbație. Acesta devine o sursă de energie, motiv pentru care pendulul 1 poate fi socotit *sursă de oscilații*. Dacă mișcarea oscilatorului sursă este menținută printr-un mijloc oarecare, mișcarea celorlalți oscilatori continuă. Fiecare oscilator execută oscilații armonice forțate sub acțiunea energiei primită de la sursă. *Frecvența oscilațiilor fiecărui pendul este aceeași cu frecvența sursei* (vezi 1.2.8) indiferent de frecvența proprie. Dar procesul de propagare nu se face instantaneu, ci în timp.

Punînd din nou în oscilație pendulul 1 din șirul de sfere aflate în repaus, putem cronometra timpul după care perturbația ajunge la un anumit pendul

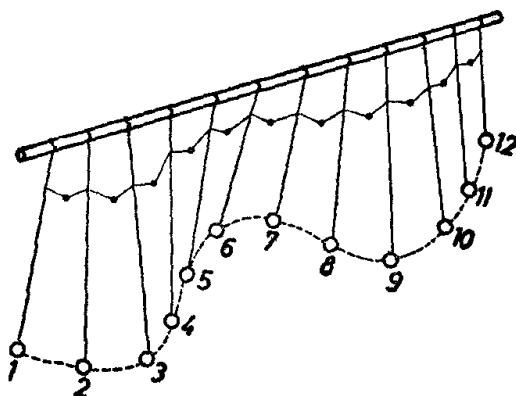


Fig. 3.7. Un model de mediu unidimensional elastic pe care se propagă o undă transversală.

aflat la o distanță oarecare de sursă. În funcție de această distanță timpul de propagare este diferit. Fiecare oscilator intră în oscilație mai târziu decît cel precedent. Rezultă că faza mișcării fiecărui oscilator diferă de a celui precedent și de a celui care urmează. Presupunem că viteza de propagare este constantă, presupunere care este rațională dacă ne gîndim că toți oscilatorii sînt de același fel, iar cuplajele identice. În timp ce perturbația avansează oscilatorii care au

început să se miște își continuă mișcarea oscilatorie armonică. Acest proces este ilustrat în figura 3.8 unde întreg lanțul de oscilatori din figura 3.7 este arătat văzut de sus. Șirul pendulelor este figurat în întregime în zece momente diferite, începînd cu momentul în care pendulul 1 este excitat și

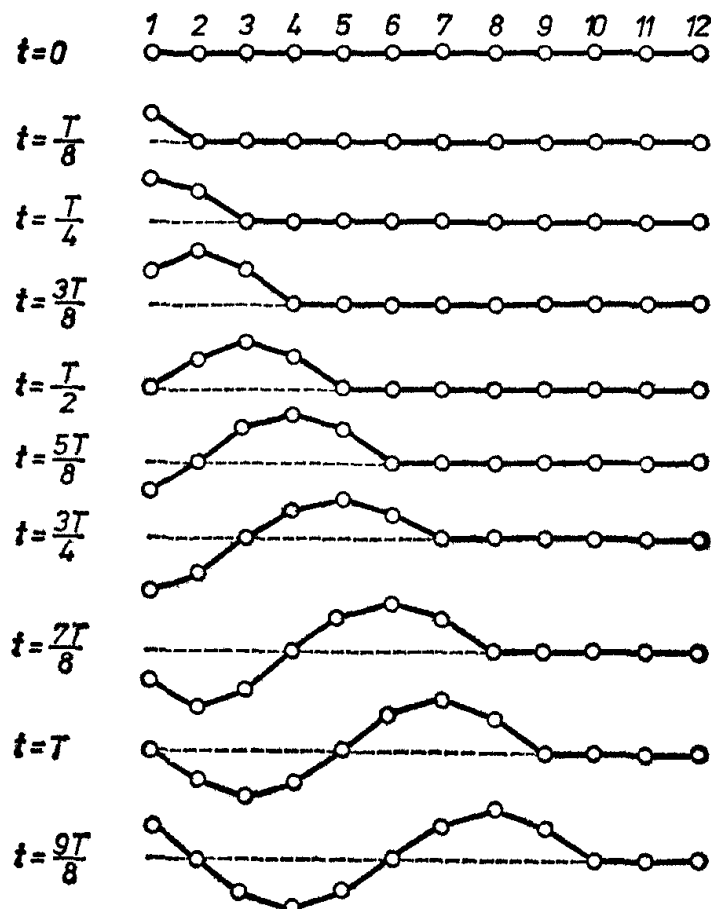


Fig. 3.8. Transmiterea unei oscilații armonice întreținute pe șirul din figura 3.7 (vedere pe un plan orizontal).

sfîrșind cu un moment după încheierea primei lui oscilații. Intervalul dintre două reprezentări succesive este $T/8$. Se observă că după încheierea unei oscilații a pendulului 1 există în șir pendule care oscilează în concordanță de fază, de exemplu 1 și 9 sau 2 și 10.

Atîta timp cît viteza rămîne constantă *distanța dintre doi oscilatori consecutivi care oscilează în fază* este constantă. Această distanță este chiar lungimea de undă λ , ceea ce motivează afirmația că această mărime este caracteristică unei unde *cînd aceasta se propagă într-un mediu omogen* (§ 3.2.1).

Se observă din relațiile (3.1 și 3.1'), ca și din descrierea procesului, că lungimea de undă este determinată de doi factori: **unul (perioada sau frecvența) care depinde de sursă și al doilea (viteza) care este legat de mediul în care se propagă unda**, de proprietățile lui elastice pentru că, în fond, viteza depinde de cuplaj.

Se dovedește teoretic și se verifică experimental că viteza v de propagare a unei unde transversale pe o coardă depinde de tensiunea T la care este supusă coarda și de masa μ a unității de lungime a corzii prin relația

$$v_t = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (3.2)$$

expresie care include numai mărimi fizice proprii corzii.

Dacă oscilația pendulului sursă nu este întreținută, procesul de amortizare este extrem de rapid, energia sursei fiind transferată șirului de oscilatori, o parte disipându-se prin frecări. Unda se stinge.

3.2.3. Unde longitudinale. În figura 3.9 sus este desenat un resort de oțel, lung și spiralat, cu spirele în repaus, echidistanțate. Putem considera resortul ca un șir de spire (oscilatori) cuplate elastic, fiecare spiră putînd oscila de-a lungul axei sale în jurul poziției de echilibru. La un capăt al resortului se scoate o spiră din poziția de echilibru, trăgînd-o și lăsînd-o apoi liberă. În felul acesta se produce o perturbație care se propagă spre celălalt capăt. Perturbația constă în punerea în mișcare a fiecărei spire, pe direcția de propagare. O astfel de undă se numește *longitudinală*.

După trecerea perturbației, datorită frecărilor cu aerul și mai ales datorită celor din interiorul spirelor, oscilația acestora se stinge rapid resortul rămînînd în repaus. Presupunem că printr-un mijloc oarecare facem ca prima spiră din capăt să fie pusă încontinuu în mișcare oscilatorie armonică.

În figura 3.9 este desenat resortul la momente diferite pentru a urmări procesul de deplasare a perturbației. Se observă că dacă pe resort se formează la momentul inițial ($t = 0$) o comprimare (spirele 1—2) aceasta se deplasează mai departe, găsind-o la momentul $\frac{T}{4}$ la spirele 2—3, la momentul $\frac{T}{2}$ la spirele 3—4 etc. În timp ce comprimarea avansează spre dreapta, fiecare

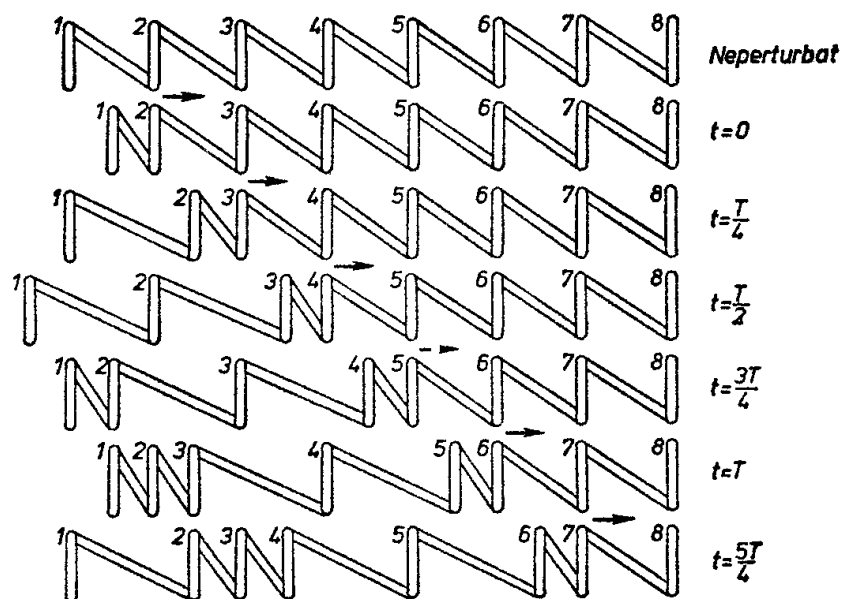


Fig. 3.9. Propagarea deformației longitudinale pe un resort lung spiralat.

spiră pusă în mișcare de perturbație continuă să oscileze în jurul poziției de echilibru. Astfel, de exemplu, spira 1 face o oscilație între $t = 0$ și T când apare o nouă comprimare care se va propaga. Există spire care oscilează în concordanță de fază cum sînt spirele 1 și 5, 2 și 6 (figura 3.9 momentul $t = \frac{5T}{4}$).

Considerînd resortul construit din același material, propagarea perturbației se face uniform cu viteza v . În intervalul de timp (T) în care spira 1, de exemplu, efectuează o oscilație, perturbația avansează pînă la spira 5 care va începe să oscileze în fază cu spira 1 (momentul $\frac{3T}{4}$). Distanța parcursă va fi egală cu vT . Întrucît toate spirele oscilează cu aceeași perioadă și deoarece propagarea se face cu aceeași viteză v , distanța dintre două spire consecutive care oscilează în fază este lungimea de undă și constituie, ca și în cazul undelor transversale, o caracteristică a undei longitudinale.

Pe toată lungimea resortului din figura 3.9 se formează regiuni în care spirele sînt mai apropiate și regiuni în care spirele sînt mai îndepărtate decît în stare neperturbată. Poziția acestor regiuni se modifică în timp, deplasîndu-se spre dreapta. Desigur, unda longitudinală nu este polarizată (dovediți experimental).

Un exemplu de undă longitudinală într-un solid este propagarea perturbației unei lovituri dată cu un ciocan la capătul unei bare, pe direcția acesteia. Comprimarea barei prin lovitură este transmisă din aproape în aproape pînă la capătul celălalt. Acest lucru poate fi verificat dacă la capătul opus celui la care se produce perturbația se pune o bilă alăturată de bara fixată rigid. Bila va fi proiectată pe direcția barei în sensul propagării perturbației.

Viteza de propagare a unei unde longitudinale este dependentă de caracteristicile mediului. Se demonstrează teoretic și se verifică experimental că expresia vitezei v_l a unei unde longitudinale este

$$v_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (3.3)$$

unde E este modulul de elasticitate, iar ρ densitatea substanței din care este alcătuit mediul.

3.2.4. Unde longitudinale într-o coloană de gaz. Presiunea coloanei de gaz aflată în tubul reprezentat în figura 3.10 este o mărime de stare a coloanei. Ne putem închipui întreaga coloană împărțită în straturi transversale subțiri. Presupunem că oscilația pistonului P începe printr-o deplasare spre dreapta, stratul vecin este împins în același sens. Aerul fiind comprimat presiunea crește față de valoarea inițială. Comprimarea se transmite stratului următor și din strat în strat mai departe. În mișcarea pistonului către stînga aerul din imediata lui apropiere se destinde, presiunea scade și ajunge sub valoarea inițială. Depresiunea creată determină mișcarea aerului din stra-

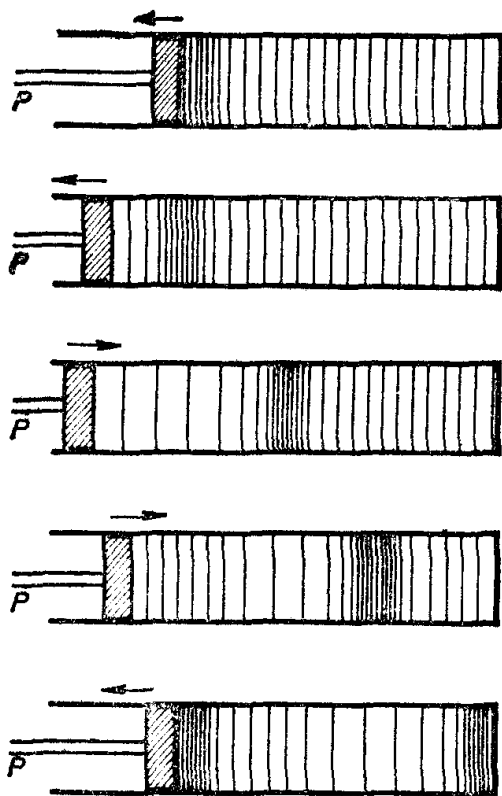


Fig. 3.10. Reprezentare schematică stratificată a unui gaz aflat într-un tub în care se propagă o undă.

jurul unei valori de echilibru. De exemplu, în cazul celui mai puternic sunet pe care îl poate suporta timpanul urechii amplitudinea variației presiunii atmosferice este $\pm 30 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$. Aceasta corespunde, la o frecvență de 1 000 Hz, la o deplasare maximă a straturilor de 10^{-3} cm. În cel mai slab sunet perceput, variația presiunii este de $\pm 2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ cu o deplasare, la 1 000 Hz, de amplitudine egală cu 10^{-9} cm. Ținând seama de faptul că presiunea atmosferică normală este de $10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ ne dăm seama de cât de sensibilă este urechea omului.

Observație. Atât în cazul unde transversale cât și al celei longitudinale viteza propagării coincide cu viteza cu care se deplasează suprafețele de fază egală. Prin aceasta se înțelege că o anumită fază care caracterizează starea unuia din oscilatorii grupului de pendule din figura 3.7, de exemplu 4 la momentul $t = \frac{3T}{8}$ (fig. 3.8), se modifică cu timpul la același oscilator (4) la momentele următoare $\frac{T}{2}, \frac{5T}{8}, \frac{3T}{4}$, dar ea este aceeași la momentele respective pentru oscilatorii următori (5, 6, 7 etc.). Din acest motiv viteza de propagare în cazurile pe care le discutăm este o viteză de propagare a fazei sau *viteză de fază*.

turile adiacente care se destind la rândul lor. Pe figura 3.10 comprimarea și dilatarea straturilor a fost figurată prin varierea grosimii lor. În timpul unei oscilații a pistonului, stratul vecin acestuia execută o mișcare oscilatorie de-a lungul direcției de propagare a perturbației. Această mișcare este reluată de toate straturile dar cu o întârziere de fază datorată timpului necesar propagării. Unda este longitudinală. Perioada oscilației fiecărui strat este aceeași cu perioada oscilației pistonului.

Straturile imaginate fiind extrem de subțiri, putem considera că presiunea la un moment dat este aceeași în tot stratul. În timpul unei oscilații complete a unui strat, valoarea presiunii oscilează în jurul valorii inițiale. Unda poate fi considerată simultan o propagare a perturbației mecanice de mișcare a straturilor sau o propagare a variației presiunii în

Exemple de calcul. 1 La capătul unei ramuri a unui diapazon așezat vertical cu ramurile în jos, se leagă un fir de lungime $l = 2$ m și de masă $m = 12$ g. De acest fir se suspendă un corp cu masa $m_1 = 960$ g. Diapazonul oscilează. Să se calculeze: *a*) viteza de propagare a undelor în fir; *b*) frecvența diapazonului dacă lungimea de undă este de 40 cm; *c*) cum se modifică viteza de propagare dacă se dublează masa corpului suspendat.

Rezolvare

a) În fir se propagă unde transversale. Viteza undelor este, conform relației (3.2) și neglijând efectul masei firului asupra tensiunii din fir,

$$v_t = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{m \cdot g}{\frac{m_1}{l}}} = \sqrt{\frac{960 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \text{ m}}{12 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}} \approx 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

b) Fiecare punct de pe undă oscilează forțat, sursa fiind diapazonul. Conform relației (3.1')

$$\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{40 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{40 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 10^2 \text{ s}^{-1} = 10^2 \text{ Hz}.$$

c) Masa corpului suspendat fiind m_1' , viteza v_t' este

$$v_t' = \sqrt{\frac{T'}{\mu}}.$$

Raportul vitezelor este:

$$\frac{v_t'}{v_t} = \sqrt{\frac{T'}{T}} = \sqrt{\frac{m_1'}{m_1}} = \sqrt{2}.$$

2. Un muncitor de la calea ferată lovește cu ciocanul capătul unei șine producând o undă longitudinală. Sunetul este auzit după 0,20 s de un al doilea muncitor care ascultă cu urechea pe șină. Ce distanță există între cei doi muncitori? Șina este din oțel cu densitatea $7\,800 \text{ kg/m}^3$ și cu modulul de elasticitate de $20 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$.

Rezolvare

Distanța poate fi calculată dacă se cunoaște viteza v_l de deplasare a perturbației. Conform relației (3.3),

$$v_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{20 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{7\,800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 5,06 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

de aici

$$d = v_l t = 5,06 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 20 \cdot 10^{-2} \text{ s} = 1\,012 \text{ m}.$$

3.3. UNDE SUPERFICIALE

În acest paragraf se va descrie formarea și propagarea perturbațiilor la suprafața apei în două cazuri: 1) când procesul se desfășoară în largul mărilor și oceanelor, adică în zone în care adâncimea este mare și 2) când undele sînt generate la suprafața unei ape puțin adînci.

1. În afara cazurilor în care valurile sînt cauzate de mișcări seismice, undele pe suprafețele mărilor și oceanelor sînt determinate de acțiunea vîntului. Aerul care se deplasează antrenează fiecare picătură de apă de la suprafață, imprimîndu-i o mișcare circulară, în sensul mișcării vîntului (fig. 3.11). Raza traiectoriei este egală chiar cu înălțimea valului. Mișcarea

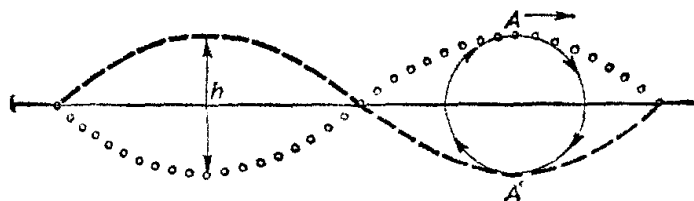


Fig. 3.11. Mișcarea unei picături A la suprafața apei în timp de o perioadă. Linia punctată arată aspectul valului cînd A este pe o creastă, iar linia întreruptă aspectul unei unde cînd A' este într-o vale.

fiecărei picături se poate descompune într-o mișcare oscilatorie pe verticală și una pe orizontală. Astfel încît, în intervalul de timp T în care picătura efectuează o rotație completă începînd din A de pe creasta valului, suprafața apei din acel punct coboară pe distanța h în prima jumătate de perioadă, ajungînd să fie la baza valului (A') și urcă în cea de-a doua jumătate de perioadă cu h redevenind creasta valului. Astfel, în decursul unei perioade, picătura oscilează sus-jos și înainte-înapoi rămînînd aproximativ în același punct. Forța de revenire este în acest caz aproape exclusiv forța gravitațională. O dovadă a realității mișcărilor descrise este faptul că pe creasta unui val, apa, în mișcare spre înainte, dă o componentă orizontală care îl împinge pe înotător în același sens. Dimpotrivă, mișcarea apei de la baza unui val dă o componentă în sens contrar care se opune înaintării înotătorului, trăgîndu-l înapoi. Aceste fapte le-a observat orice înotător în apa mării la aproximativ 30—40 m de mal. Înotătorii experimentați folosesc procesele descrise pentru a se apropia de mal cu eforturi mai mici.

De-a lungul direcției de deplasare a valului suprafața apei este la un moment dat alcătuită din picături de apă, toate aflate în mișcare circulară dar în faze diferite (fig. 3.12). Undele de larg au lungimi de undă mari. Aspectul suprafeței mării sau oceanului într-un loc se explică prin compunerea a nenumărate unde de amplitudini, faze și direcții diferite.

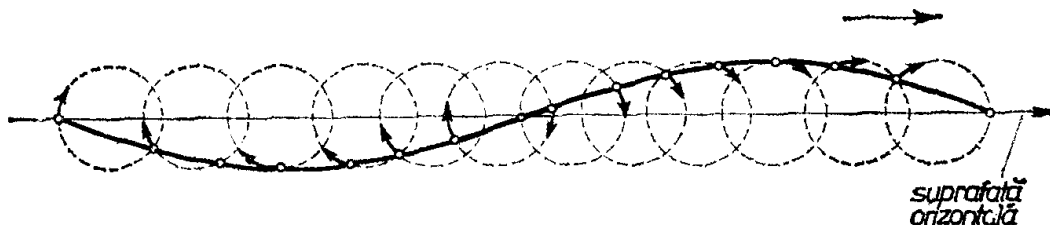


Fig. 3.12. La un moment dat, toate picăturile se află într-o mișcare circulară, dar în faze diferite. Aceasta este „fotografia” valului la un moment dat.

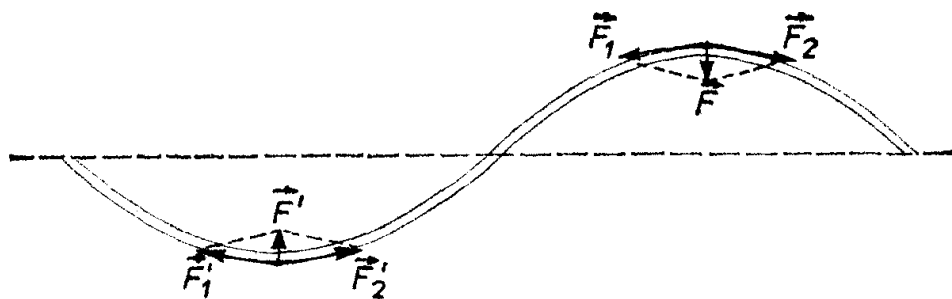


Fig. 3.13. Forța de revenire în cazul unei ape puțin adânci este aproape exclusiv datorată tensiunii superficiale.

2. În cazul undei create pe suprafața apei dintr-un bazin sau o cuvă, mecanismul de producere este diferit, forța de revenire fiind aproape exclusiv datorată tensiunii superficiale (fig. 3.13). Stratul superficial se comportă ca o membrană elastică.

Cu ajutorul aparatului din figura 3.14, numit aparat de studiat unde*, se pot produce și studia procesele de propagare a undelor superficiale de acest fel. Printr-un vibrator, se produce perturbarea stratului superficial de apă din cuva C (care are o adâncime de 2,4 cm). Perturbația se propagă sub forma unei unde de lungime de undă scurtă, de ordinul centimetrilor. În figura 3.15, a se observă o undă cu creste și văi circulare produsă de o sursă punctiformă, iar în figura 3.15, b este fotografiată o undă cu creste și văi liniare produsă de o sursă de forma unei vergele.

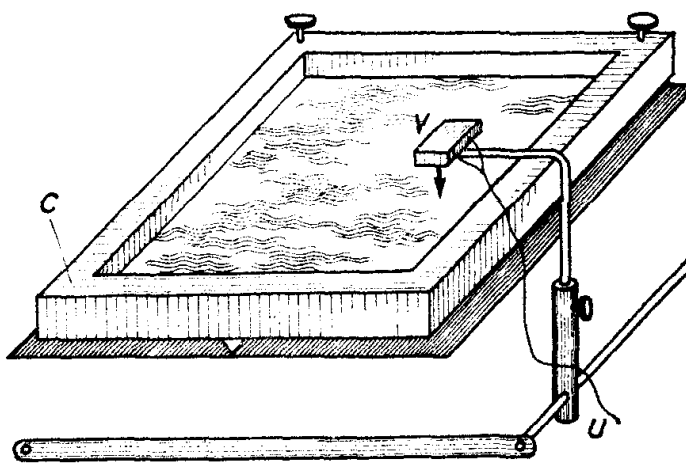


Fig. 3.14. Cuvă C și vibratorul V al aparatului de studiat unde.

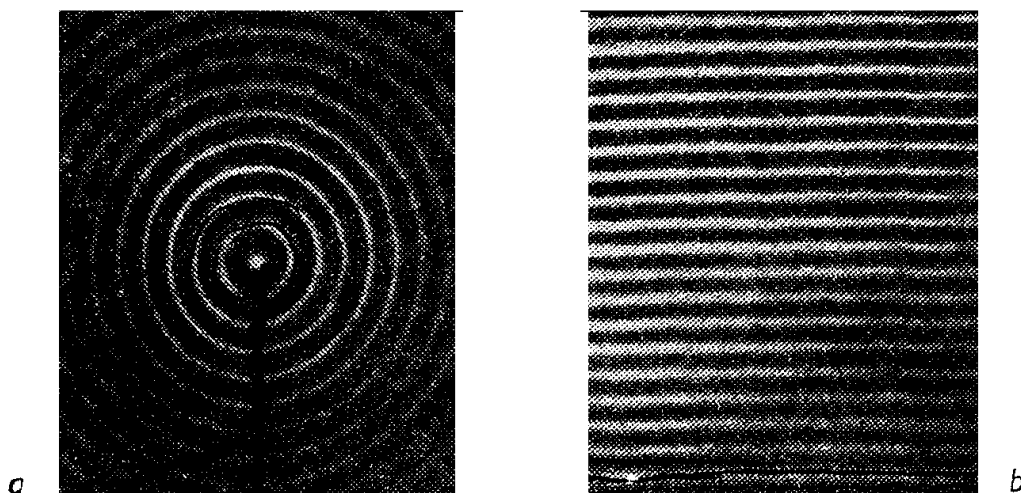


Fig. 3.15. Unde circulare (a) și liniare (b) în cuva din figura 3.14.

* Aparat „Didactica” (1977).

Suprafața lichidului poate fi considerată ca o membrană elastică pe care se propagă unde transversale de la izvorul care deformează stratul superficial într-un loc de pe suprafața apei.

3.4. SUPRAFAȚA DE UNDĂ. PRINCIPIUL LUI HUYGENS.

Considerăm o sursă de oscilații armonice care produce o undă într-un mediu material elastic. Unda se propagă în toate direcțiile punând pe rând în oscilație particulele materiale ale mediului. Mulțimea punctelor care oscilează în fază, alcătuiește o *suprafață de undă*. Există o infinitate de suprafețe de undă. O suprafață de undă are în general o formă oarecare. La un moment dat t mișcarea oscilatorie a ajuns pe fiecare direcție până la un punct aflat la o distanță oarecare de sursă. Mulțimea tuturor punctelor până la care a ajuns oscilația la momentul t alcătuiește cea mai avansată suprafață de undă care se numește *front de undă*. Toate punctele frontului de undă încep să oscileze în același moment.

Forma suprafețelor de undă depinde atât de proprietățile mediului, cât și de aspectul sursei. Pentru a simplifica explicația, în cele ce urmează vom considera mai întâi că unda se propagă într-un mediu omogen și izotrop. Așa cum am mai arătat, omogenitatea cu privire la o mărime fizică constă în însușirea mediului de a avea pentru mărimea fizică respectivă aceeași valoare în fiecare punct. Întrucât fenomenul de propagare depinde de sursă prin frecvență, și de mediu prin viteză, viteza undei pe o direcție oarecare într-un mediu omogen este constantă (E , T aceleași în tot mediul). Prin izotropia mediului cu privire la o anumită proprietate, se înțelege faptul că proprietatea considerată se manifestă în același fel pe orice direcție. Referindu-ne la propagare, rezultă că modulul vitezei undei într-un mediu omogen și izotrop este constant pe orice direcție.

În acest caz particular, dacă sursa este punctiformă sau sferică, suprafețele de undă și deci și frontul de undă sînt sfere concentrice, iar undele se numesc sferice (fig. 3.16, a). Dacă izvorul este o suprafață plană, supra-



Cristiaan Huygens (1629–1695). Fizician și astronom olandez (născut la Haga). A studiat oscilațiile pendulului și a inventat sistemul cu ancoră de autoîntreținere a mișcării oscilatorii (1657). A publicat în 1690 „Tratatul despre lumină” în care a propus ipoteza ondulatorie a luminii care avea să fie confruntată cu ipoteza corpusculară sugerată de Newton. În aceeași carte a enunțat principiul studiat în acest paragraf cu ajutorul căruia a demonstrat reflexia și refracția. A perfecționat luneta astronomică. A descoperit satelitul Titan al planetei Saturn. S-a remarcat și ca matematician cu lucrări de geometrie, algebră (logaritmi) și calcul probabilistic.

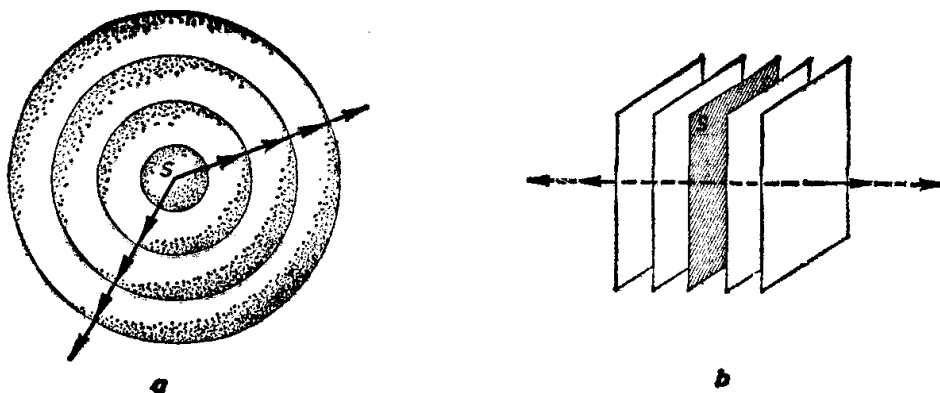


Fig. 3.16. O undă sferică (a) și una plană (b); S este sursa

fețele de undă și deci și frontul de undă sînt plane, iar unda este *plană* (fig. 3.16, b).

O dreaptă perpendiculară pe frontul de undă se numește *rază*. Raza este o dreaptă de propagare. Pe figura 3.16 sînt desenate cîteva raze, sensul de propagare fiind marcat cu săgeți.

La depărtare mare de izvor o undă sferică poate fi considerată într-un spațiu restrîns ca o undă plană, deoarece suprafața unei sfere de rază mare poate fi asimilată pe porțiuni nu prea mari cu o suprafață plană. (De exemplu, o suprafață de arie nu prea mare din suprafața Pămîntului.)

În experimentele cu unde superficiale reprezentate în figurile 3.17 și 3.18 suprafețele de undă se reduc la cercuri concentrice respectiv linii paralele.

Construcția suprafețelor de undă se poate face cu ajutorul principiului Huygens care rezultă dintr-o generalizare a faptelor experimentale. Descriem două experimente efectuate cu unde superficiale, care conduc la acest principiu.

1. Cua este despărțită în două compartimente printr-un perete în care s-a lăsat o fantă îngustă (fig. 3.17, a). În compartimentul din stînga se produc unde circulare. Cînd frontul de undă ajunge la deschizătură, unda se propagă mai departe în al doilea compartiment prin unde, de asemenea, circulare, care au aspectul undelor provenite dintr-un izvor punctiform situat chiar în fantă.

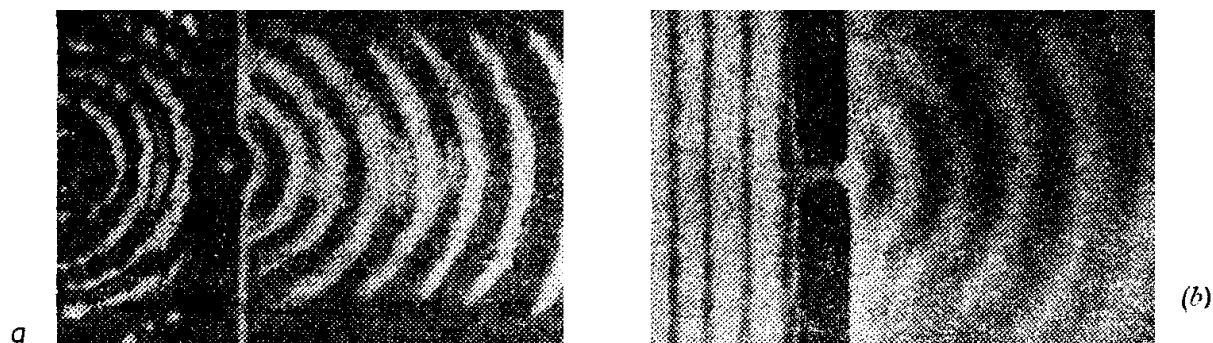


Fig. 3.17. Difrakția undelor circulare (a) și a celor liniare (b).

2. De la vibratorul în formă de bară se propagă spre fantă unde liniare. După ce frontul de undă ajunge la perete, în compartimentul din dreapta apar unde circulare provenite din deschizătură (fig. 3.17, b).

Fenomenul descris în figura 3.17 de ocolirea obstacolelor de către unde, este cunoscut sub numele de *difracție*.

Oricare ar fi forma undelor din compartimentul din stînga, aspectul undelor dincolo de fantă este același. Rolul fantei este aici exclusiv de a face să se manifeste numai efectul mișcării unei mici porțiuni din substanța aflată pe suprafețele de undă* în dreptul fantei. Această observație ne conduce la ideea că din orice punct aflat pe un front de undă pornesc într-un mediu izotrop unde circulare. Dar dacă este așa, rezultă oare prin compunerea undelor emise de punctele unui front de undă la un moment dat un alt front de undă la un moment ulterior?

Cele spuse despre frontul de undă sînt valabile pentru orice suprafață de undă.

Reluăm cele două experimente punînd în calea undelor circulare, respectiv liniare, un perete despărțitor de forma unui arc de cerc cu centrul în izvor și respectiv un perete liniar (fig. 3.18). În ambele cazuri pereții au fante echidistanțate. Se constată că în compartimentul din dreapta se propagă în primul caz tot unde circulare (fig. 3.18, a), iar în al doilea unde liniare (fig. 3.18, b). Noile unde pot fi considerate ca fiind rezultatul compunerii undelor circulare emise din fiecare fantă a pereților despărțitori, în felul arătat pentru o singură fantă în figura 3.17. Aceste unde se numesc *unde secundare*. Extinzînd rezultatul pentru unde spațiale de orice formă, ajungem la principiul lui Huygens. *Orice punct de pe o suprafață de undă poate fi considerat ca un nou centru de perturbații de la care se propagă unde secundare*.

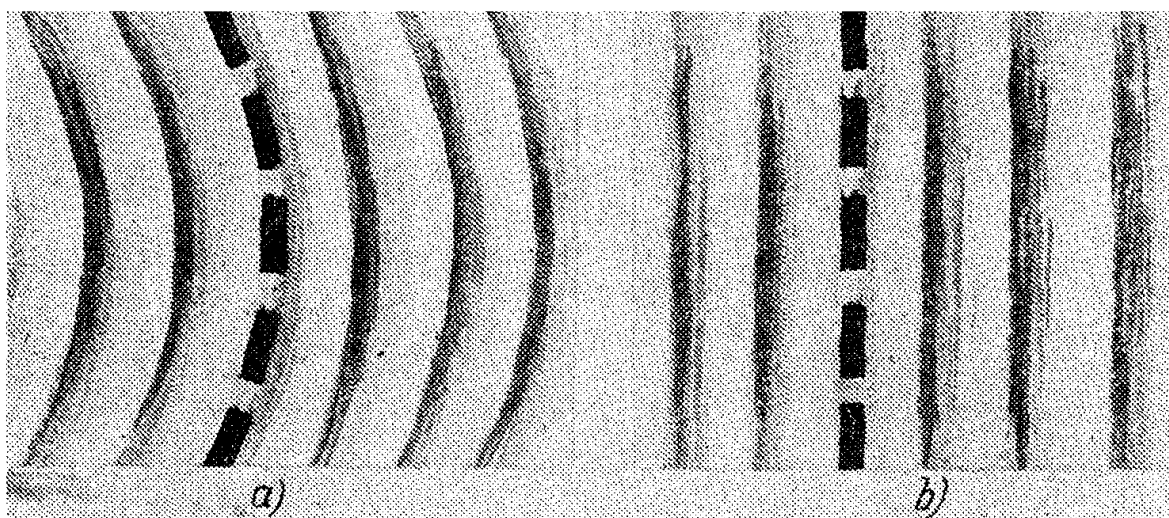


Fig. 3.18. Suprafețele de undă care pornesc de la șirul de fante sînt de aceeași formă cu suprafețele de undă care vin spre fante.

* Frontul de undă este o suprafață de undă particulară.

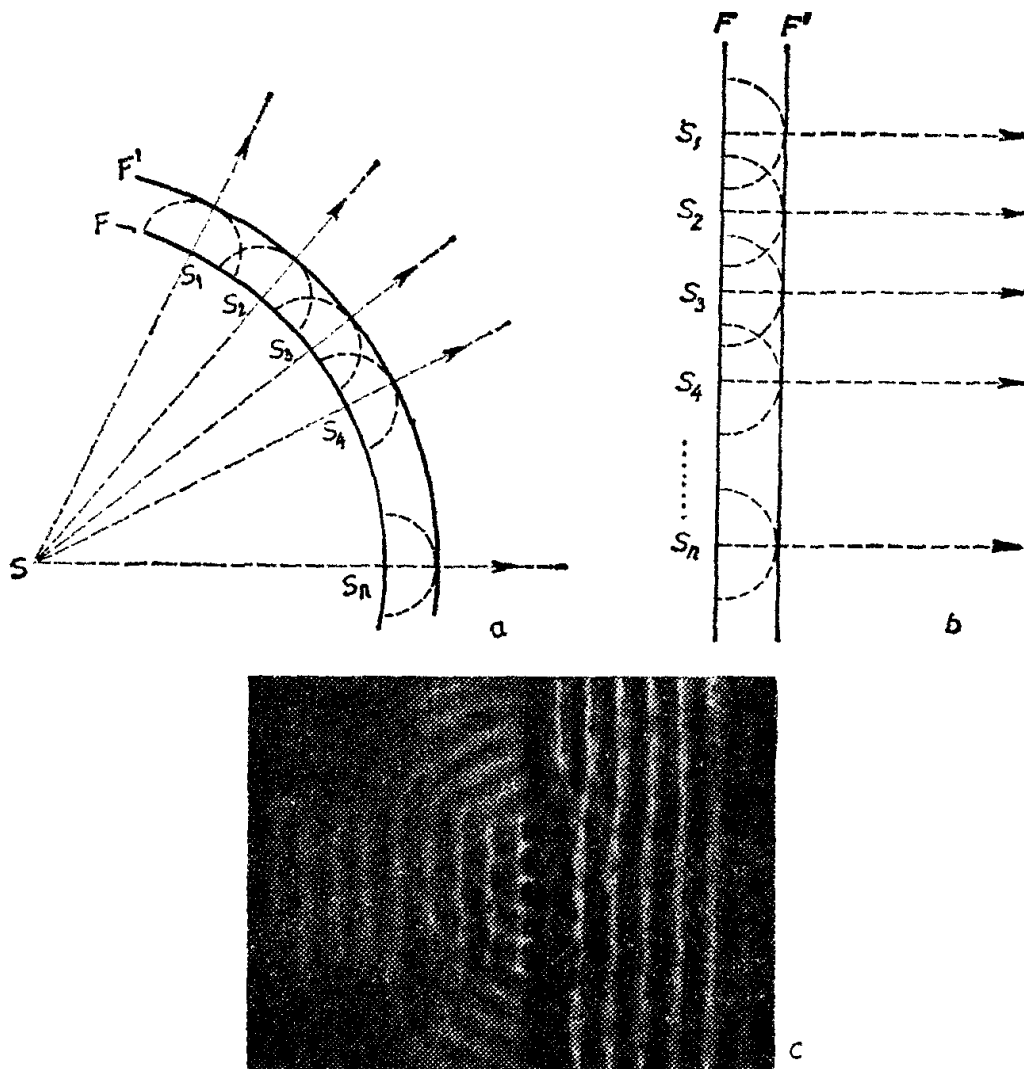


Fig. 3.19. Construcția fronturilor de undă cu ajutorul principiului lui Huygens:

a) unde circulare; b) unde liniare; c) ilustrarea experimentală a construcției în cazul b.

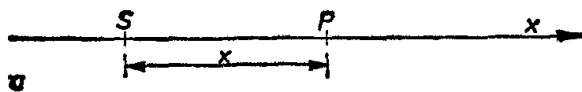
Cu ajutorul acestui principiu se poate construi orice nou front de undă pornind de la frontul de undă anterior folosind undele secundare. În figura 3.19 este arătată metoda geometrică de construcție a frontului de undă circular și liniar pentru un mediu omogen și izotrop rezultată din aplicarea principiului lui Huygens. De la izvoarele elementare $S_1, S_2, \dots, S_n$ care oscilează în fază pornesc unde secundare circulare ale căror fronturi sînt figurate. Suprafața tangentă la un moment dat tuturor acestor fronturi elementare este compusă din puncte aflate în concordanță de fază, deci ele sînt pe o suprafață de undă care, fiind cea mai avansată, este noul front de undă. În figura 3.19, c este fotografiat procesul descris în figura 3.19, b.

Suprafața sursei oscilează în fază. Este explicabil de ce forma frontului de undă și deci a tuturor suprafețelor de undă depinde, pentru un mediu omogen și izotrop, de forma sursei, fapt care a fost observat în experimentele cu aparatul de studiat unde.



3.5. ECUAȚIA UNDEI PLANE

Întrucît într-o undă plană toate suprafețele de undă sînt plane paralele, procesul de propagare a undei este descris la fel pe oricare rază. Fie Sx una din raze, S fiind un punct al sursei care emite unde armonice transversale sau



longitudinale plane (fig. 3.20, a).

Punctul S oscilează transversal sau longitudinal după legea

$$y = A \sin \omega t = A \sin \frac{2\pi}{T} t.$$

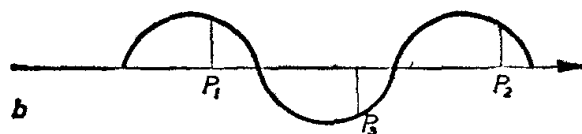


Fig. 3.20. Pentru demonstrarea ecuației undei.

După un interval de timp Δt frontul de undă plană care se propagă cu viteza de fază v în mediul elastic omogen și izo-

trop, ajunge în punctul P aflat la distanța x de S . P este excitat într-o mișcare oscilatorie armonică, avînd aceeași perioadă și amplitudine cu oscilația lui S , dar cu o întîrziere de fază față de S . La momentul t , la care punctul S al sursei are elongația dată mai sus, punctul P are elongația

$$y_P = A \sin \frac{2\pi}{T} (t - \Delta t)$$

pe care a avut-o S cu Δt secunde înainte de momentul t . Dar

$$\Delta t = \frac{x}{v}$$

astfel că

$$y_P = A \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v} \right).$$

sau înlocuind $\lambda = vT$ obținem:

$$y_P = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad (3.4)$$

Această funcție, numită impropriu *ecuația undei*, exprimă legea de mișcare a oricărui punct material de pe semidreapta Sx și, ca atare, descrie procesul de propagare în două aspecte:

1. Exprimă elongația la un moment dat t a oricărui punct de pe semidreapta Sx aflat la distanța x de sursă. În acest fel, pentru un t dat expresia (3.4) dă imaginea spațială a punctelor de pe raza Sx . Se observă o caracteristică subliniată la pagina 115, *periodicitatea spațială*. Scriind condiția ca la momentul t , două puncte P_1 și P_2 să oscileze în fază (fig. 3.20, b), obținem:

$$2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_{P_1}}{\lambda} \right) = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_{P_2}}{\lambda} \right) + 2k\pi \text{ unde } k \in \{Z - 0\}.$$

Rezultă: $x_{P_2} = x_{P_1} + k\lambda$ sau $x_{P_2} - x_{P_1} = k\lambda$

adică punctele aflate în concordanță de fază sînt la diferențe de drum egale cu un multiplu întreg al lungimii de undă.

Condiția ca punctele de pe direcția de propagare să oscileze în opoziție de fază este ca (fig. 3.20, b)

$$2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_{P_1}}{\lambda} \right) = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_{P_2}}{\lambda} \right) + (2k+1)\pi$$

sau

$$x_{P_2} - x_{P_1} = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$$

condiție realizată de punctele pentru care diferențele de drum sînt un multiplu impar de $\frac{\lambda}{2}$.

2. Pentru un punct dat (un x dat) funcția (3.4) dă legea lui de mișcare.

Exemplu de calcul. O sursă de unde plane oscilează după relația

$$y = 3 \cdot 10^{-1} \sin \frac{\pi}{9} t.$$

Dacă viteza v de propagare a undelor este de 2 m/s: a) să se scrie ecuația undei; b) să se afle diferența de fază între oscilațiile particulelor M și N aflate la distanța de 3 m, respectiv 4 m de sursă.

Rezolvare:

a) Ecuația undei este relația (3.4)

$$y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right).$$

Comparînd legea de oscilație a sursei cu forma generală (1.3) observăm că $\omega = \frac{\pi}{9} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, de unde $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{9}} = 18$ (s) ceea ce permite calcularea lungimii

de undă:

$$\lambda = vT = 2 \text{ m/s} \cdot 18 \text{ s} = 36 \text{ m}.$$

Cu acestea ecuația undei este:

$$y = 3 \cdot 10^{-1} \sin 2\pi \left(\frac{t}{18} - \frac{x}{36} \right)$$

sau

$$y = 3 \cdot 10^{-1} \sin \pi \left(\frac{t}{9} - \frac{x}{18} \right).$$

b) Punctele M și N oscilează după legile

$$y_M = 3 \cdot 10^{-1} \sin \pi \left(\frac{t}{9} - \frac{3}{18} \right); \quad y_N = 3 \cdot 10^{-1} \sin \pi \left(\frac{t}{9} - \frac{4}{18} \right).$$

Diferența de fază fiind

$$\pi \left(\frac{t}{9} - \frac{3}{18} \right) - \pi \left(\frac{t}{9} - \frac{4}{18} \right) = \frac{\pi}{18} \text{ (rad)}.$$



3.6. ENERGIA TRANSFERATĂ ÎN PROCESUL DE PROPAGARE

În cele ce urmează vom considera că sursa de oscilații funcționează în regim permanent, adică transferă continuu în mediul înconjurător, omogen și izotrop, aceeași energie în unitatea de timp (are o putere constantă).

Dacă E este energia emisă în timpul t de totalitatea punctelor care compun sursa, cîtul

$$P = \frac{E}{t} = \Phi \quad (3.5)$$

definește *puterea emisă de sursă* sau *fluxul de energie* emis. Fluxul de energie se măsoară în watti.

Dăm un exemplu pentru a aprecia ordinul de mărime al fluxului de energie al unei surse. Un om, vorbind normal, emite un flux de 10^{-5} W, iar dacă strigă emite un flux de $3 \cdot 10^{-2}$ W. Dacă toți oamenii dintr-un oraș ca Bucureștiul ar vorbi simultan, puterea emisă, considerînd populația capitalei noastre de 2 000 000 locuitori, ar fi de $2 \cdot 10^6 \cdot 10^{-5}$ W = 20 W, putere necesară pentru funcționarea a două becuri de pom de iarnă!

Energia emisă de sursă se transferă în întreg mediul. Puterea transferată printr-o suprafață oarecare așezată la o anumită depărtare de sursă descrie procesul de transfer energetic prin acea suprafață. Puterea transferată poartă, în acest caz, același nume — de *flux de energie* prin acea suprafață. Cîtul între fluxul de energie P și aria A a suprafeței perpendiculare pe direcția de propagare prin care este transferată energia,

$$I = \frac{P}{A} \quad (3.6)$$

definește *densitatea de flux de energie*, sau *intensitatea* I , măsurată în watt/m². Intensitatea minimă necesară perceperii unui sunet este de $10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$. Raportate

la această intensitate, în tabelul următor sînt date cîteva intensități relative:

Pragul de audibilitate	1	
Respirația normală	10	
Conversație normală	10 ⁶	
Traficul unui bulevard	10 ⁷	
Aspiratorul de praf	10 ⁸	
Avion clasic la decolare	10 ¹²	} Senzație dureroasă și, începînd cu 10 ¹³ , periculoasă
Avion cu reacție la decolare	10 ¹⁵	
Racheta la lansare	10 ¹⁷	

Întrucît energia transferată printr-o porțiune a unei suprafețe de undă este o însumare a energiei tuturor oscilatorilor de pe această suprafață de

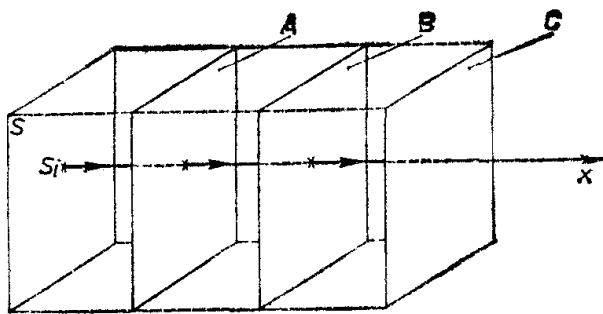


Fig. 3.21. Intensitatea unei plane este aceeași pe suprafețele A, B, C.

undă, rezultă ținând seama de (3.6) că densitatea de energie este direct proporțională cu pătratul amplitudinii oscilatorilor de pe această porțiune

$$I \sim A^2 \quad (3.7)$$

Vom analiza modul cum se face transferul energetic în două cazuri.

1) *Unda plană*. Dat fiind faptul că unda este plană, considerăm suprafața plană S, conținând surse care oscilează toate permanent, în fază, cu aceeași frecvență și amplitudine (fig. 3.21).

Pe o dreaptă perpendiculară pe frontul de undă oscilația este determinată de izvorul corespunzător din planul sursei. Sursa este deci alcătuită din mulțimea tuturor acestor surse elementare punctiforme. Fie $S_i x$ o rază care pornește din sursa elementară S_i unul din oscilatorii componenți ai sursei care oscilează armonic și care își păstrează constantă energia (relația (1.12))

$$E_i = 2\pi^2 m A^2 \nu^2.$$

Sursa transferă încontinuu energie șirului de oscilatori de pe semidreapta $S_i x$, primind în schimb energie de la un alt sistem. Întrucât mediul este considerat nedisipativ și omogen, fiecare oscilator din șir are aceeași amplitudine ca S_i . Amplitudinea tuturor oscilatorilor de-a lungul lui $S_i x$ este egală. Aceasta justifică reprezentarea undei ca în figura 3.22 în care toate punctele care la momentul reprezentării și-au atins amplitudinea, au amplitudini egale. Acest proces se produce identic pe oricare din dreptele de propagare $S_i x$. Dacă energia sursei ar fi mai mare și amplitudinea fiecărui oscilator de pe direcția $S_i x$ ar fi mai mare.

În cazul unei plane, transferul energetic se face numai pe direcția perpendiculară pe sursă, într-un paralelipiped drept cu baza în planul sursei. Din aceste motive intensitatea este $I = \frac{P}{A}$, aceeași pe suprafețele

A, B, C, de arie A perpendiculare pe raza $S_i x$ (fig. 3.21).

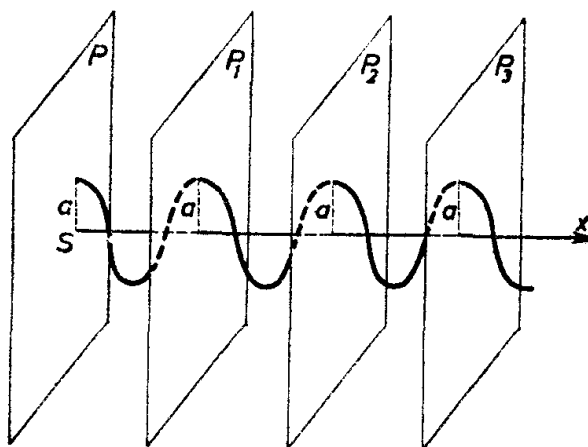


Fig. 3.22. În cazul ideal, amplitudinea oscilatorilor de pe diferite suprafețe de undă este aceeași în cazul unei plane.

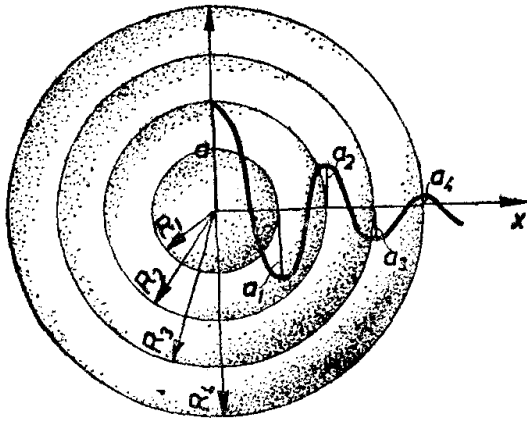


Fig. 3.23. Amplitudinea oscilațiilor de pe o rază a unei unde sferice descrește cu distanța.

2. **Unda sferică.** Sursa punctiformă transferă energie în toate direcțiile. Mediul fiind omogen și izotrop, suprafețele de undă sînt sfere cu centrul în sursă (fig. 3.23). Fluxul de energie constant emis de sursă este transmis prin suprafețe de rază din ce în ce mai mare. Astfel, chiar într-un mediu nedisipativ densitatea de energie este la distanțe mai mari din ce în ce mai mică. Să considerăm două sfere de raze R_1 și R_2 ($R_2 > R_1$) și fie P fluxul de energie emis de sursă. Intensitățile vor fi:

$$I_1 = \frac{P}{4\pi R_1^2} \text{ și } I_2 = \frac{P}{4\pi R_2^2}. \text{ Deci } I_1 > I_2. \text{ Sau, făcînd raportul lor:}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2}. \quad (3.8)$$

Exemplu. Într-o sală de formă semisferică, avînd raza de 20 m, pentru o bună audiție pînă la pereți se consideră necesară o intensitate de 10^{-6} W/m^2 . Pentru aceasta un conferențiar aflat în centru trebuie să emită o putere

$$P = I \cdot S = \frac{I \cdot 4\pi r^2}{2} = 2\pi r^2 I = 2 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 10^2 \cdot 10^{-6} = 25,12 \cdot 10^{-4} \text{ W}$$

adică de 2,5 ori mai mult decît fluxul de energie emis într-o conversație normală. Dacă sala ar avea raza de două ori mai mare, intensitatea la marginea ei ar fi de patru ori mai mică și ar fi necesară o instalație de amplificare.

Ținînd seama de relația (3.7) $I \sim A^2$, egalitatea 3.8 se poate scrie:

$$\frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} \text{ sau} \quad \frac{A_1}{A_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad (3.9)$$

Se observă că amplitudinea oscilațiilor de-a lungul unei raze scade cu distanța. Dacă s-ar reprezenta la un moment dat unda, pe raza Sx imaginea s-ar prezenta ca în figura 3.23 unde se observă descreșterea amplitudinii în funcție de distanță, după relația (3.9). Pe o rază oarecare unda se amortizează cu distanța, la început destul de rapid apoi mai lent. Această constatare nu trebuie să ne mire, deoarece cu cît raza suprafeței de undă e mai mare, cu atît mai mult ea poate fi asimilată, pe porțiuni mici cu un plan.

Descreșterea amplitudinii este vizibilă la undele de pe suprafața apei, unde valurile concentrice mai îndepărtate de sursă au creste mai mici (fig. 3.2).

3.7. PROPAGAREA UNDELOR LA SUPRAFAȚA DE SEPARAȚIE DINTRE DOUĂ MEDII OMOGENE

În paragrafele precedente s-a studiat propagarea unei perturbații într-un mediu omogen. În următoarele două paragrafe se cercetează procesul de propagare în locuri de discontinuitate adică în locuri în care proprietățile mediului se schimbă brusc.

3.7.1. Reflexia și transmiterea unei perturbații pe un fir și pe un resort.

Experiment. a) În figura 3.24 este prezentată — la momente diferite — o perturbație care se propagă într-un mediu alcătuit din două corzi: una subțire, iar alta groasă înnodate în N . Producem o oscilație transversală la capătul S din stînga (fig. 3.24, a). Perturbația se propagă de la izvorul S spre dreapta pînă la nod, de unde se observă o perturbație care se deplasează înapoi spre stînga și alta care se *transmite* în continuare spre dreapta (fig. 3.24, b).

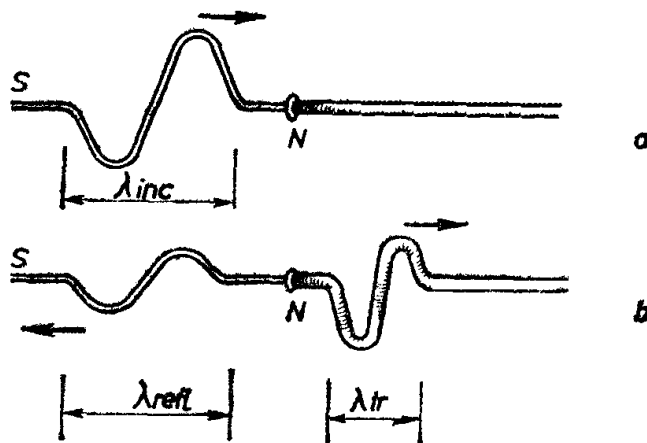


Fig. 3.24. Reflexia și transmisia unei perturbații pe un fir la trecerea printr-un punct de discontinuitate a densității.

Întoarcerea perturbației în mediul în care s-a propagat la întâlnirea unui alt mediu se numește *reflexie*.

b) În figura 3.25 sînt prezentate două resoarte de construcție diferită legate între ele în N . Perturbația longitudinală produsă la unul din capete (S) care avansează pînă la punctul N se desparte în două perturbații, una care se *reflectă*, iar alta care se *transmite*.

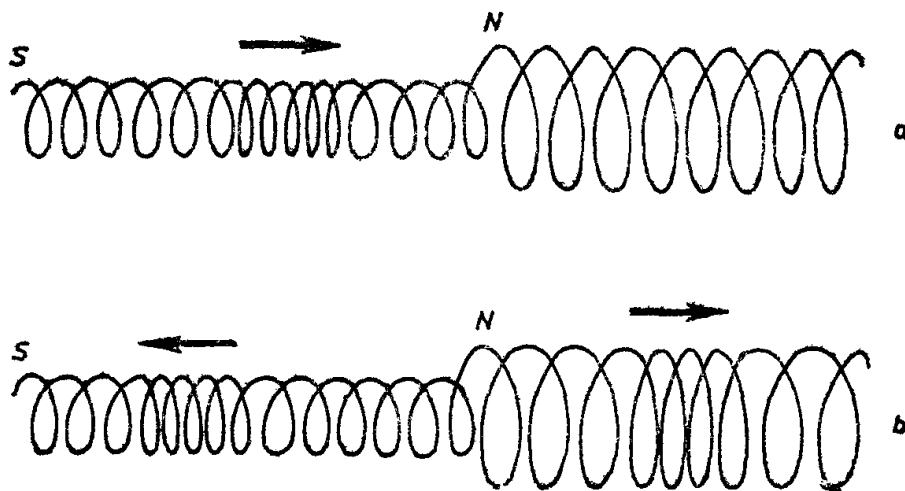


Fig. 3.25. Reflexia și transmisia pe un resort.

Perturbația care avansează de la izvorul S spre punctul N se numește *incidentă*, iar cea care se deplasează de la nodul N spre izvor se numește *reflectată*.

Reluăm experiențele provocând oscilația la capătul din dreapta. Se observă că exact în același loc N are loc separarea semnalului incident în două perturbații, una reflectată, cealaltă transmisă. *Fenomenul observat este deci caracteristic propagării undei în locul de separare dintre cele două corzi sau dintre cele două resoarte.*

Ne fixăm atenția asupra acestui proces observînd: 1) amplitudinile, 2) lungimile de undă și 3) aspectul perturbației incidente, reflectate și transmise. Experimentăm cu unde transversale, deoarece în acest caz fenomenul este mai ușor de urmărit. Reluăm experimentul din figura 3.24. Se observă că:

1) *Amplitudinea* undei reflectate sau a celei transmise este mai mică decît amplitudinea undei incidente.

2) *Lungimea de undă* a perturbației reflectate este egală cu lungimea de undă a perturbației incidente; lungimea de undă a perturbației transmise este mai mică decît ale acestora.

3) Perturbația incidentă care avansează cu o buclă în sus se întoarce cu o buclă în jos.

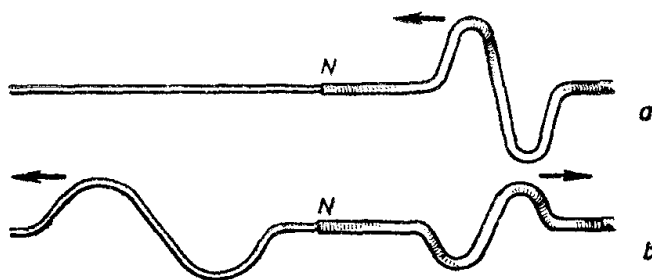


Fig. 3.26. Același proces ca în figura 3.24 în cazul în care sensul de propagare este invers.

Refacem experimentul producînd perturbația la capătul din dreapta (fig. 3.26). Se observă că:

1) *Amplitudinile* undei reflectate și transmise sînt mai mici decît amplitudinile undei incidente.

2) *Lungimea de undă* a undei transmise în coarda subțire este mai mare decît lungimea de undă a perturbației incidente și reflectate.

3) Perturbația reflectată avansează cu o buclă în sus ca și cea incidentă. Ce explicație dăm celor observate?

1. Perturbația incidentă pune în oscilație nodul N care constituie o sursă de oscilație pentru punctele ambelor medii. Exceptînd pierderile, și aplicînd legea conservării energiei, suma energiilor transmise prin perturbațiile care pornesc din N , cea reflectată și cea transmisă, este egală cu energia perturbației incidente. Din acest motiv amplitudinile perturbațiilor reflectate sau ale celor transmise sînt mai mici decît amplitudinea perturbației incidente.

2. Întrucît perioada T a punctelor puse în oscilație în ambele medii este aceeași, putem scrie, notînd cu λ_1 , v_1 și λ_2 , v_2 lungimile de undă și vitezele perturbațiilor în coarda subțire, respectiv coarda groasă,

$$\lambda_1 = v_1 T \quad \text{și} \quad \lambda_2 = v_2 T.$$

Făcînd raportul, se obține:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad (3.10)$$

și deoarece $v_1 > v_2$, rezultă $\lambda_1 > \lambda_2$.

3. Pentru a explica modul diferit de reflexie observat în cazul în care unda ajunge la punctul care desparte mediul în care s-a propagat de un mediu mai dens (fig. 3.24, b) sau de unul mai puțin dens (fig. 3.26, b) vom recurge la două experimente care simplifică lucrurile eliminînd transmisia.

În figura 3.27 este desenat un fir fixat la un capăt de un suport *perfect rigid*. Perturbația care ajunge la suport exercită o forță asupra acestuia încercînd să-l ridice. La rîndu-i suportul fiind fix exercită o forță opusă (conform legii a III-a a dinamicii) și produce o perturbație în jos care începe să se propage înapoi. Semnalul venit cu o buclă în sus se întoarce cu o buclă în jos. Un punct oarecare *A* la care ajunge frontul undei reflectate își începe mișcarea într-un sens contrar sensului în care a început să se miște cînd a fost atins de frontul undei incidente (momentele *a* și *f*). Se spune că reflexia pe suportul perfect rigid s-a făcut cu o schimbare de fază de π radiani (180°).

În figura 3.28 este desenată aceeași coardă prinsă de o culisă mică putînd aluneca fără frecare pe o vergea. Unda avansează în același mod ca

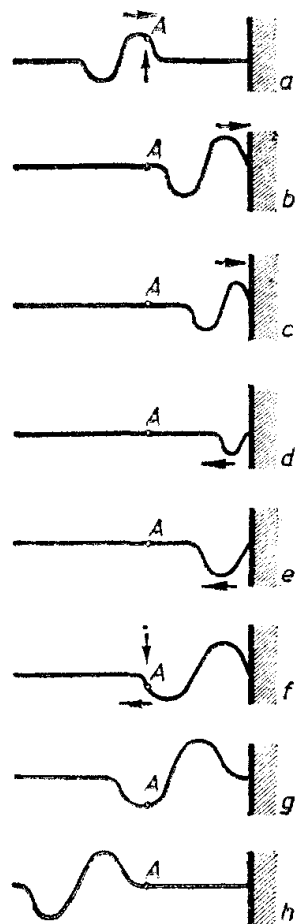


Fig. 3.27. Reflexia pe un perete perfect rigid.

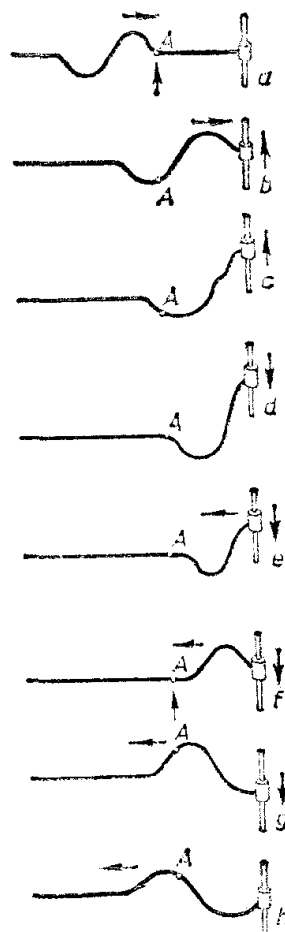


Fig. 3.28. Reflexia pe un mediu perfect mobil.

în figura 3.27. Când perturbația ajunge la culisă, aceasta este ridicată fără restricții într-o mișcare oscilatorie ceea ce produce o perturbație de același tip, care se propagă ca undă reflectată începând cu o buclă în sus, ca și unda incidentă, oricare punct A își începe oscilația în același sens când frontul incident sau reflectat a ajuns în acel loc (momentele a și f).

3.7.2. Reflexia și refracția undelor. Vom studia experimental aceste procese la undele superficiale transversale.

a) Reflexia. În cuva din figura 3.14 se produc unde cu un front liniar. Punind un obstacol în calea undelor se obține fenomenul de reflexie, undele emise de izvor revenind în mediul în care s-au propagat la incidența cu peretele P care constituie un mediu cu alte caracteristici decât apa (fig. 3.29). Se observă că direcția de propagare SI a undei incidente se schimbă devenind IR . Se poate studia experimental modul cum se schimbă direcția frontului de undă după reflexie (vezi exercițiul 7). Se construiește perpendiculara NI pe peretele P în punctul de incidență. Unghiul $\widehat{SIN} = \hat{i}$ se numește *unghi de incidență*, iar $\widehat{NIR} = \hat{r}$ se numește *unghi de reflexie* (fig. 3.29, b).

b) Refracția. La același aparat, modificând adâncimea unei părți prin așezarea pe fundul cuvei a unei plăci, schimbăm caracteristicile mediului, deoarece viteza undelor în regiunea mai puțin adâncă este mai mică. Fotografia 3.30, a , arată rezultatul efectuării unui astfel de experiment. Direcția undelor incidente SI se modifică la trecerea liniei care marchează separarea celor două regiuni. Noua direcție este IR (fig. 3.30, b).

Schimbarea direcției de propagare a undei la suprafața de separație între două regiuni în care viteza de propagare este diferită se numește

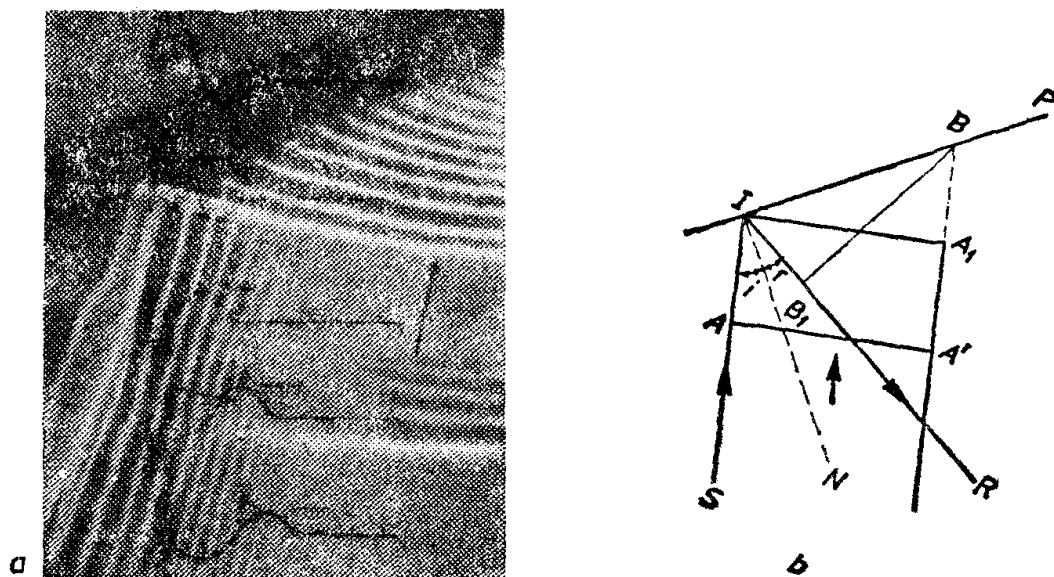
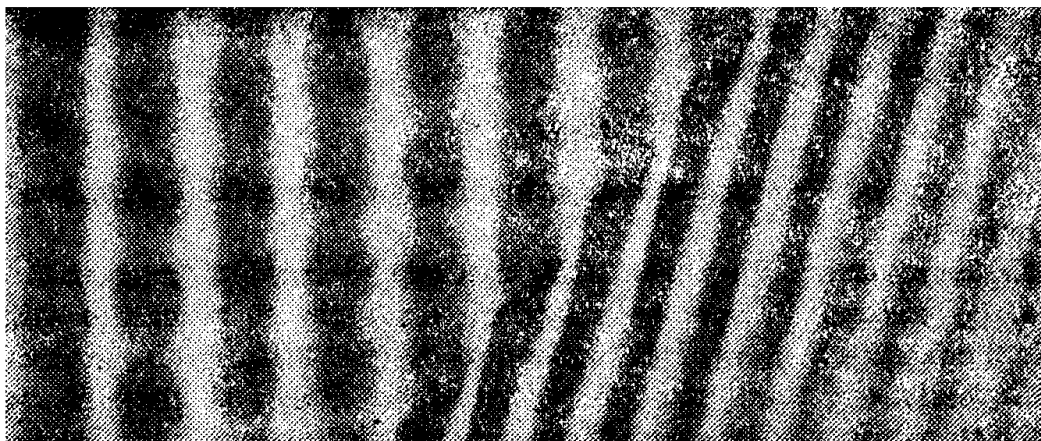


Fig. 3.29. Reflexia undelor superficiale liniare:
a) fotografie în cuvă; b) schema corespunzătoare situației din a).



a

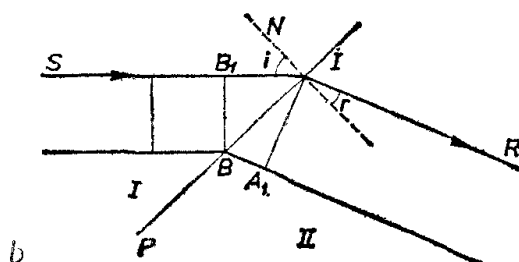


Fig. 3.30. Refracția undelor superficiale liniare:
a) fotografie în cuvă; b) schema corespunzătoare situației din a).

refracție. Unghiul $\hat{r}$ se numește *unghi de refracție*. Se observă că unghiul de refracție este mai mic decât unghiul de incidență $\widehat{SIN}$. Concomitent se constată micșorarea lungimii de undă.

Observație. Cele două fenomene, reflexia și refracția, se produc simultan. Acest fapt poate fi observat privind cu multă atenție figura 3.30, a pe care în mediul unei incidente se observă, mai slab, și suprafețele unei reflectate.

3.7.3. Legile reflexiei și refracției. Vom demonstra legile reflexiei și refracției pentru cazul unei plane pornind de la principiul lui Huygens.

a) *Legea reflexiei.* Considerăm o porțiune a frontului de undă plan AA' care avansează cu viteza v pe direcția SI către suprafața de separație P pe care o atinge la un moment dat t_1 (fig. 3.29, b). În acest moment poziția frontului este IA_1 și de la fiecare punct al frontului care va atinge suprafața P vor porni unde secundare care se vor propaga înapoi în același mediu. În intervalul de timp, începând cu momentul t_1 și sfârșind cu t_2 în care ultimele puncte ale frontului IA_1 au luat contact cu peretele, undele secundare produse succesiv de toate punctele dintre I și B se propagă de la perete înapoi în mediul din care au venit.

Suprafața tangentă fronturilor de undă ale tuturor acestor unde secundare formează noul front de undă B_1B care se deplasează pe direcția IR .

Se observă că triunghiurile dreptunghice IA_1B și BB_1I sînt egale avînd IB comună, iar $A_1B = IB_1 = v(t_2 - t_1)$. Rezultă $\sphericalangle A_1IB = \sphericalangle B_1BI$, sau

observînd că $\sphericalangle A_1IB = i$, iar $\sphericalangle B_1BI = r$, rezultă egalitatea unghiurilor de reflexie  i de inciden  :

$$\hat{i} = \hat{r}. \quad (3.11)$$

Este tocmai ceea ce se constata  experimental pe figura 3.29, *a*, m sur nd aceste unghiuri.

b) *Legea refrac iei*. Por iunea BB_1 a frontului incident avansează cu viteza v_1 pe direcția SI spre suprafața de separație P , pe care o atinge în B la momentul t_1  i în I la momentul t_2 (fig. 3.30, *b*).  n intervalul $t_2 - t_1$, succesiv din toate punctele situate între B  i I se propagă unde secundare cu viteza v_2 . Tangenta tuturor fronturilor acestor unde formează frontul undei refractate care la momentul t_2 ocupă poziția A_1I . Din triunghiurile BB_1I  i BA_1I calculăm $\sin B_1BI = \frac{B_1I}{BI} = \frac{v_1(t_2 - t_1)}{BI}$  i $\sin BIA_1 = \frac{BA_1}{BI} = \frac{v_2(t_2 - t_1)}{BI}$. F c nd raportul, simplific nd  i observ nd că $\sphericalangle B_1BI = \sphericalangle i$ (unghiul de inciden  ), iar $\sphericalangle BIA_1 = \sphericalangle r$ (unghiul de refracție) se obține legea refrac iei

$$n_{21} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} \quad (3.10')$$

unde n_{21} se numește *indice de refracție* al mediului 2 fa   de 1. Direcția de propagare se apropie de normală dacă $v_2 < v_1$  i se depărtează de ea dacă $v_2 > v_1$. Să observăm că folosind relația între lungimea de undă, viteză  i perioadă, legea (3.10') se scrie:

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}. \quad (3.10'')$$

Observăm că relațiile (3.10)  i (3.10') sînt identice (a se vedea exemplul de calcul următor).

Dacă unda trece din mediul II în mediul I există o valoare i_l a unghiului

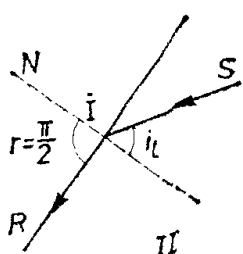


Fig. 3.31. Reflexia totală.

de inciden   pentru care avem $\sin r = \sin \frac{\pi}{2} = 1$ (fig. 3.31).  n acest caz relația (3.10') se scrie:

$$n_{12} = \frac{\sin i_l}{1} = \frac{v_1}{v_2}$$

iar i_l se numește *unghi limită*. Toată energia undei incidente trece în unda reflectată; nu există refracție. Fenomenul se numește *reflexie totală*.

Exemplu de calcul. Undele produse într-o cuvă cu apă trec dintr-o regiune mai puțin adincă în una mai adincă  i se refractă. Unghiul de inciden   este de 19° , iar cel de refracție este de 30° .

- Care este raportul vitezelor în cele două regiuni (medii)?
- Care este raportul lungimilor de undă în cele două medii?
- Sub ce unghi de inciden   trebuie trimise undele din mediul mai puțin ad nc pentru ca să aibă loc reflexia totală?

Rezolvare:

a) Refracția se face după legea (3.10')

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}$$

sau, înlocuind cu datele din enunț, și notînd cu v_P și v_A vitezele în regiunea puțin adîncă, respectiv adîncă se obține:

$$\frac{\sin 19^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{v_P}{v_A} = \frac{2}{3}.$$

b) Folosind (3.10'') se obține raportul dintre lungimile de undă în regiunile puțin adîncă și adîncă:

$$\frac{v_P}{v_A} = \frac{\lambda_P}{\lambda_A} = \frac{2}{3}.$$

c) Condiția de reflexie totală este:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin 90^\circ} = \frac{2}{3}, \text{ de unde } \alpha = 42^\circ$$

unghiul α este unghi limită.



EXTINDERE ÎN FIZICĂ

3.8. INTERFERENȚA UNDELOR

3.8.1. Interferența undelor transmise pe un fir elastic. De-a lungul firului AB din figura 3.32,a începe la un moment dat să se propage o perturbare armonică transversală provocată de oscilația lamei electrice a vibratorului electric V. Frontul de undă ajuns la capătul B se reflectă întorcîndu-se către A. Cele două unde, cea directă și cea reflectată se suprapun în fiecare punct a firului. Aceste unde au într-un punct aceeași frecvență și diferența de fază constantă în timp. Prima afirmație este evidentă, deoarece cele două unde provin de la același izvor. A doua afirmație trebuie demonstrată.

Pînă în punctul P, unda incidentă și cea reflectată, care se suprapun la momentul t au parcurs drumul $AP = x_1$ și, respectiv, $AB + BP = x_2$ (fig. 3.32,b). Diferența de drum este:

$$x_2 - x_1 = AP + PB + BP - AP = 2PB = 2x.$$

fiind distanța PB.

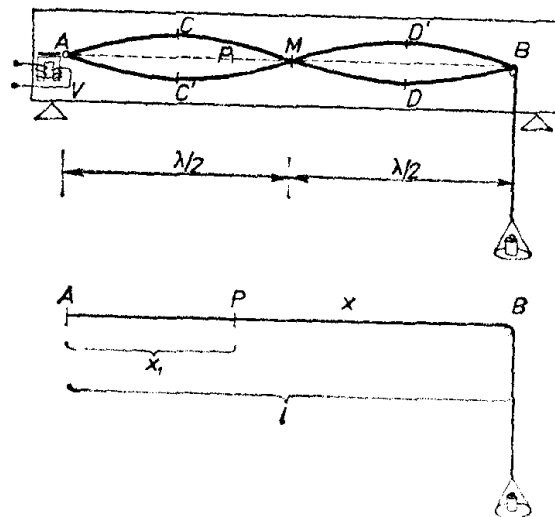


Fig. 3.32. Unde staționare pe un fir: a) aparatul de laborator; b) desen pentru demonstrație cantitativă.

La această diferență de drum trebuie adăugată o jumătate de lungime de undă, echivalentă schimbării de fază cu π , pe care o introduce reflexia în punctul B (vezi paragraful 3.7.1). Întrucât diferența de drum nu depinde de timp, ci numai de punctul considerat, diferența de fază corespunzătoare diferenței de drum $2x + \frac{\lambda}{2}$ este constantă în timp.

Două unde care sosesc într-un punct avînd aceeași frecvență și diferența de fază constantă în timp se numesc *unde coerente*. Unda directă și cea reflectată sînt, așadar, coerente în orice punct al firului AB. Astfel, aparatul din figura 3.32,a realizează condiția de coerență pentru orice punct. Experimental se observă că toată lungimea firului AB se împarte într-un număr întreg de fuse (fig. 3.32,a) cu punctele (C, D) în care amplitudinea e maximă și punctul (M) în care amplitudinea este zero. Punctul A are o mișcare de amplitudine foarte mică în comparație cu punctele C și D. El este un nod. În punctele din prima categorie, numite *ventre unde*le coerente sosesc în concordanță de fază, iar în punctele din a doua categorie, numite *noduri*, undele sosesc în opoziție de fază.

Imaginea unei staționare prezentată în figura 3.32,a este rezultatul suprapunerii pe retină a mai multor imagini ale firului care se succed cu viteză. În realitate, firul arată la intervale de un sfert de perioadă ca în figura 3.33.

Calculăm elongația punctului P aflat la distanța x_1 de vibrator. Dacă vibratorul oscilează după legea $y = A \sin 2\pi \frac{t}{T}$ ecuația unei incidente este conform relației (3.4)

$$y_i = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right). \quad (3.12)$$

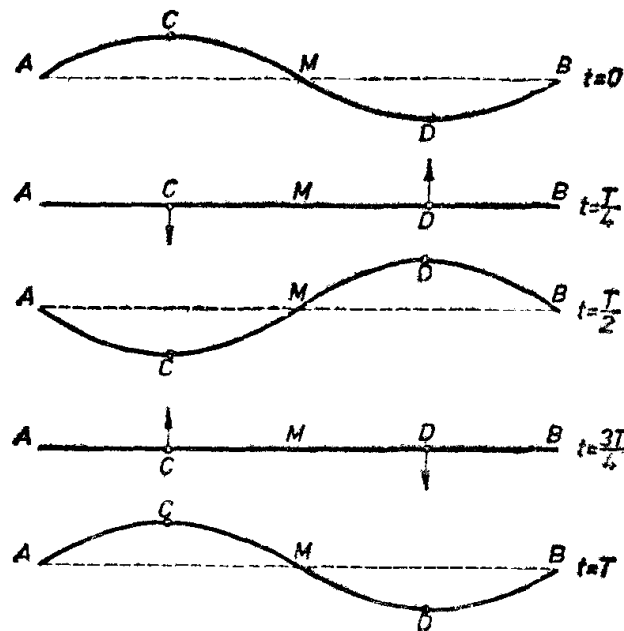


Fig. 3.33. Aspectul firului din figura 3.32, la intervale de timp egale cu $T/4$.

Ecuția unei reflectate este conform aceleiași relații (3.4) în care se înlocuiește x_1 cu $l + x + \frac{\lambda}{2}$:

$$y_r = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{l + x + \frac{\lambda}{2}}{\lambda} \right). \quad (3.12')$$

Întrucît atît unda directă cît și cea reflectată sînt polarizate în același plan, P este supus la o mișcare rezultantă compusă din două oscilații paralele (3.12) și (3.1'2). Deci elongația y a mișcării este

$$y = y_i + y_r = A \left[\sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) + \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{l + x + \frac{\lambda}{2}}{\lambda} \right) \right].$$

Transformăm suma în produs prin aplicarea relației $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$. Se obține:

$$y = 2A \cos 2\pi \left(\frac{x + l + \frac{\lambda}{2} - x_1}{2\lambda} \right) \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{2l + \frac{\lambda}{2}}{2\lambda} \right)$$

Dar se observă că $l + x + \frac{\lambda}{2} - x_1 = 2x + \frac{\lambda}{2}$. Deci:

$$y_2 = \underbrace{2A \cos 2\pi \frac{2x + \frac{\lambda}{2}}{2\lambda}}_{\text{amplitudinea}} \underbrace{\sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{2l + \frac{\lambda}{2}}{2\lambda} \right)}_{\text{faza}}.$$

Întrucît x este variabil această relație dă: a) configurația firului la un moment dat t , prin variația lui x ($0 \leq x \leq l$) și b) mișcarea unui punct oarecare (pentru un x dat). Aceasta este ecuația unei unde de un alt tip decît unda progresivă prin care se transferă energia izvorului de la un punct la altul și în care fiecare punct oscilează cu aceeași amplitudine. În acest nou tip de undă, numit undă staționară amplitudinea fiecărui punct variază în funcție de poziția lui pe fir. Punctele pentru care amplitudinea este maximă sînt găsite prin condiția

$$2\pi \frac{2x + \frac{\lambda}{2}}{2\lambda} = k\pi$$

de unde:

$$4x + \lambda = 2k\lambda$$

sau:

$$x_{\max} = (2k - 1) \frac{\lambda}{4}, \text{ unde } k = 1, 2, \dots$$

Toate punctele situate la distanță egală cu un număr impar de sferturi de lungime de undă de capătul din dreapta oscilează cu amplitudine maximă sînt ventre. Pentru ca amplitudinea să fie zero este necesar ca

$$2\pi \frac{2x + \frac{\lambda}{2}}{2\lambda} = (2k + 1) \frac{\pi}{2}$$

sau

$$2x + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}; \quad 2x = 2k \frac{\lambda}{2},$$

$$x_{min} = k \frac{\lambda}{2}, \quad \text{unde } k = 0, 1, 2, \dots, \text{ deoarece punctul } B \text{ este tot un nod.}$$

Toate punctele situate la o distanță egală cu un număr întreg de semilungimi de undă începînd cu capătul din dreapta nu oscilează, sînt noduri.

Distanța dintre un nod și un ventru este

$$x_{min} - x_{max} = k \frac{\lambda}{2} - (2k - 1) \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{4}.$$

Modificînd tensiunea din fir prin adăugarea sau ridicarea de pe platan a unor corpuri, suplimentare, se poate varia numărul umflăturilor de la 2 la 5. Această schimbare se explică prin faptul că modificînd tensiunea în fir se schimbă viteza de propagare conform relației (3.2) $v_t = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ și, în consecință, lungimea de undă care se calculează după relația (3.1) $\lambda = v_t T$. Astfel, mărind tensiunea, viteza crește și lungimea de undă crește. Cum întreaga lungime a firului trebuie să fie un număr întreg de semilungimi de undă, numărul de umflături scade cînd tensiunea crește. Într-o undă staționară energia izvorului nu se mai transferă, dovadă fiind existența nodurilor care nu oscilează. Energia fiecărui punct se schimbă din energie cinetică în energie potențială, dar pe ansamblul firului energia rămîne aceeași. Acest lucru este ilustrat pe figura 3.33. La momentul inițial, cînd punctele *C* și *D*, care sînt ventre, își ating amplitudinea, energia pe coardă este exclusiv potențială. Punctele *C* și *D* încep să se întoarcă către pozițiile de echilibru. După un sfert de perioadă *C* și *D* se află în pozițiile lor de echilibru, mișcîndu-se în sensul săgeților. Energia corzii este exclusiv cinetică, coarda nefiind deformată. După încă un sfert de perioadă coarda e deformată la maximum, *C* și *D* atingîndu-și amplitudinea în poziții simetrice față de cele ocupate la $t = 0$. Energia corzii este numai potențială. La momentul $t = \frac{3T}{4}$, *C* și *D*, revenite în poziția de echilibru, au viteza maximă ca de altfel toate punctele corzii. Energia sistemului este exclusiv cinetică, coarda nefiind deformată. După încă un sfert de perioadă, se încheie ciclul transformărilor, situația redevenind identică aceleia din momentul inițial.

În absența pierderilor energia se conservă, firul fiind un sistem care poate oscila după ce a fost excitat de sistemul exterior (vibratorul). În realitate sistemul disipă o parte din energia primită în procesul de excitare, funcționarea vibratorului fiind necesară tocmai pentru suplimentarea energiei disipate prin frecări. În caz contrar unda se amortizează repede și dispare.

3.8.2. Armonici. Rezonanță. Pe firul de lungime *l* al aparatului din figura 3.32 se formează unde staționare. Deoarece la ambele capete trebuie să fie noduri, întregul fir se fragmentează sub forma unui număr întreg de umflături, adică lungimea firului este un multiplu de semilungimi de undă.

Deci:

$$l = k \frac{\lambda}{2}, \text{ unde } k = 1, 2, \dots \quad (3.13)$$

Dar $\lambda = \frac{v_l}{\nu} = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \frac{1}{\nu}$. Cu aceasta condiția de mai sus se scrie

$$l = k \sqrt{\frac{T}{\mu}} \frac{1}{2\nu}$$

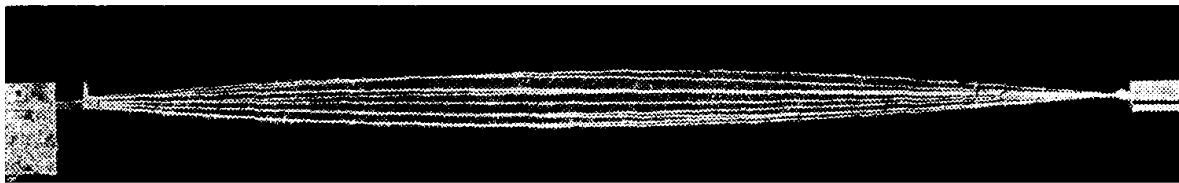
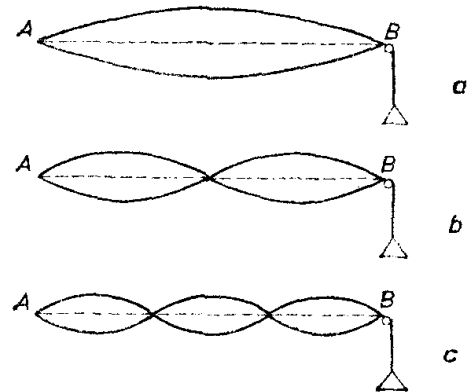
sau

$$\nu_{pr} = k \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \quad (3.14)$$

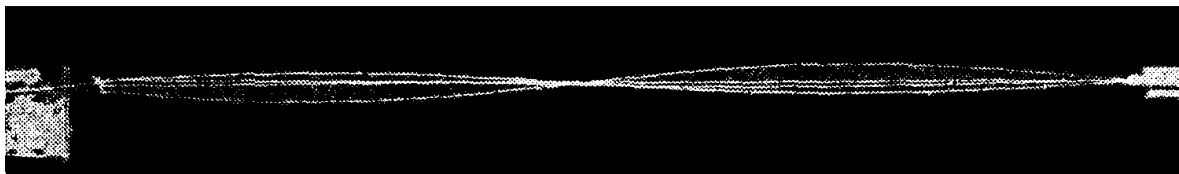
Deci firul are un șir de frecvențe proprii care se obțin punînd $k = 1, 2, \dots$

Frecvența proprie cea mai joasă ν_1 a corzii este dată de $k = 1$. În acest caz se obține o undă staționară cu aspectul din figura 3.34,a. Această frecvență se numește *fundamentală* sau *armonică de ordinul 1*. Următoarele frecvențe $\nu_2, \nu_3, \dots$ se obțin pentru valorile $k = 2, 3, \dots$ și se numesc *armonici superioare*, purtînd și denumirile de *armonica de ordinul 2, 3, \dots* (fig. 3.34.b,c). Este clar că

$$\begin{aligned} \nu_2 &= 2\nu_1; \\ \nu_3 &= 3\nu_1 \\ &\dots\dots\dots \end{aligned}$$



d



ie



f

Fig. 3.34. Aspectul firului din figura 3.32 pentru prima, a doua și a treia armonică (a,b,c) și fotografiile stroboscopice ale corzii corespunzătoare.

În figura 3.34, d, e și f sînt ilustrate experimental aspectele corzii pentru armonicile 1, 2 și 3.

Privind cu atenție firul și modificînd tensiunea prin adăugarea de alice pe platan, observăm că amplitudinea oscilațiilor variază existînd valori ale tensiunii pentru care amplitudinea devine mare. Vom măsura tensiunea T a firului, cîntărind alicele aflate pe platan în momentul în care sesizăm că amplitudinea este maximă. Vom observa că lungimea de undă corespunzătoare

$$\lambda = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \cdot \frac{1}{\nu_{\text{vibrator}}}$$

are valoarea pentru care lungimea corzii este un multiplu al semilungimii de undă, cu alte cuvinte frecvența proprie este egală cu una din valorile din șirul (3.14). În aceste situații energia primită de la vibrator este maximă, este deci un fenomen de rezonanță.

3.8.3. Unde staționare longitudinale. În tubul Kundt (fig. 3.35) se pot forma și studia undele staționare formate într-o coloană de gaz prin reflexie.

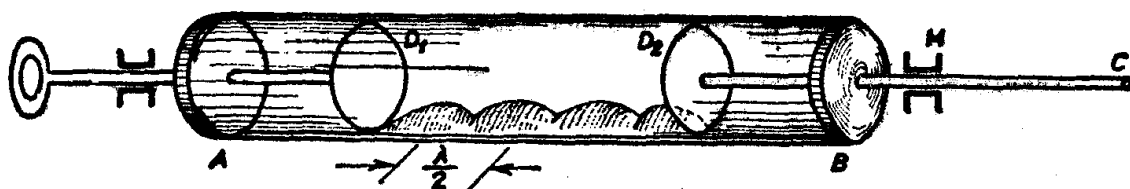


Fig. 3.35. Tubul Kundt.

Răzătura de plută din tub este o pulbere ușoară care se deplasează la mișcarea gazului cu care este în contact. Prin frecarea vergelei D_2C , se formează unde longitudinale. Vergeaua devine locul unor unde staționare cu cîte un ventru la capete și un nod în mijlocul M fixat. Discul D_2 transmite oscilația coloanei de gaz. Unda longitudinală se propagă și se reflectă pe discul D_1 . Se produce interferența și, pentru o anumită lungime D_1D_2 (reglabilă) a coloanei, se staționarizează o undă formîndu-se un număr întreg de grămăjoare de forma arătată. Pulberea se strînge la noduri, deoarece acolo aerul nu se mișcă și este împrăștiat la ventre unde amplitudinile oscilației straturilor de aer sînt maxime. La staționarizare se formează un număr întreg de grămăjoare. Deci

$$D_1D_2 = k \frac{\lambda}{2}.$$

Măsurînd cu o riglă distanța dintre două ventre determinăm lungimea de undă λ în gazul din tub. Cu ajutorul tubului Kundt se poate determina viteza de propagare a undei longitudinale în aer sau într-un mediu solid.

a) *Determinarea vitezei de propagare a undei longitudinale într-un gaz.* Lungimea de undă a undei care se deplasează în coloana de gaz introdus în tub este $\lambda = vT$, unde λ , v și T sînt, respectiv, lungimea de undă, viteza de propagare și perioada. Perioada oscilației discului D_2 care generează oscilațiile este greu de determinat, însă se poate evita această operație, efectuînd experimentul descris pentru alt gaz pentru care se cunoaște viteza de pro-

pagare v_1 . În acest caz $\lambda_1 = v_1 T$, perioada fiind aceeași, deoarece nu se schimbă condițiile de producere a undelor în vergeaua D_2C . Rezultă prin împărțire

$$\frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{v}{v_1}$$

sau

$$v = \frac{\lambda}{\lambda_1} v_1.$$

lungimile de undă fiind măsurate așa cum s-a arătat.

b) Determinarea vitezei v de propagare a unei longitudinale într-un solid.

Pentru unda staționară din bara D_2C , $D_2C = \frac{\lambda}{2}$, deoarece în D_2 și în C este câte un ventru, iar în M un nod. Măsurînd d distanța dintre două noduri ale formației de grămăjoare de pulbere din tub, determinăm lungimea de undă $\lambda_1 = 2d$ pentru unda staționară a cărei viteză v_1 o cunoaștem. Se poate scrie:

$$\lambda_1 = v_1 T \text{ și } \lambda = v T,$$

sau împărțind,

$$\frac{\lambda_1}{\lambda} = \frac{v_1}{v} = \frac{2d}{2D_2C}$$

de unde obținem viteza v :

$$v = \frac{D_2C}{d} v_1.$$

În tabelul următor se dau vitezele de propagare ale undelor longitudinale și transversale în câteva substanțe aflate la temperatură și presiune normală:

Substanța	Viteza (m/s)	Observații
Aer	332	
Apă	1460	
Oțel	5050	longitudinale
	3300	transversale
Plumb	1200	longitudinale
	700	transversale

Exemple de calcul.

1) Un fir orizontal de 1,2 m lungime are o masă $m = 562 \cdot 10^{-6}$ kg. Una dintre ramurile unui diapazon așezat orizontal este prinsă la unul din capetele firului. Diapazonul are o frecvență de 100 Hz. Celălalt capăt al firului trecut peste un scripete susține un mic taler foarte ușor. Ce masă m_x trebuie să aibă corpul pus pe taler astfel încît pe corardă să se formeze 4 ventre?

Rezolvare:

Cu condiția pusă, lungimea firului l este:

$$l = 4 \frac{\lambda}{2} = 2\lambda.$$

Viteza undei este, conform relației 3.2,

$$v_l = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{Fl}{m}}$$

unde $\lambda = \frac{v_l}{\nu}$, iar $T = m_x g$. Înlocuind și făcînd operațiile se obține:

$$\nu^2 \lambda^2 = \frac{m_x g l}{m}$$

sau

$$m_x = \frac{m \nu^2 \lambda^2}{g l} = \frac{m \nu^2 l}{4g} = \frac{562 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot 10^4 (\text{Hz})^2 \cdot 1,2 \text{ m}}{4 \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,172 \text{ kg}.$$

Să arătăm că efectuînd operațiile indicate cu unitățile de măsură se obține rezultatul în kilograme. Se știe conform relației 1.1 că $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$. Deci

$$\frac{\text{kg}(\text{Hz}^2)\text{m}}{\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2}{\text{m}} = \text{kg}.$$

2) Într-o experiență cu tubul Kundt distanța între două noduri se găsește egală cu $6 \cdot 10^{-2} \text{ m}$. Care este viteza v a undelor în bara de alamă D_2C (fig. 3.35) dacă lungimea ei este de $60 \cdot 10^{-2} \text{ m}$? Se ia viteza v_1 a undelor longitudinale în aerul din tub egală cu 340 m/s .

Rezolvare:

Conform relației finale din 3.8.3, (pct. b), se obține:

$$v = \frac{D_2C}{d} v_1 = \frac{60 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{6 \cdot 10^{-2} \text{ m}} 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3\,400 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$



EXTINDERE ÎN FIZICĂ

3.9. SUNETUL

Noțiunea de sunet este înțeleasă în legătură cu senzația de auz a omului. Organul auditiv uman recepționează sub formă de *sunet* orice oscilație mecanică a cărei frecvență ν este inclusă în intervalul ($20 \text{ Hz} - 20\,000 \text{ Hz}$). Dacă frecvența este inferioară limitei de 20 Hz sau superioară celei de $20\,000 \text{ Hz}$ oscilația se numește *infrasunet* și, respectiv, *ultrasunet*. Întrucît limitele de frecvență depind de mai mulți factori care le fac variabile, clasificarea are parțial un caracter de convenție.

Oscilația produsă într-un loc se propagă sub formă de *undă sonoră* în orice mediu: stînd cu capul în apă se poate auzi motorul unei bărci, punînd urechea la pămînt auzim trepidația traficului. Sunetul nu se propagă în vid. Undă sonoră este o undă mecanică longitudinală. Corpul care produce sunetul se numește *sursă sonoră*.

Toate procesele de propagare observate și studiate pentru undele mecanice, în general, se observă și la undele sonore. În cele ce urmează vom studia câteva probleme specifice legate de producerea, propagarea și perceperea undelor sonore.

3.9.1. Procese de propagare a undelor sonore. a) *Reflexia* se face după legea cunoscută (3.11). Un experiment simplu de reflexie este cel descris în figura 3.36.

Reflectarea sunetelor în aer liber pe obstacole de dimensiuni mari poate duce la formarea ecoului care constă în auzirea sunetului reflectat, distinct de cel emis de sursă. Condiția de realizare a ecoului este ca sunetul reflectat să sosească la urechea noastră la un interval mai mare de $t = 0,1s$, timp necesar formării a două senzații distincte. Deci (fig. 3.37,a) $2x = vt$ sau $x = \frac{vt}{2}$ și, înlocuind pe t cu valoarea dată de condiția arătată, iar pe v cu 340 m/s , se obține $x = \frac{0,1 \cdot 340}{2} = 17 \text{ m}$. Condiția se realizează pentru $x > 17 \text{ m}$.

Acest fenomen este observat de obicei în aer liber, dar și în mari spații închise cum sînt unele încăperi din peșteri sau din palate mari. Uneori ecoul este multiplu. În cazurile în care $x < 17 \text{ m}$, sunetul recepționat direct este întărit de cel reflectat, acesta nemaifiind perceput distinct. Acest fenomen se produce mai ales în încăperi și se numește *reverberație*. Reverberația se măsoară prin *timpul de reverberație*, adică timpul în care se stinge un sunet de intensitate normală $10^{-5} - 10^{-6} \frac{W}{m^2}$. Figura 3.37,b ilustrează foarte schematic modul cum se produce reverberația.

Sunetul reflectat pe pereții încăperii sosește la observatorul O după perceperea sunetului direct provenit de la sursa S într-un interval mai

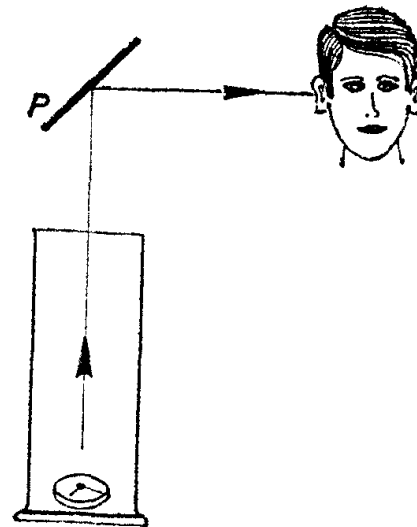


Fig. 3.36. Sunetul ceasornicului se reflectă pe placa P .

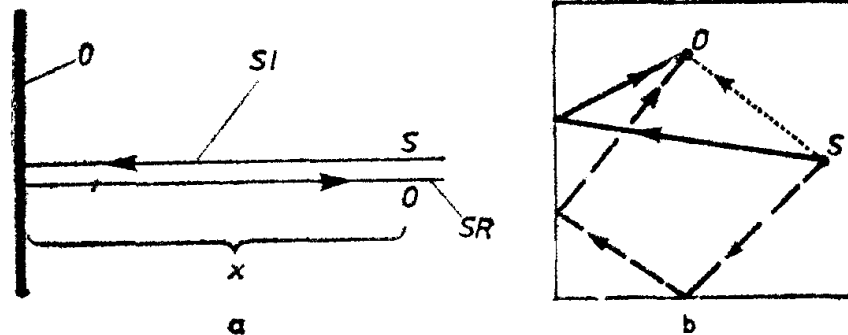


Fig. 3.37. Pentru calcularea condiției de ecou (a) și înțelegerea reverberației (b).

măc de 0,1 s. Efectul este o prelungire a duratei lui. De obicei observatorul percepe în intervalul amintit mai multe sunete, toate provenite de la aceeași sursă prin reflexii pe mai multe căi.

b) *Refracția*. În atmosferă, unde straturile de aer au temperaturi diferite și în care unda sonoră are viteze de propagare diferite, se produce o refracție continuă (fig. 3.38).

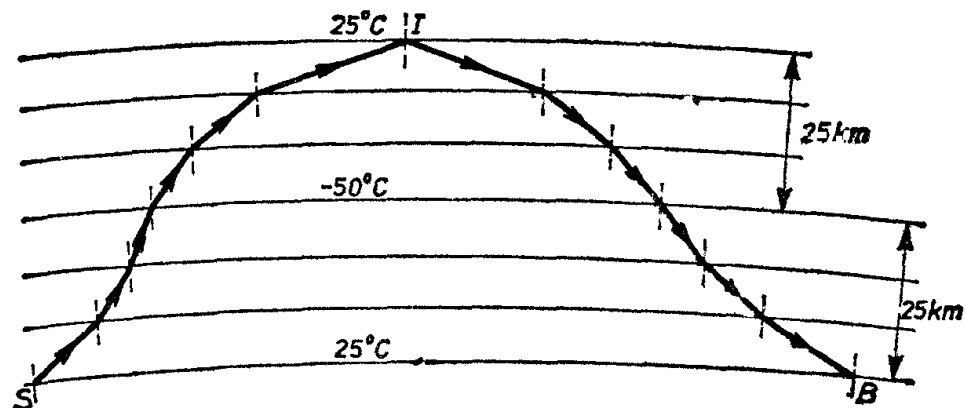


Fig. 3.38. Refracția sunetului în atmosferă.

Presupunem aerul stratificat în pături omogene. Cercetările au arătat că temperatura atmosferei este în scădere pînă la aproximativ 25 km și în urcare între 25 km și 50 km, așa cum arată figura 3.38. Unda sonoră, pornită de la sursa S, se refractă apropiindu-se mereu de normală pînă la limita primilor 25 km; apoi se refractă îndepărtîndu-se de normala la suprafața de separație dintre două straturi adiacente cu temperaturi diferite în care unda sonoră are viteze diferite. Fenomenul se repetă pînă cînd unghiul de incidență depășește unghiul limită și sunetul se reflectă total, înapoiindu-se către sol. Pe acest drum refracția succesivă se produce la fel, dar în sens invers. Acest proces explică auzirea sunetelor la mari depărtări. Se relatează, de exemplu, că în timpul celui de-al doilea război mondial locuitorii Craiovei auzeau uneori exploziile bombardamentelor din București, la o distanță de 200 km, în timp ce în orase mai apropiate cum sînt Giurgiu, Oltenița, Ploiești (50 — 60 km) nu se auzeau aceste explozii.

Tot refracția atmosferică a sunetului explică faptul că uneori vedem fulgerul dar nu auzim sunetul.

c) *Absorbția sunetului*. La incidența undei sonore cu o suprafață, energia undei produce comprimarea sau destinderea substanței. Energia primită la comprimarea materialului nu este cedată în întregime la relaxarea lui. O parte din energia incidentă este absorbită. Absorbția energiei este descrisă de un coeficient de absorbție acustică, definit prin raportul:

$$\alpha = \frac{\Phi_i - \Phi_r}{\Phi_i}$$

dintre diferența între fluxul de energie incidentă Φ_i și cel reflectat Φ_r , pe de o parte, și fluxul incident. Coeficientul de absorbție este un număr.

Coeficientul de absorbție depinde de frecvența sunetului incident și de materialul a cărui suprafață este expusă sunetului. Chiar pentru același material absorbția depinde, la aceeași frecvență, de caracteristicile lui mecanice și geometrice (formă).

În tabelul următor este dat coeficientul de absorbție a sunetului cu frecvența de 512 Hz pentru diferite materiale:

Materialul	Coeficientul de absorbție
Marmură	0,01
Sticlă	0,03
Perete tencuit cu var	0,06
Linoleum	0,06
Draperie de pluș aplicată pe perete	0,35
Vată minerală (10 cm grosime)	0,73
Vată de sticlă (10 cm grosime)	0,56
Mochetă	0,22

Materialele care au un coeficient de absorbție mare se numesc *fonoabsorbante*. Aceste materiale sînt utilizate în construcții pentru izolarea fonică (sonoră) a încăperilor, în săli de spectacol pentru a împiedica reflexia undelor care ar produce ecou sau reverberație nepotrivită. Astfel, se explică utilizarea draperiilor în săli de spectacol sau a pereților capitonați cu vată minerală în construcția studiourilor de înregistrări, în care reverberația este desființată.

d) *Rezonanța sonoră*. Descriem două experimente în care se realizează fenomenul de rezonanță.

1. Coloana de aer din tubul A este excitată de oscilațiile diapazonului (fig. 3.39). Undele longitudinale avansează către baza tubului și se reflectă pe suprafața liberă a lichidului. Lungimea l a coloanei poate fi variată prin ridicarea sau coborîrea vasului B, comunicant cu A. Pentru o anumită lungime l , sunetul diapazonului este întărit. Coloana de aer este sediul unei sonore staționare, iar lungimea ei cea mai mică în condiția arătată realizează celerința de rezonanță pentru frecvența fundamentală. La gura tubului se formează un ventru, iar la suprafața lichidului un nod.

Pe baza acestui fenomen se realizează cutia de rezonanță la unele instrumente folosite în muzică. În figura 3.40 este desenat un diapazon de laborator. Cutia, deschisă la un

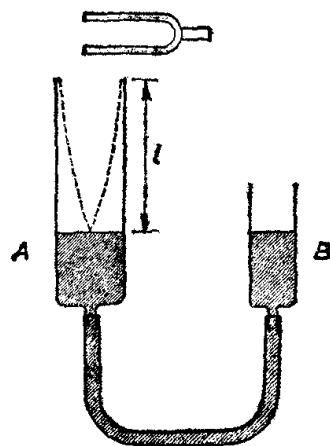


Fig. 3.39. Rezonanța sunetului.

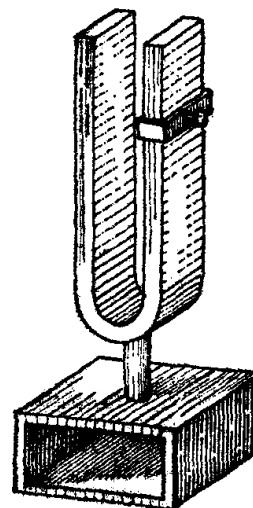


Fig. 3.40. Diapazonul.

capăt, pe care este fixat instrumentul delimitează o coloană de aer care intră în rezonanță pentru frecvența diapazonului care dă sunetul fundamental (el poate fi ușor variat cu ajutorul inelului).

2. Așezînd două diapazoane identice cu partea deschisă a cutiilor față în față și provocînd oscilația unuia, cel de-al doilea intră în oscilație.

3.9.2. Proprietăți caracteristice ale unui sunet. Un sunet perceput de ureche are anumite proprietăți care, parțial se explică prin mărimile fizice caracteristice sunetului, parțial prin particularitățile organului auditiv. Se disting trei proprietăți fizice: înălțimea, intensitatea și timbrul. Toate acestea pot fi exprimate în termeni fizici prin mărimi care permit caracterizarea unui sunet și pot fi reprezentate grafic printr-un spectru specific (vezi § 1.2.5).

1. *Înălțimea.* Senzația fiziologică de sunete ascuțite (înalte) și grave (joase) se datorește exclusiv frecvenței. În paragraful 3.8.2 s-a văzut că orice sunet emis este însoțit de sunete de frecvențe mai înalte. Vorbînd despre înălțime se are în vedere numai frecvența fundamentală, adică sunetul numit *pur*.

În muzică sunetele sînt ordonate într-un șir (scară), criteriul fiind frecvența. Fiecare sunet are o denumire care îl situează într-un anumit loc în șir. Se începe cu sunetul cu frecvența de 16,5 Hz care se numește Do_{-1} , considerat ca limită inferioară a auzului uman și se stabilește un interval de o octavă care este apoi repetat. Prin interval se înțelege raportul între frecvențele a două sunete, iar octava este intervalul dintre două sunete pentru care raportul este 2. Astfel, șirul (scara muzicală) apare ca în tabloul următor, unde sînt trecute intervalele celor 10 octave:

Nota	Frecvența (Hz)	Observații
Do_{-1}	16,5	Limita inferioară de jos a auzului omului
(La_{-1})	(27)	Sunetul cel mai profund al pianului
Do_0	33	Claviatura pianului
Do_1	66	
Do_2	132	
Do_3	264	
Do_4	528	
Do_5	1056	
Do_6	2112	
Do_7	4224	Sunetul cel mai ascuțit al pianului
Do_8	8448	
Do_9	16896	

Înăuntrul unei octave împărțirea în intervale este foarte diversificată dar, începînd cu Johann Sebastian Bach* s-a introdus *gama temperată* care împarte orice octavă în 12 intervale egale, denumite semitonuri, definite prin

* Johann Sebastian Bach (1685—1750), compozitor german, unul dintre cei mai mari creatori din istoria muzicii.

raportul frecvențelor între două sunete alăturate egal cu 1,05946. Astăzi, considerarea acestei subdiviziuni ordonate a condus la posibilitatea descrierii matematice a formelor și teoriei muzicale.

2. *Intensitatea auditivă*. Senzația fiziologică de intensitate a sunetului se măsoară prin *intensitatea auditivă* (tăria sunetului). Auzul nu dă pentru două sunete diferite senzații în același raport de tărie ca raportul intensităților lor sonore.

Dacă se ia ca intensitate de referință I_0 , intensitatea unui sunet abia perceptibil ($I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$) atunci se definește L *nivelul de intensitate sonoră* al unui sunet de intensitate I prin relația

$$L = \lg \frac{I}{I_0} \quad (3.15)$$

Nivelul de intensitate sonoră se măsoară în belli (B)*.

Dar nivelul sonor, care este definit prin măsurarea unor mărimi fizice, (I și I_0) nu poate fi utilizat pentru descrierea senzației de sunet, deoarece două sunete de același nivel nu produc aceleași senzații auditive dacă au frecvențe diferite. De exemplu, dintre două sunete avînd amîndouă nivelul de 0,4 belli, unul cu frecvența de 50 Hz, iar altul cu frecvența de 1 000 Hz primul nu dă nici o senzație de sunet, iar al doilea este bine perceput.

Pentru a lua în considerare senzația, se ia ca referință un sunet fundamental cu frecvența egală cu 1 000 Hz. *Nivelul de intensitate auditivă* (de tărie) al unui sunet de o frecvență oarecare este nivelul intensității sonore al unui sunet de frecvența egală cu 1 000 Hz care este apreciat de un auz normal ca avînd aceeași tărie cu sunetul analizat.

3. *Timbrul*. Un sunet emis are un caracter complex. Alături de sunete fundamentale sînt emise simultan și cîteva din armonicele lui; toate acestea sînt numite *componentele* sunetului.

Un sunet poate fi reprezentat complet printr-un spectru (vezi fig. 1.21,b). Într-o diagramă în care pe orizontală sînt trecute frecvențele, iar pe ordonată este pus nivelul de intensitate sonoră componentele sînt notate prin bare situate în dreptul frecvențelor corespunzătoare. Aceste bare au lungimea proporțională cu nivelul de intensitate sonoră. În figura 3.41,a sînt arătate aspectele a două sunete de aceeași frecvență a componentei fundamentale $\nu = 440$ Hz emise de două instrumente diferite. Diferența grafică este evidentă. Urechea exersată are posibilitatea de a distinge cele două sunete. Chiar un nespecialist poate distinge între două sunete de aceeași înălțime emise de instrumente diferite.

Caracteristica unui sunet care se exprimă prin componentele și nivelul lor de intensitate sonoră se numește *timbru*.

* În onoarea lui Alexander Graham Bell (1847—1922), inginer american, inventatorul telefonului.

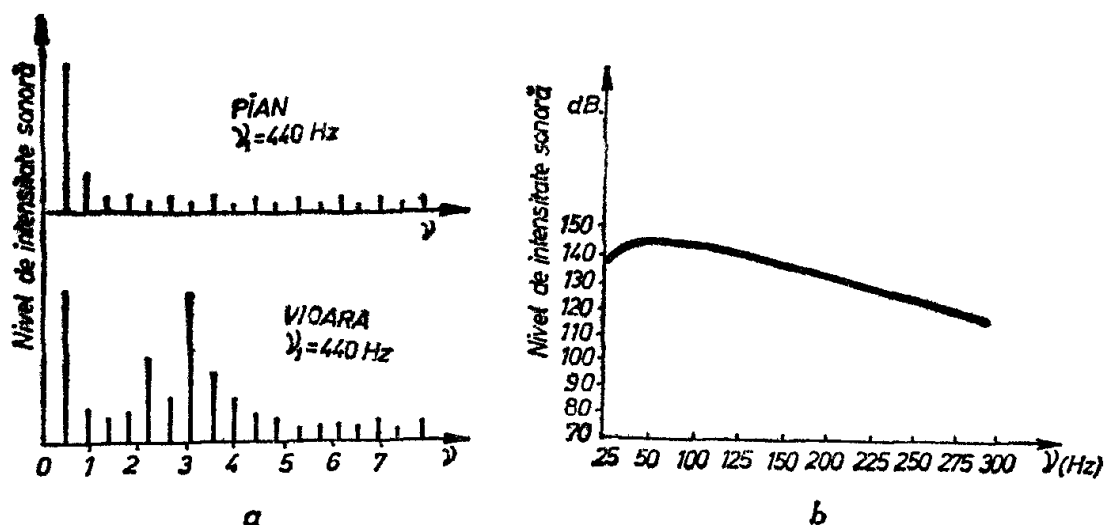


Fig. 3.41. Spectre ale notei de 440 Hz emisă de pian și de vioară (a)
Spectrul unui zgomot (b).

Zgomotul este un sunet complex cu atât de numeroase componente și cu intervale atât de mici încât spectrul lui apare continuu avînd o bandă de frecvență largă (fig. 3.41, b).

3.9.3. Surse sonore. Există un mare număr de corpuri care pot oscila cu frecvențe din domeniul sonor și care generează unde sonore. Toate aceste corpuri sînt *surse sonore*. În cele ce urmează ne referim pe scurt la cîteva categorii de surse sonore care au importanță în construcția instrumentelor muzicale.

1. *Lame sonore.* Lama elastică din figura 3.42 este fixată la unul din capete. Scoasă din poziția de echilibru, lama poate oscila sau longitudinal sau transversal. Vom considera oscilația transversală, fiind mai des utilizată.

Unda se reflectă la capătul prins și se formează o undă staționară care poate avea pentru primele trei frecvențe aspectul redat în figura 3.42. În *a*, frecvența fiind cea mai mică, sunetul emis este fundamental. Studiul teoretic și experimental arată că în cazul lamelor frecvențele superioare nu sînt multipli întregi ai frecvenței sunetului fundamental.

Un exemplu de undă staționară într-o astfel de lamă este unda diapazonului, prezentat în figura 3.40, care poate fi considerat ca fiind alcătuit din două

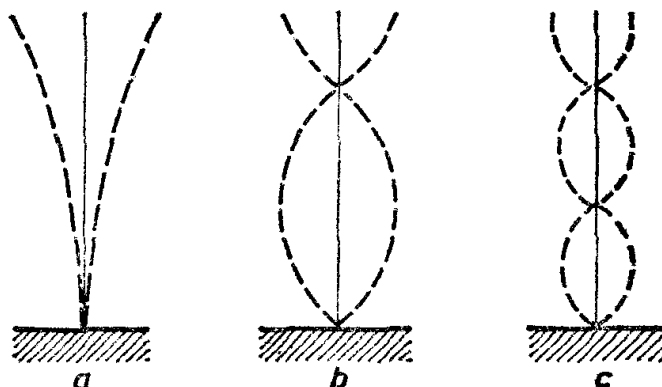


Fig. 3.42. Primele trei armonici ale unei lame.

bare încastrate la bază. Lovit ușor, diapazonul oscilează, formîndu-se unde staționare. Partea mediană a diapazonului oscilează transmițînd mișcarea piciorului care este fixat în cutia de rezonanță. Din sunetele transmise cutiei numai cel fundamental este întărit cu ajutorul cutiei de rezonanță. Sunetul emis de diapazon este difuzat pe două căi: direct, prin contactul între brațele lui și aerul înconjurător, sau indirect, prin cutia de rezonanță.

Lamele sonore sînt utilizate la construirea anciei (fig. 3.43) care este sursă sonoră pentru clarinet, oboi, saxofon și armonica de gură.

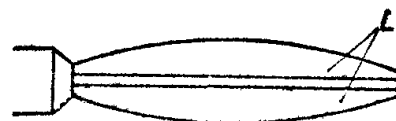


Fig. 3.43. O ancie cu două lame.

2. *Coarde sonore.* Coarda poate fi pusă în oscilație în mod diferit, atît longitudinal, cît și transversal. Frecvențele componentelor pot fi găsite cu ajutorul relației (3.14). Timbrul unui sunet depinde mult de felul cum este excitată coarda. Dacă este ciupită sau lovită sunetul corzii se amortizează după un timp; frecată cu un arcuș, oscilația este întreținută și poate dura oricît dorim.

Coarda sonoră este sursa sonoră pentru toate instrumentele de corzi. Toate aceste instrumente emit sunete atît direct cît și prin cutia de rezonanță care are o importanță esențială pentru timbrul sunetului.

3. *Tuburi sonore.* Tuburile constituie o parte principală pentru instrumentele de suflat, avînd rolul rezonatorului. Sursa sonoră propriu-zisă o constituie ancia sau muștiucul* prin care se produce oscilația aerului care formează unde staționare în tubul sonor. Modul cum se formează componentele sunetului în tuburile deschise sau închise este redat în figurile 3.44, a și 3.44, b. Ventrul se formează întotdeauna la ancie sau la muștiuc. Componentele sunetului se obțin pentru tubul deschis din relația

$$v_n = \frac{n}{2l} v \quad (3.16)$$

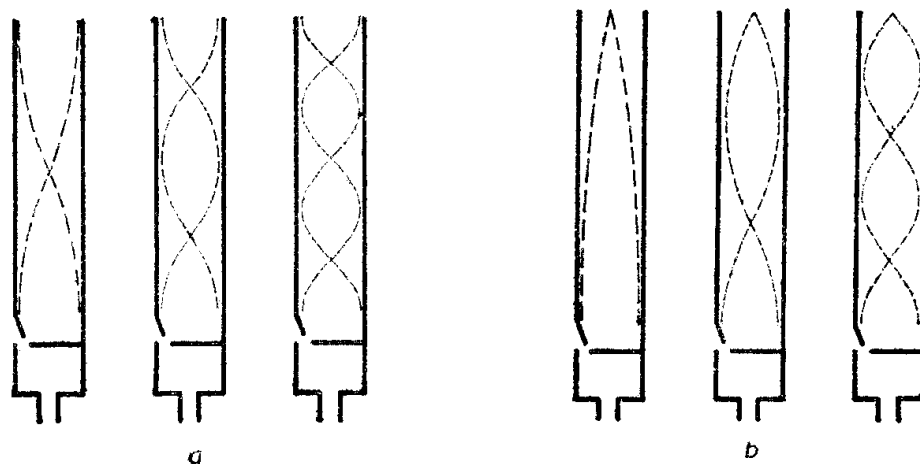


Fig. 3.44. a) Unde staționare în tuburi deschise; b) unde staționare în tuburi închise.

* Buzele suflătorului au, în cazul utilizării muștiucului, un rol asemănător anciei.

care se poate induce prin generalizare, din figura 3.44, a. În adevăr, se observă că lungimea l a tubului este un număr întreg de semilungimi de undă

$$l = n \frac{\lambda}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

și exprimînd pe λ , avem:

$$\lambda_n = \frac{v}{\nu_n} \text{ sau } \nu_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{2l} n.$$

Pentru tubul închis, se observă că (fig. 3.44, b) $l = (2n - 1) \frac{\lambda}{4}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$). Deci:

$$\nu_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{4l} (2n - 1). \quad (3.17)$$

Exemple de calcul:

1) Un tub deschis cu lungimea $L = 0,5$ m emite oscilații cu lungimea de undă $\lambda = 1$ m. Să se calculeze: a) Ce armonică produce tubul și ce frecvență are sunetul? b) Se astupă tubul și se cere lungimea de undă a aceleiași armonici a sunetului emis. Viteza sunetului în aer este $v = 340$ m/s.

Rezolvare:

a) În acest caz condiția (3.16) dă

$$L = n \frac{\lambda}{2}$$

sau

$$n = \frac{2L}{\lambda} = 1.$$

Este deci prima armonică sau sunetul fundamental cu frecvența ν ,

$$\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{340 \text{ m/s}}{1 \text{ m}} = 340 \text{ Hz.}$$

b) Astupînd tubul, condiția (3.17) dă:

$$L = (2n - 1) \frac{\lambda_1}{4}$$

sau, punînd $n = 1$, $L = \frac{\lambda_1}{4}$ și $\lambda_1 = 4L = 2$ (m).

Rezultă:

$$\nu = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{340 \text{ m/s}}{2 \text{ m}} = 170 \text{ Hz.}$$

Sunetul devine mai grav. Acest fenomen este cunoscut de muzicienii care pun surdina la instrumentele de suflat.

2) O coardă de violoncel are o lungime $l = 1$ m. Masa corzii este de 50 g. La ce tensiune este supusă coarda prin înfășurare pe cuiul de strîngere, dacă ea trebuie să vibreze la frecvența fundamentală de 66 Hz?

Rezolvare:

În cazul sunetului fundamental trebuie îndeplinită condiția

$$l = \frac{\lambda}{2} \text{ sau } \lambda = 2 \text{ m.}$$

Deoarece

$$v = \frac{v}{\lambda} = \frac{\sqrt{\frac{T}{\mu}}}{\lambda},$$

unde $\mu = \frac{m}{l}$. Rezultă tensiunea:

$$T = \mu v^2 \lambda^2 = 50 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}} \cdot 66^2 \text{ Hz}^2 \cdot 4 \text{ m}^2 = 871,2 \text{ N.}$$

Se observă din expresia frecvenței că dacă se modifică tensiunea se poate aduce o ușoară modificare a înălțimii sunetului, adică se poate face operația de acordare a instrumentului. De asemenea, prin schimbarea poziției degetului care apasă pe coardă se poate varia lungimea de undă și, în consecință, frecvența sunetului emis, așa cum, de fapt, se și procedează.



EXTINDERE ÎN TEHNOLOGIE

4. *Generator de ultrasunete.* Când pe fețele 1 și 2 ale unei plăci de cuarț tăiată într-un anumit fel dintr-un cristal (fig. 3.45, a) se aplică o tensiune alternativă cu o frecvență oarecare, placa oscilează pe direcția xx' cu o frecvență proprie ν_0 . Există o frecvență $\nu_r \approx \nu_0$ a unei surse de tensiune alternativă care produce în placă, la rezonanță unde staționare. Pentru frecvența fundamentală ν_0 se obține (fig. 3.45, b)

$$e = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2\nu_0} \quad (3.18)$$

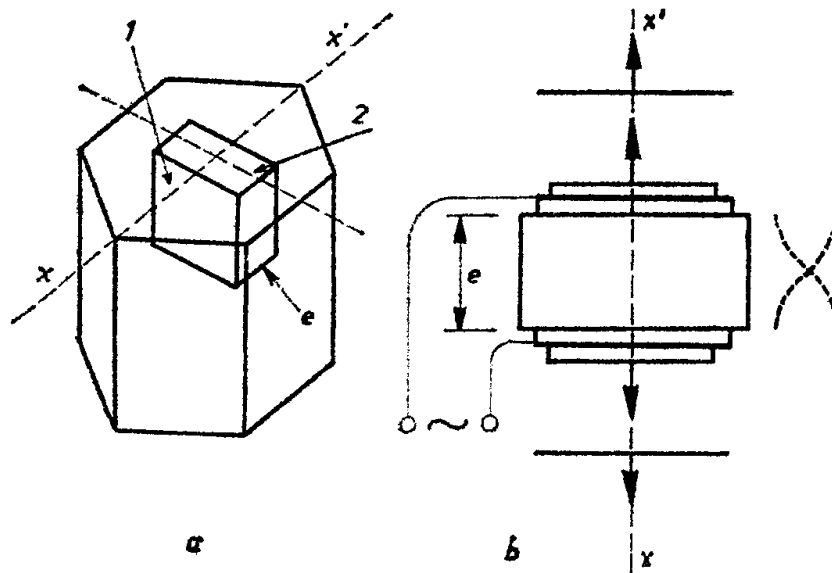


Fig. 3.45. Un cristal piezoelectric tăiat dintr-un cristal de cuarț (a) și undă staționară ultrasonoră într-un astfel de cristal (frecvența fundamentală) (b).

v fiind viteza de propagare a undelor în placă, iar e grosimea plăcii. Placa este o sursă de oscilații. Dacă dorim ca placa să emită ultrasunete $\nu \geq \nu_0 = 20\,000\text{ Hz}$ cu frecvența ν , grosimea plăcii trebuie să

$$e \leq \frac{v}{2\nu_0}.$$

Exemplu de calcul. Să se găsească grosimea unei lame de cuarț necesară pentru a fi utilizată la o sursă de ultrasunete cu frecvența de $40\,000\text{ Hz}$, dacă viteza v a undelor în cuarț este de $5\,600\text{ m/s}$.

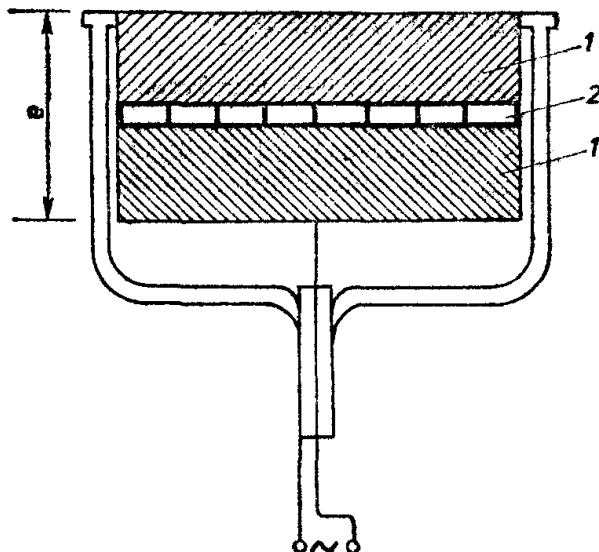


Fig. 3.46. O capsulă cu cuarț piezoelectric(2) și lame de oțel. (1).

Rezolvare:

Aplicând relația (3.18) se observă că:

$$e = \frac{v}{2\nu} = \frac{5\,600}{2 \cdot 4 \cdot 10^4} = 7 \cdot 10^{-2} \text{ (m)},$$

o grosime foarte mare, extrem de greu de realizat, deoarece nu există, de regulă, cristale din care să se poată confecționa astfel de plăci. În acest caz se folosește un dispozitiv în care placa de cuarț se închide ca un sandviș între două plăci de oțel (fig. 3.46). Deoarece viteza de propagare în oțel este aproximativ aceeași cu viteza în cuarț, se formează un sistem care respectă condiția de mai sus.



EXTINDERE ÎN FIZICĂ

3.9.4. Efectul Doppler. 1. În figura 3.47 *a* și *b* sînt reproduse fotografiile undelor superficiale emise de un izvor punctiform în două cazuri, cînd sursa este în repaus și cînd sursa este în mișcare spre dreapta. Se observă (fig. 3.47, *b*) că numărul lungimilor de undă pe unitatea de lungime este mai mare în sensul de deplasare a sursei și mai mic în sens contrar, comparativ cu situația din figura 3.47, *a*.

În cele ce urmează vrem să calculăm care vor fi lungimile de undă determinate de doi observatori O_1 și O_2 aflați în repaus pe o dreaptă pe care se deplasează cu viteza v_s sursa S care emite unde plane (fig. 3.48). La momentul $t = 0$ (fig. 3.48, *a*) sursa S emite o undă al cărei front se deplasează cu viteza v atît către O_1 cît și spre O_2 . La momentul $t = T$ sursa, care între timp s-a deplasat, emite cea de-a doua undă al cărei front în concordanță de fază cu frontul emis la $t = 0$ se deplasează tot cu viteza v .

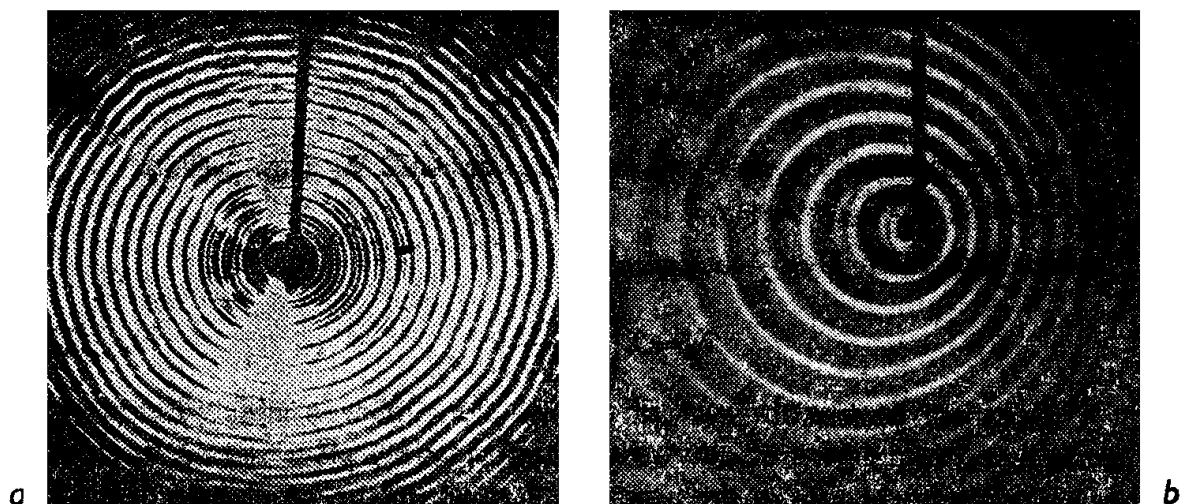


Fig. 3.47. O sursă punctiformă în repaus (a) și în mișcare (b) emite unde superficiale circulare.

a) Observatorul O_1 determină lungimea de undă λ_1 , care este distanța pe Sx între fronturile emise la $t = 0$ și la $t = T$. Dacă sursa nu s-ar fi deplasat, cea de-a doua suprafață de undă ar fi fost emisă tot din O , iar lungimea de undă măsurată ar fi fost λ . Problema pe care ne-o punem este să găsim o relație între λ_1 și λ . Pe figura 3.48, a se observă că

$$\lambda_1 = \lambda - v_s T$$

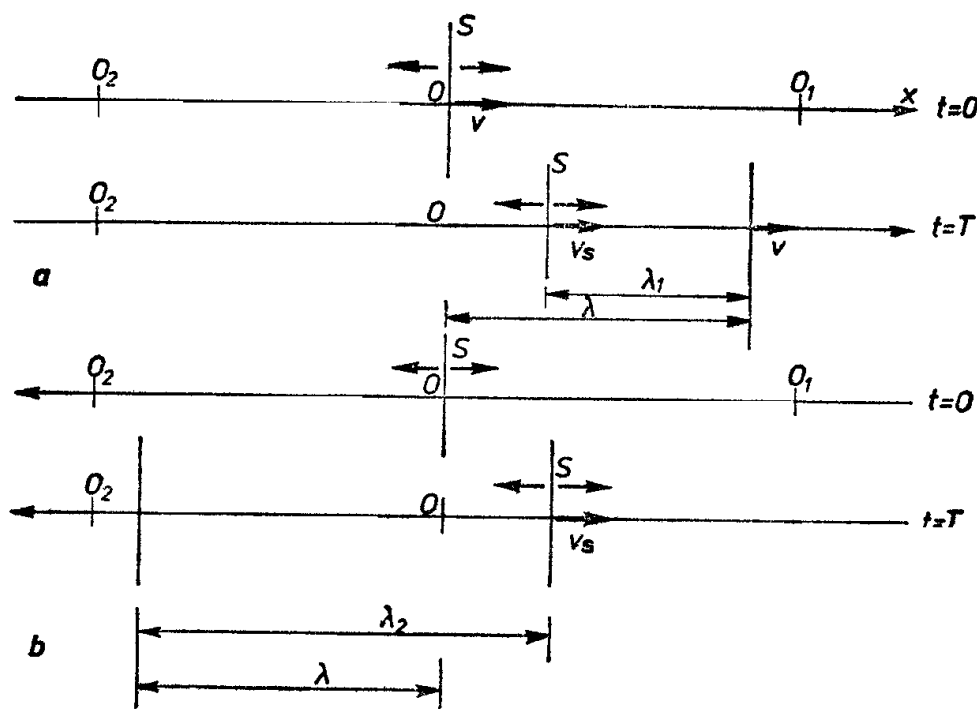


Fig. 3.48. Sursa S emite două fronturi de undă plane succesive. Doi observatori $O_1(a)$ și $O_2(b)$ măsoară lungimi de unde diferite.

și folosind relația (3.1) $T = \frac{\lambda}{v}$, obținem

$$\lambda_1 = \lambda \left(1 - \frac{v_s}{v} \right). \quad (3.19)$$

b) Observatorul O_2 măsoară lungimea de undă λ_2 (fig. 3.48,b).

Se observă că: $\lambda_2 = \lambda + v_s T$

în care înlocuind $T = \frac{\lambda}{v}$ obținem:

$$\lambda_2 = \lambda \left(1 + \frac{v_s}{v} \right) \quad (3.20)$$

Deoarece pentru observatorii O_1 și O_2 lungimile de undă măsurate când sursa este în mișcare sînt diferite de lungimea de undă măsurată în cazul în care sursa este în repaus, frecvența ν_p a sunetului perceput este diferită de frecvența ν recepționată când sursa este în repaus. Această afirmație rezultă după ce facem transformarea (3.1). Se obține din (3.19) și (3.20) respectiv:

$$\nu_{P1} = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{\lambda \left(1 - \frac{v_s}{v} \right)} = \frac{v}{1 - \frac{v_s}{v}}$$

și

$$\nu_{P2} = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{v}{\lambda \left(1 + \frac{v_s}{v} \right)} = \frac{v}{1 + \frac{v_s}{v}}.$$

Cele două relații se pot scrie concentrat sub forma:

$$\nu_p = \frac{v}{1 \pm \frac{v_s}{v}}, \quad (3.21)$$

în care se ia semnul minus pentru cazul în care sursa se apropie de observator și semnul plus pentru cazul în care sursa se îndepărtează. În primul caz observatorul aude un sunet mai ascuțit, iar în al doilea un sunet mai grav decît cel perceput dacă sursa ar fi în repaus.

Această consecință poate fi verificată cel mai bine dacă fiind într-un tren garat sau aflîndu-ne pe peron ascultăm sunetul locomotivei unui alt tren care vine în gară sau se îndepărtează de ea. (Vezi exemplul de calcul următor.)

Exemplu de calcul: Un tren accelerat se apropie de o gară cu viteza constantă $v' = 20$ m/s. Locomotiva emite un sunet de avertizare prelung cu frecvența $\nu = 392$ Hz. Apoi el se îndepărtează emițînd același sunet. Care sînt frecvențele sunetelor percepute de un observator care se află pe peronul gării? Viteza sunetului în aer este de 340 m/s.

Rezolvare:

Sîntem în cazul unui fenomen Doppler. Cînd sursa se apropie, frecvența sunetului recepționat este:

$$\nu_1 = \nu \frac{v}{v - v'} = 392 \cdot \frac{340}{320} \approx 416 \text{ (Hz)},$$

iar cînd trenul se îndepărtează,

$$\nu_2 = \nu \frac{v}{v + v'} = 392 \cdot \frac{340}{360} \approx 370 \text{ (Hz)}.$$

Observatorul aude la îndepărtarea trenului un sunet mai grav cu 46 Hz decît la apropierea acceleratului.

2. Analizăm acum cazul în care sursa este în repaus față de sistemul de referință, iar observatorul se apropie (a) sau se îndepărtează (b) de sursa care emite unde care se propagă cu viteza v .

a) Cînd observatorul O se apropie cu viteza v_{ob} numărul lungimilor de undă recepționate într-un interval de timp t se modifică de la $n = \frac{vt}{\lambda}$ (cînd e în repaus) la $n_1 = \frac{(v + v_{ob})t}{\lambda}$. În acest caz frecvența percepută de observator se schimbă de la $\nu = \frac{n}{t} = \frac{v}{\lambda}$ la $\nu_{P1} = \frac{n_1}{t} = \frac{v + v_{ob}}{\lambda}$. Prin comparație deducem

$$\nu_{P1} = \frac{v + v_{ob}}{v} \nu = \left(1 + \frac{v_{ob}}{v}\right) \nu.$$

b) Cînd observatorul se îndepărtează, el percepe o frecvență ν_{P2}

$$\nu_{P2} = \left(1 - \frac{v_{ob}}{v}\right) \nu$$

(justificați).

În general, cînd observatorul se deplasează față de sursa care se află în repaus, frecvența recepționată este deci

$$\nu_P = \left(1 \pm \frac{v_{ob}}{v}\right) \nu \quad (3.22)$$

în care se ia semnul $+$ pentru apropierea de sursă iar semnul $-$ pentru îndepărtare.

Fenomenul indicat mai sus a fost descris și explicat în 1842 de Christian Johann Doppler, fizician austriac, motiv pentru care se poartă numele de *fenomen Doppler*. *Fenomenul Doppler rămîne valabil și pentru oscilațiile și undele electromagnetice*, [A se vedea problema 10, cap. IV]. *domeniu în care importanța lui depășește cu mult importanța din domeniul undelor mecanice.*



EXTINDERE ÎN TEHNOLOGIE

3.9.5. Poluarea sonoră. Sunetul are efecte fiziologice importante. Cercetările au arătat atît efectul binefăcător, cît și cel contrar. Acest ultim caz constituie în special obiectul unui studiu atent, datorită faptului că nivelul sonor al zgomotului este în continuă creștere.

Intrucît efectul neplăcut și dăunător al zgomotului este evident, s-a introdus termenul de *poluare sonoră*, care denumește acțiunea prin care se perturbă liniștea.

Există nenumărate izvoare de poluare sonoră; printre cele mai importante notăm mijloacele de transport, unele mașini și procedee industriale etc. Dar există numeroase surse de zgomot chiar în locuințe și birouri.

În cele ce urmează dăm un exemplu de sursă de poluare sonoră: *zborul supersonic*. Prin aceasta se înțelege zborul avioanelor, rachetelor sau proiectilelor cu viteză mai mare decît aceea a propagării sunetului în aer (≈ 340 m/s*).

Avionul A care zboară cu viteza supersonică v_A depășește continuu frontul de undă pe care îl emite datorită motoarelor sale sau vibrației prin frecarea cu aerul. Din fiecare punct $A_1, A_2, A_3, \dots$ al traiectoriei A_1A (fig. 3.49, a), cînd avionul se află acolo, se emit sunete care apoi se propagă cu viteza c . Frontul tuturor undelor, considerate sferice în mediu omogen, este tangent în

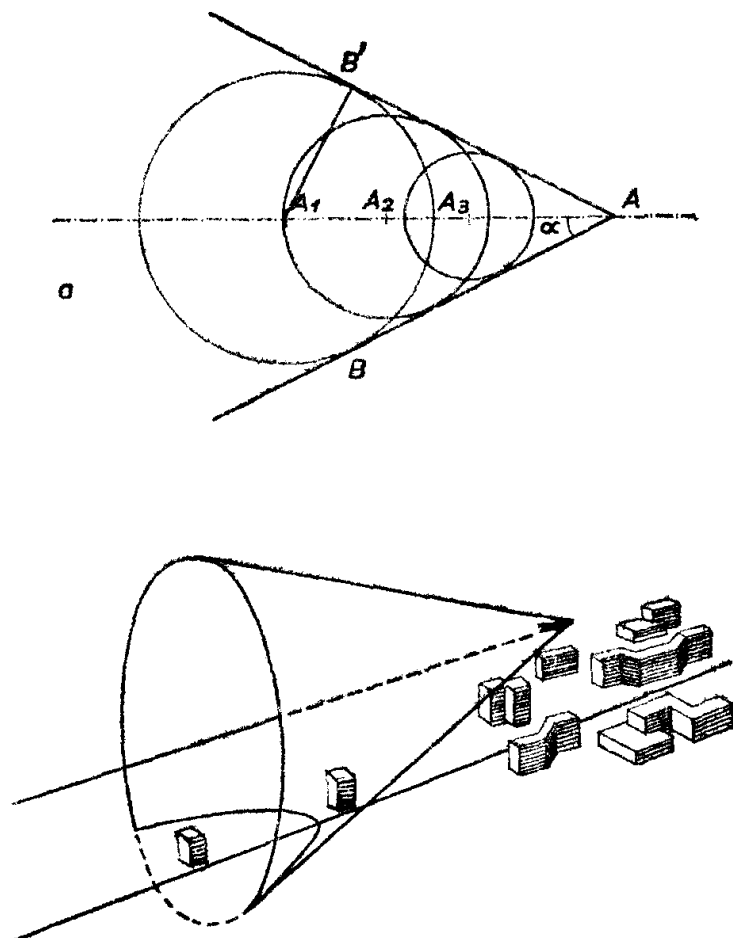


Fig. 3.49. Formarea undei de șoc (a) și intersecția ei cu solul (b).

* Raportul între viteza v a unui mobil și viteza c a sunetului în aer se numește *numărul lui Mach* (M). Deci $M = \frac{v}{c}$. În cazul vitezelor supersonice $M > 1$.

spațiu conului cu vârful în A . Pentru un observator, frontul unde este un con cu deschiderea 2α (se observă că $\sin \alpha = \frac{c}{v_A}$) care se deplasează cu viteza sunetului c . Observatorul primește frontul sub forma unui zgomot puternic însoțit de o undă de presiune. Locuitorii zonei perturbate de *unda de șoc*, aflați deci sub coridorul aerian (fig. 3.49, b) suportă greu nivelul de intensitate sonoră al acestei unde. De asemenea, clădirile suportă vibrațiile care produc pagube importante.

Pentru a se micșora efectele nocive pe avioanele de transport supersonice se montează *atenuatoare de zgomot*.

Tot atenuatoare de zgomot sînt și *tobe de evacuare* la motoarele cu ardere internă. De rolul atenuator de zgomot al tobei ne dăm seama cînd pe lîngă noi trece o mașină cu toba de evacuare spartă, caz în care zgomotul este foarte mare.

Problema poluării sonore are importanță deosebită pentru om, deoarece zgomotul produce nu numai o senzație neplăcută, ci chiar epuizarea nervoasă urmată de scăderea capacității de muncă și îmbolnăvire. Nu punem în discuție cazurile de pierdere a auzului sau de agravare generală a stării fizice și fiziologice.

În tabelul următor se dau cîteva nivele de intensitate sonoră pentru cîteva surse de zgomot și două nivele de comparație:

Sursa	Nivelul (în dB)
Senzația de durere	120
Tren	90
Traficul unei străzi aglomerate	70
Automobil	50
Aparat de radio	40
Șoaptă	20
Foșnetul frunzelor	10
Pragul auzului	0



EXTINDERE ÎN TEHNOLOGIE

3.9.6. Defectoscopia ultrasonoră.

Comportarea sunetului în procesele de propagare depinde de frecvență. Ultrasunetele, avînd o frecvență foarte mare au proprietăți importante cu aplicații practice interesante. În acest paragraf vom descrie principiul defectoscopiei cu ultrasunete.

Prin acest termen se înțelege descoperirea prin utilizarea ultrasunetelor a defectelor de turnare sau a fisurilor rezultate din utilizare, la piesele metalice.

Metoda controlului ultrasonor pune în valoare următoarele proprietăți ale ultrasunetelor: a) posibilitatea obținerii unui fascicul îngust; b) absorbție mai mică decît în cazul altor radiații; c) difracție neîn-

semnată pe obstacole mici. Există două procedee tehnice pentru control ultrasonor, unul prin transmisie (mai puțin precis), al doilea prin reflexie. Vom descrie construcția și funcționarea defectoscopului prin reflexie (fig. 3.50). Generatorul G comandă sursei S emiterea

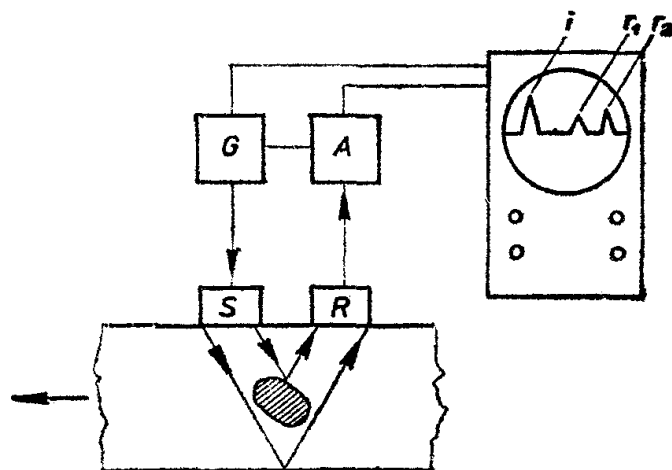


Fig. 3.50. Principiul defectoscopiei prin reflexie.

unui semnal la intervale de timp egale. Semnalul se propagă într-un fascicul îngust pe direcția arătată și se reflectă pe fața opusă și pe eventualele goluri sau fisuri. Impulsul incident și cele reflectate, captate de receptorul R sînt amplificate în amplificatorul A și trimise în osciloscopul electronic pe ecranul căruia apar, decalate în timp impulsul incident (i) și cele reflectate pe un defect (r_1) sau pe fața opusă (r_2). După poziția lui (r_1) în raport cu (i) și (r_2) se poate afla adîncimea la care se găsește defectul.

Primul defectoscop cu ultrasunete românesc a fost construit la Cluj-Napoca, de prof. Aurel Ionescu*, în 1950.

EXTINDERE ÎN ALTE DOMENII

3.10 Unde seismice. În interiorul globului pămîntesc, la adîncimi variabile de pînă la aproximativ 700 km, se acumulează cu timpul tensiuni imense datorită cărora se produc brusc și neașteptat rupturi și deplasări care constituie uneori perturbații violente (*cutremure*). Locul sau regiunea în care se produce mișcarea se numește *focar* sau *hipocentru*, iar locul de pe suprafața Pămîntului aflat pe verticală aceluși loc sau regiune se numește *epicentru*.

Datorită caracterului relativ elastic al rocilor perturbația se transmite din aproape în aproape sub forma unei unde (*unda seismică*). Locul unde ajunge unda seismică resimte mișcarea sub forma unei zguduituri.

* Aurel Ionescu (1902—1954) profesor universitar la universitățile din București și Cluj-Napoca. Experimentator de mare talent. A construit prin mijloace proprii aparatură și dispozitive extrem de ingenioase.

La noi în țară, cutremurele de la 10 XI 1940 și 4 III 1977 au avut focarul într-o regiune la o adâncime de 130 km, respectiv 95 km sub lanțul munților Vrancea, epicentrul fiind la curbura Carpaților, aproximativ în regiunea orașului Focșani.

Inregistrarea mișcării seismice se face la suprafața Pământului cu ajutorul unui seismograf (fig. 3.51). Aparatul este incastat în sol. Când solul începe să se miște sub acțiunea unei seismice, corpul C fiind masiv și putându-se roti cu o foarte mică frecare în jurul axei ZZ' , poziția relativă a suportului și a corpului C se modifică, acul inscriptor A înregistrând mișcarea relativă pe hîrtia înfășurată pe sulul S care se rotește uniform. Rezultatul unei înregistrări se poate observa pe fotografia 3.52, în care se reproduce o *seismogramă* a cutremurului de

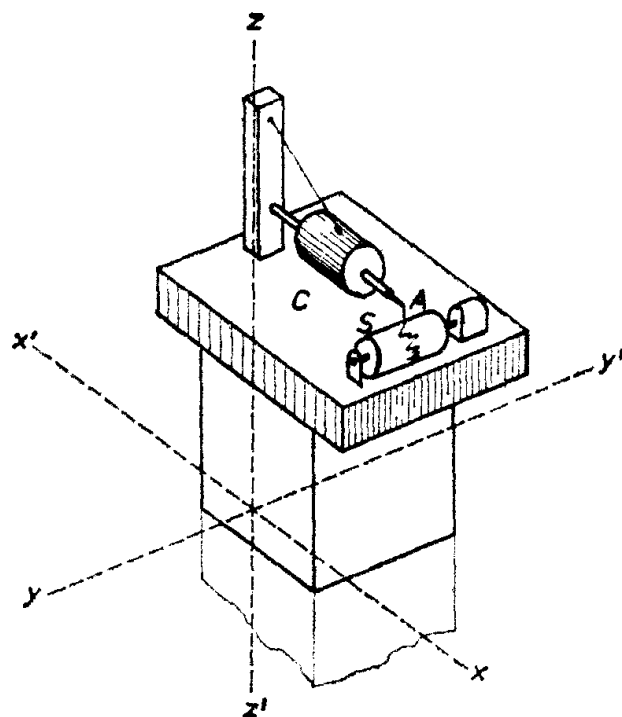


Fig. 3.51. Principiul de construcție a unui seismograf.

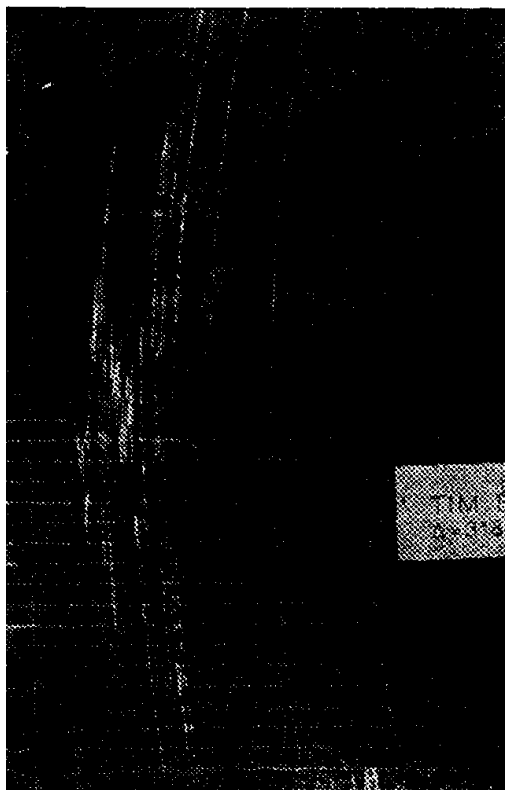


Fig. 3.52. Seismogramă a cutremurului din 4 III 1977 înregistrată la Timișoara.

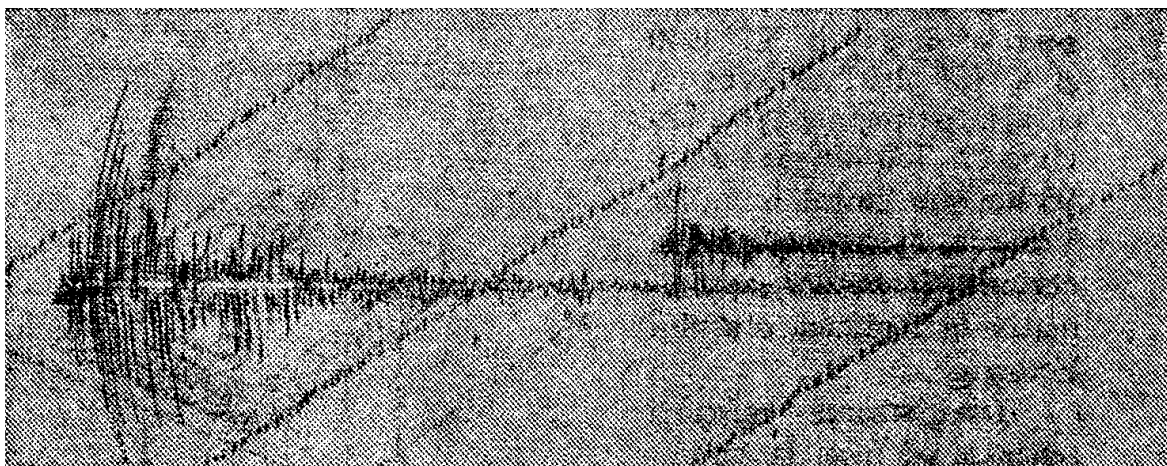


Fig. 3.53. O seismogramă în care undele longitudinale și transversale sînt decalate în timp.

la 4 III 1977 înregistrat la ora 21 și 21 min pe un seismograf instalat la Timișoara. Seismograful din figura 3.51 poate înregistra oscilațiile pe direcția yy' . Un alt seismograf așezat perpendicular poate înregistra oscilațiile pe o direcție perpendiculară xx' și completează informațiile cu privire la oscilațiile în plan orizontal. Dacă se lasă corpului C posibilitatea de mișcare pe verticală, seismograful poate înregistra oscilațiile verticale ale solului. Astfel, cu un sistem de trei seismografe instalate într-un loc se poate obține o informație completă cu privire la mișcarea solului în acel loc.

De la focar undele seismice se propagă în toate direcțiile, pe toate căile, atît sub formă de unde transversale, cît și sub formă de unde longitudinale. În procesul de propagare undele seismice se reflectă, se refractă și sînt absorbite. Analiza propagării undelor se face cu ajutorul unui sistem de stații seismice răspîndite pe tot globul. Înregistrarea aceluiași cutremur de către toate stațiile seismice dă posibilitatea ca prin compararea înregistrărilor să se traseze cu o oarecare precizie drumul undei seismice și să se obțină informații cu privire la structura internă a Pămîntului. Exemplificăm sumar cîteva raționamente care stau la baza unor metode pentru determinarea focarului și pentru cercetarea interiorului globului pămîntesc.

a. *Determinarea focarului.* O parte din undele longitudinale și transversale se propagă prin scoarța terestră. Se știe că într-un mediu solid viteza celor dintîi este mai mare de aproximativ 1,5 ori.

În seismograma din figura 3.53 se observă cele două grupe de unde înregistrate la București la 20 IV 1977. Cunoscîndu-se intervalul de timp Δt între primul și al doilea front, plecate simultan din focar,

și vitezele v_l și v_t se poate determina depărtarea x între stație și focar $x = \Delta t \frac{v_l \cdot v_t}{v_l - v_t}$. Această operație efectuată la stații diferite plasate conduce la determinarea focarului.

b. *Determinarea structurii interne a Pământului.* Se știe că mediile lichide sau vâscoase nu permit transmiterea undelor transversale. Pe figura 3.54 este desenat globul pământesc. Din focarul F se propagă unde seismice transversale și longitudinale. Stațiile seismice din regiunea hașurată nu înregistrează nici un fel de undă transversală și foarte slab unde longitudinale. În schimb, regiunea de la antipodul epicentrului E înregistrează puternice seisme, toate cauzate de unde longitudinale. Acest fapt nu poate fi explicat decât făcând ipoteza că interiorul Pământului este lichid, miezul sferei lichide avînd o rază de aproximativ $0,6 r$, unde r este raza Pământului. Acest miez lichid oprește propagarea undelor transversale avînd și rolul unei lentile care refractă undele seismice longitudinale, focalizîndu-se pe o întinsă regiune de la antipodul epicentrului.

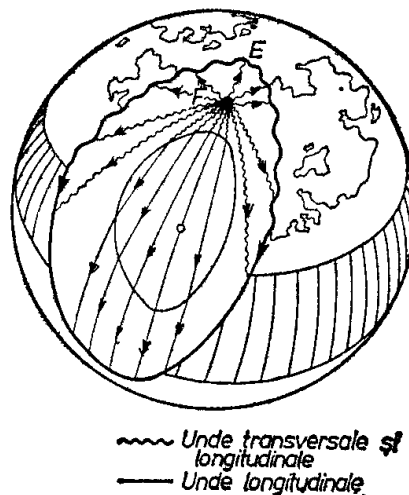


Fig. 3.54. Schema propagării perturbațiilor seismice în interiorul globului pământesc.

Cunoscînd dependența vitezei de propagare a undei longitudinale de elasticitatea și de densitatea mediului, compararea timpului la care diferite stații înregistrează seismul permite să se deducă structura mediului de propagare.

Lungimea de undă și frecvența undelor seismice se găsesc într-o bandă foarte largă, uneori frecvența lor este din domeniul undelor sonore ($\nu = 10-25$ Hz).

Deși deplasările scoarței nu sînt de obicei foarte însemnate totuși accelerațiile sînt foarte mari atîngînd valori de aproximativ $0,1g \div 0,2g$. Această accelerație produce suprasolicitări pe care uneori structurile construcțiilor nu le pot prelua, clădirile fiind avariate sau prăbușindu-se. Din acest motiv în regiunile cu un grad mai ridicat de seismicitate orice construcție nouă este proiectată astfel încît să reziste cît mai bine unor cutremure de o intensitate obșnuită în acea regiune.

ÎNTREBĂRI, EXERCIIII, PROBLEME

1. Ce fel de perturbație se propagă în bara din figura 3.55? Explicați ce rol are în această demonstrație bila de la capătul din dreapta.
2. Cu aparatul din figura 3.56 aflat în laboratorul școlar se demonstrează experimental propagarea unei perturbații într-un mediu, reflexia și transmiterea ei pe o suprafață de separație între două medii.
Barele orizontale pot oscila într-un plan orizontal, forța de revenire provenind din răsucirea sistemului de două fire verticale care cuplează toți oscilatorii. Perioada fiecărei bare poate fi modificată între anumite limite prin deplasarea inelelor-cursor.

 - a. Cum trebuie montate inelele pentru a avea un singur mediu omogen?
 - b. Provocați o undă pe acest sistem de bare și privindu-l din lateral încercați să verificați modul cum se face o propagare.
 - c. Cum trebuie montate inelele pentru a studia reflexia pe un mediu mai dens sau pe unul mai puțin dens?
 - d. Cum ați putea măsura viteza de propagare a unei unde în mediul omogen de la punctul 1?
 - e. Cum se poate studia transmisia la suprafața de separație între două medii? Verificați relația 3.10". Există mai multe moduri de a face acest lucru?

(Temă experimentală)

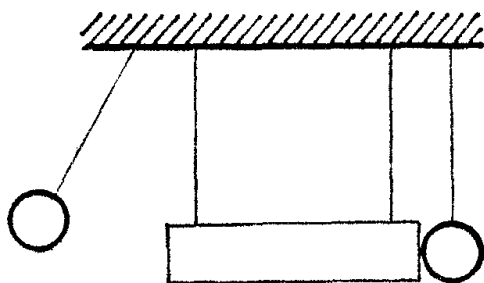


Fig. 3.55. Pentru întrebarea 1.

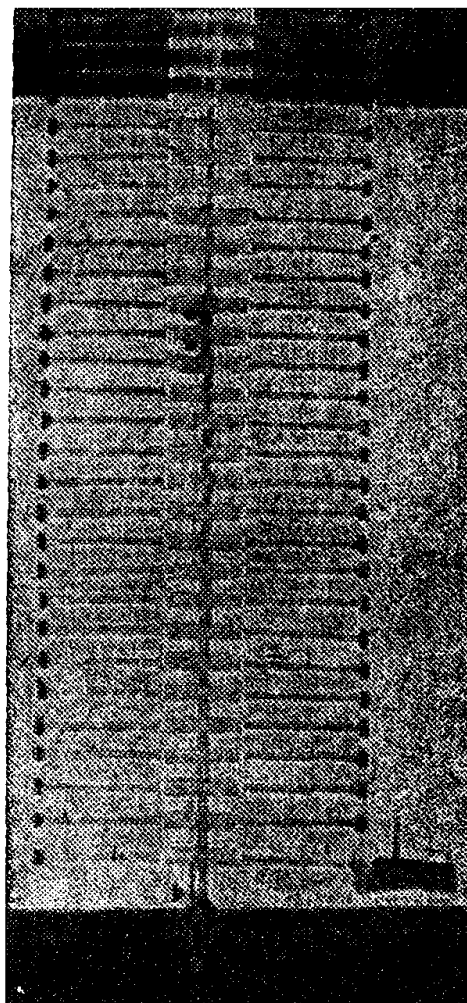


Fig. 3.56. Pentru tema experimentală.

3. Figura 3.57 arată la $t = 0$ o perturbație care se propagă pe o coardă. Deplasarea se face spre dreapta cu viteza $v = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.
 - a) Desenați poziția și forma perturbației la momentul $t = 0,6$ s.
 - b) Care este elongația punctului A de pe coardă la acel moment și pe ce distanță s-a deplasat el în intervalul $t \in [0; 0,6]$ (s)?
 - c) Care este viteza medie de deplasare a acestui punct?

R: a) Se face o translație a curbei spre dreapta cu 1,5 m (la scară); b) $\approx 13 \cdot 10^{-2}$ m; $\approx 5 \cdot 10^{-2}$ m; c) $8,3 \cdot 10^{-2}$ m/s.

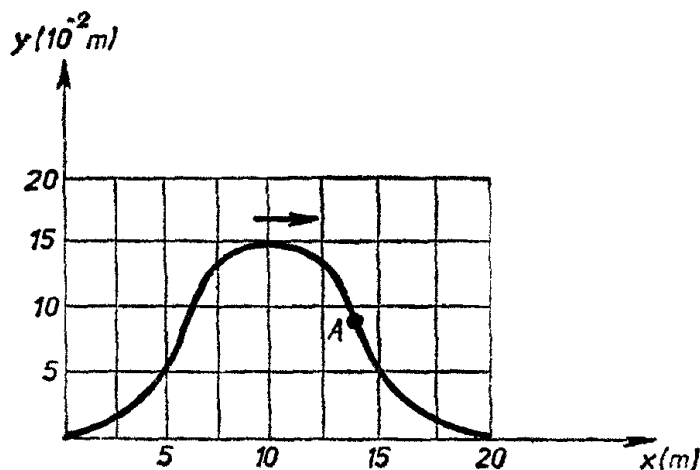


Fig. 3.57. Pentru întrebarea 3.

4. Figura 3.58 arată două perturbații la momentul inițial ($t = 0$). Perturbațiile se mișcă în sens contrar, iar vitezele lor sînt egale cu $4 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Desenați forma corzii la momentele 0,15; 0,25 și 0,30 secunde.
5. Dacă mediul este omogen și izotrop, iar izvorul punctiform, unda este sferică. Dar dacă mediul este izotrop dar nu este omogen? Dar dacă este omogen, dar nu și izotrop? Se pun aceleași probleme și pentru undele plane?
6. Se propagă sunetul în vid? Cunoașteți sau puteți imagina un experiment care să dovedească răspunsul pe care îl dați?
7. Verificați cu un raportor legea reflexiei pe fotografia 3.29, a.
8. Stabiliți indicele de refracție pentru mediile din figura 3.30, a. În cîte feluri puteți face aceasta?

R: $n \approx 1,4$. În două feluri.

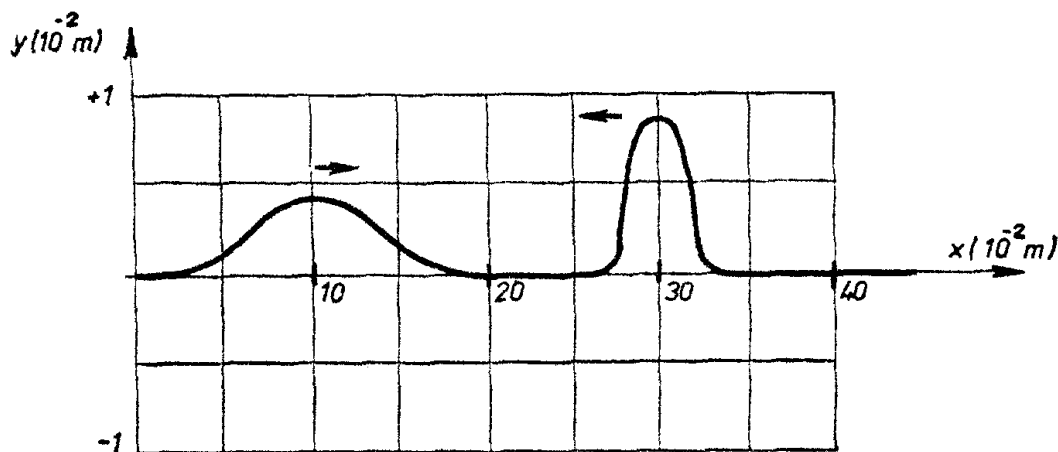


Fig. 3.58. Pentru întrebarea 4.

9. Se atașază cuvei din figura 3.14 două piese de forma dată în figura 3.59 care se așază pe fundul cuvei astfel încît să fie acoperite de apă. Undele liniare se refractă deasupra contururilor. Incercați să schițați cum se modifică suprafețele de undă. Se pot numi acestea lentile mecanice?

10. Fotografia 3.60 arată valuri la malul mării. Se observă parale-

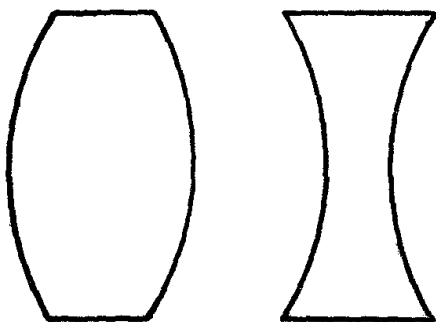


Fig. 3.59. Pentru întrebarea 9.

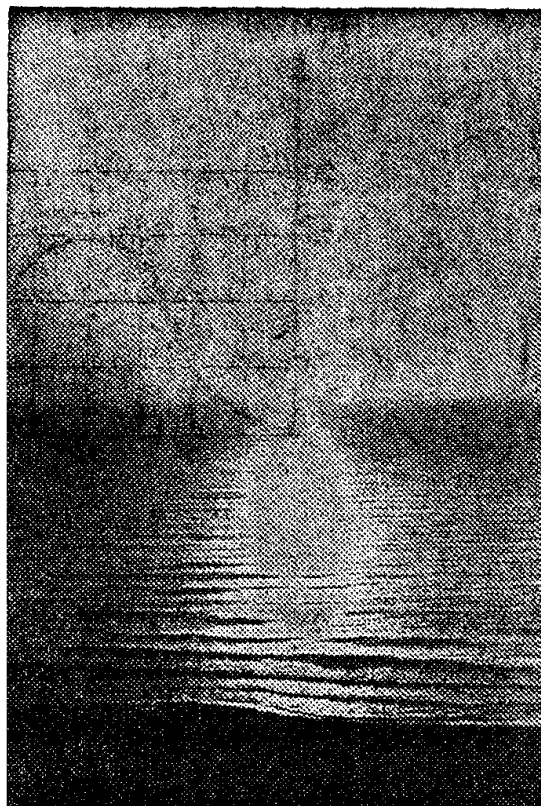


Fig. 3.60. Valurile mării ajung la mal paralele cu țărmul (întrebarea 10).

lismul cu țărmul. Cum se explică acest fenomen, știind că direcția propagării undelor în larg nu este, în general, perpendiculară pe linia țărmului?

11. Așezați după fanta F din figura 3.5 o altă fantă sub un alt unghi și provocați perturbații de același fel. Ce se constată? Puteți opri propagarea? Cum? (Temă experimentală.)
- 12 E. Treceți firul AB al aparatului din figura 3.32 peste un creion (în locul scripetelui B) menținînd poziția firului orizontală în timp ce vibratorul V funcționează. Mutați poziția creionului mărind lungimea AB a firului. Ce se observă? Discuție. Cu ce operație a unui violonist se aseamănă aceasta? Explicați astfel modificarea sunetului în cazul unei corzi de vioară. (Temă experimentală).
- 13 E. Modificați masa corpului de pe platanul aparatului din figura 3.32. Ce se întîmplă? Ce analog există în cazul unei instrument de coarde? (Temă experimentală).
14. Pe figura 3.61 sînt desenate la un moment dat trei unde transmise pe o coardă. Măsurați lungimea de undă și determinați frecvența pentru fiecare, dacă viteza de propagare este de 250 m/s. Verificați cu o riglă compunerea celor trei unde.

R: 260 Hz 153 Hz, 50 Hz.

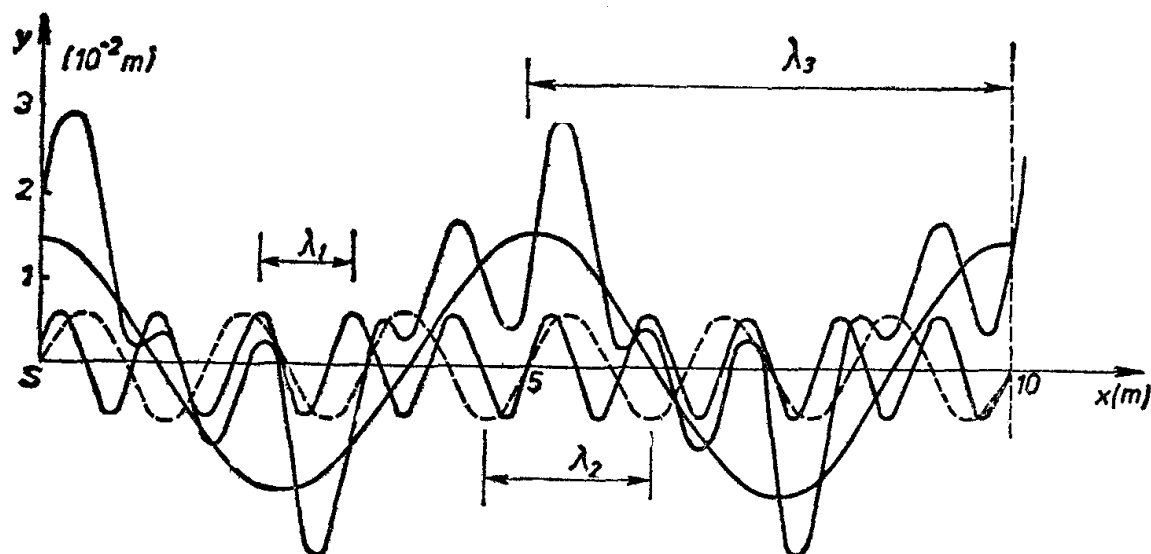


Fig. 3.61. Pentru întrebarea 14.

- 15.E Pe figura 3.62 se dă spectrul unui sunet. Care sînt frecvențele componentelor și ce nivele de intensitate sonoră au dacă 10 mm pe ordonată corespund la 30 dB?
16. Pe figura 3.63 se văd două plane înclinate suprapuse cu unghiurile α_1 și α_2 . Dacă ansamblul celor două roți este lăsat pe planul de unghi α_1 după o dreaptă diferită de cea care determină unghiul de cea mai mare pantă la trecerea peste linia de separare a celor două plane, direcția axului celor două roți se modifică. Se afirmă că acest model este un analog pentru refracție. Stabiliți și justificați asemănările.
17. Viteza de propagare a undelor longitudinale este dată de (3.3). Aplicați această relație în cazul oțelului $\left(E_1 = 19 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \quad \rho_1 = 7800 \text{ kg/m}^3\right)$ și plumbului $\left(E_2 = 1,7 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}^2} ; \rho_2 = 11.340 \text{ kg/m}^3.\right)$ Ce explicație dați diferenței găsite?

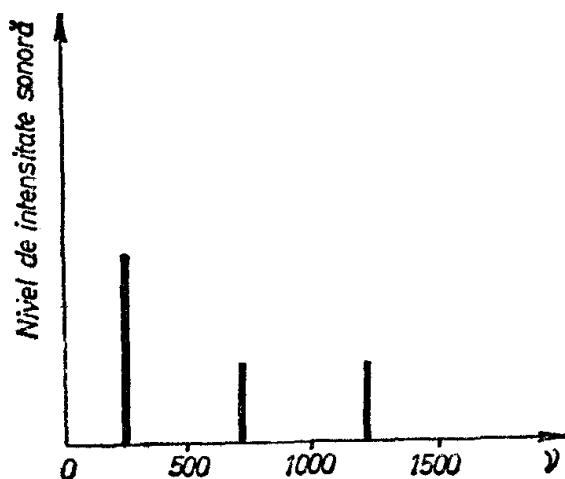


Fig. 3.62. Pentru întrebarea 15.

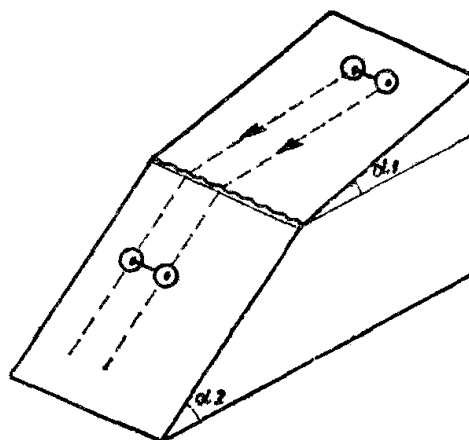


Fig. 3.63. Pentru problema 16.

18. Un fragment de metal este analizat măsurând viteza sunetului într-o bară făcută din acest metal. Bara are masa de 30 kg, și volumul de $2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$. Viteza sunetului în bară este de 4 000 m/s. Să se calculeze modulul de elasticitate.

$$R: 28 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2.$$

- 19 E. Dați limitele lungimilor de undă pentru undele sonore în aer. Dar în oțel?

20. Care este distanța între două regiuni rarefiate dintr-o undă sonoră cu frecvența $\nu = 120 \text{ Hz}$ a cărei viteză este 360 m/s?

$$R: 3 \text{ m}.$$

21. Prin suprapunerea a două unde provocate de doi oscilatori armonici care oscilează cu aceeași amplitudine A_1 , aceeași frecvență $\nu = 1 \text{ kHz}$ și care sosesc defazate cu $\varphi = \frac{\pi}{3}$ într-un punct, rezultă o undă de amplitudine $A = 5 \text{ cm}$. Știind că undele se propagă în mediul elastic cu viteza $v = 2000 \text{ m/s}$ se cere să se scrie ecuația de propagare și diferența de drum în punctul considerat. Mai există și alte puncte în care undele sosesc cu aceeași diferență de fază?

$$R: y = 8,33 \cdot 10^{-2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{10^{-3}} - \frac{x}{2} \right); \quad x_2 - x_1 = \frac{\lambda}{6}.$$

- 22 E*. Două surse emit unde plane descrise de ecuațiile

$$y_1' = 3 \sin \frac{2\pi}{4} t \text{ și } y_2 = 3 \sin \frac{2\pi}{4} t \text{ (în } 10^{-2} \text{ m)}$$

- a) Să se calculeze amplitudinea unei rezultante într-un punct în care diferența între drumul parcurs de cele două unde este de $5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$. Vitezele de propagare ale celor două unde sînt egale $\left(v = 10^{-1} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$.
- b) Cît ar trebui să fie diferențele între drumurile parcurse de cele două unde pînă la punctul considerat pentru ca: 1) mișcarea să se stingă; 2) amplitudinea să fie maximă.

$$R: 5,9 \cdot 10^{-2} \text{ m}; \quad (2k + 1) \frac{\lambda}{2}; \quad 2k \frac{\lambda}{2}.$$

- 23 E. O sursă O aflată într-un mediu elastic emite unde plane de forma

$$y = 0,25 \sin 100 \pi t \text{ (în } 10^{-2} \text{ m)}.$$

Lungimea de undă a undelor longitudinale generate este de $10 \cdot \text{m}$.

- a) După cît timp va începe să oscileze un punct M situat la distanța $x = 8 \text{ m}$ față de sursă?
- b) Defazajul între sursă și punctul M (în grade).
- c) La ce distanță pe dreapta OM se află două puncte ale căror oscilații sînt defazate cu $\frac{\pi}{6}$?

$$R: a) 16 \cdot 10^{-3} \text{ s}; \quad b) \varphi = 288^\circ; \quad c) 0,833 \text{ m}.$$

24. Arătați că $\sqrt{\frac{\frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$ și că $\sqrt{\frac{\frac{\text{N}}{\text{kg}}}{\frac{\text{m}}{\text{s}}}} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Prin aceasta verificați că unitatea

cu care se exprimă membrii II ai relațiilor (3.3) și (3.2) este în adevăr o unitate de viteză.

- 25 E. O coardă de pian de 50 cm lungime și de masă egală cu $5 \cdot 10^{-3}$ kg este întinsă cu o tensiune de 400 N. a) Care este frecvența sunetului fundamental; b) Care este numărul armonicii superioare care mai poate fi auzită de un om capabil să audă sunete pînă la 10 000 Hz.

R: 800 Hz; 50.

- 26 E. O plăcuță de cuarț este utilizată pentru controlul frecvenței într-un circuit oscilant. În acest fel se stabilesc în cristal unde staționare longitudinale cu ventre pe fețele lui opuse. Frecvența fundamentală este dată de

$$\nu_0 = \frac{2,87 \cdot 10^5}{10^{-2} \cdot e},$$

unde e este grosimea lamei. a) Să se calculeze modulul lui Young pentru cristal. b) Calculați grosimea pentru frecvența de 1 200 Hz. (Se dă $\rho_{\text{cuarț}} = 2,66 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$).

R: $87 \cdot 10^{11}$ N/m².

27. Desenați reflexia unei perturbații pe o coardă legată de un perete sau de un fir mai subțire. Se poate măsura raportul vitezelor în cele două medii în cel de-al doilea caz? (Temă experimentală.)

- 28 E. Două surse S_1 și S_2 generează oscilații de amplitudini $A_1 = 1$ mm și, respectiv, $A_2 = 2$ mm. Să se calculeze amplitudinea unui punct situat pe mediatoarea segmentului S_1S_2 .

R: 3mm.

- 29 E. Un automobil se deplasează cu viteza de 108 km/h. Clacsonul emite un sunet de frecvență $\nu = 300$ Hz. Să se calculeze frecvența sunetelor recepționate de doi observatori aflați în repaus pe marginea șoselei rectilinii unul situat în fața iar celălalt în spatele automobilului. Se dă viteza sunetului în aer $v = 330$ m/s.

R: 329,7 Hz; 275,2 Hz.

- 30 E. Viteza de propagare a undelor mecanice într-o placă de cuarț este $v_1 = 5\,000$ m/s. Placa emite ultrasunete de frecvență fundamentală $\nu = 40\,000$ Hz. Să se calculeze:

a) grosimea lamei; b) energia emisă de placă timp de un minut ($\Phi = 10$ W).

R: $6,2 \cdot 10^{-2}$ m 600 J.

- 31 E. Ce lungime are un fluier care emite sunetul fundamental cu frecvența $\nu = 500$ Hz. Viteza sunetului în aer este de 340 m/s.

R: 34 cm.

- 32 E. În fața unui perete pe care se reflectă o undă se mișcă o membrană în care se sprijină o mică bilă de soc. Membrana vibrează cu maximum de amplitudine la distanța de 1m, măsurarea începînd de la perete. Care este frecvența sunetului reflectat?

R: 85 Hz.

33. *O undă sonoră plană care se propagă într-un singur sens poate fi reprezentată prin următoarea ecuație:

$$y = 0,05 \sin (1980 t - 6 x) \text{ (cm)},$$

unde y , t și x sînt, respectiv, elongația, timpul și distanța pe direcția de propagare. Să se afle:

a) frecvența oscilațiilor; b) lungimea de undă; c) viteza de propagare a undei; d) viteza maximă de oscilație a unei particulei.

R: $\approx 315,10$ Hz; 1,1 cm; 331,7 cm/s; 99 cm/s.

- 34 E. Cum trebuie variată tensiunea unei corzi pentru ca ea să emită un sunet de două ori mai înalt?

R: Trebuie mărită de 4 ori.

35. Un glonte iese din țeava unei arme cu viteza de $600 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Care este unghiul făcut de unda de șoc cu traiectoria glontelui? Viteza sunetului în aer este $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

R: $35^\circ 31'$.

36. Să se calculeze viteza proiectilului din figura 3.64. Viteza sunetului în mediul în care a fost făcută fotografia este de $360 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

R: $680 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

37. Două corzi identice de pian au o frecvență fundamentală de 600 Hz dacă sînt la fel de tensionate. Ce creștere relativă a tensiunii uneia va duce la apariția a șase bătăi pe secundă atunci cînd ambele strune vibrează simultan?

R: $\frac{T_2}{T_1} \approx 1,02$.



Fig. 3.64. Pentru problema 36.

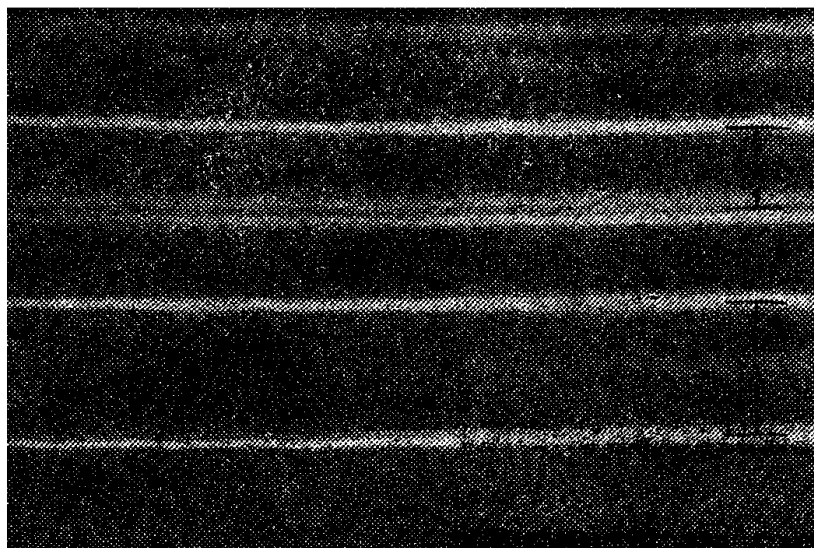


Fig. 3.65. Pentru problema 41.

38. O coardă de chitară de 0,75 m lungime are frecvența fundamentală 440 Hz:
 a) Ce viteză are unda în coardă? b) Pentru a produce alte sunete lungimea efectivă este scurtată prin așezarea degetului la o distanță oarecare sub capătul dinspre cui al corzii. Ce lungime este necesară pentru a produce o frecvență de 660 Hz.

$$R: 660 \frac{\text{m}}{\text{s}}; 0,50 \text{ m.}$$

39. Fotografia 3.65 reprezintă transmisia undelor într-o cuvă la linia care desparte două regiuni de adâncimi diferite.
 Determinați prin măsurare directă raportul vitezelor de propagare în cele două regiuni.

$$R: \frac{v_{\text{sus}}}{v_{\text{jos}}} = 0,6.$$